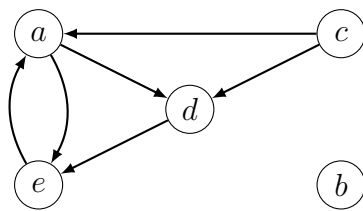


Aufgabe 1 (2P)



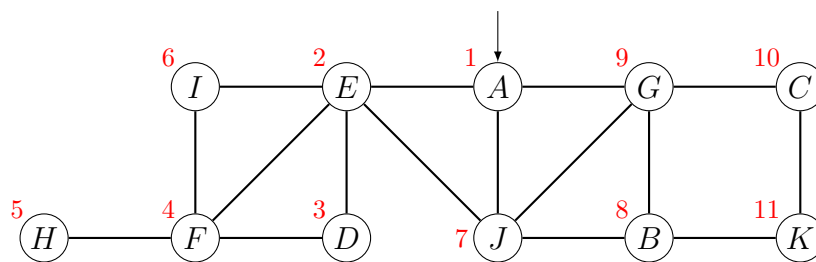
(a) Adjazenzmatrix

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	0	0	0	1	1
<i>b</i>	0	0	0	0	0
<i>c</i>	1	0	0	1	0
<i>d</i>	0	0	0	0	1
<i>e</i>	1	0	0	0	0

(b) Adjazenzliste

von	nach
<i>a</i>	<i>d, e</i>
<i>b</i>	–
<i>c</i>	<i>a, d</i>
<i>d</i>	<i>e</i>
<i>e</i>	<i>a</i>

Aufgabe 2 (2P)



A E D F H I J B G C K

- A* •
- B* •
- C* •
- D* •
- E* •
- F* •
- G* •
- H* •
- I* •
- J* •
- K* •

Aufgabe 3 (4P)

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	5	4	30
<i>B</i>	5	0	1	2
<i>C</i>	4	1	0	3
<i>D</i>	30	2	3	0

(a) NNH mit Start in *A*:

$$A \xrightarrow{4} C \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} D \xrightarrow{30} A \quad (37)$$

(b) Brute Force-Methode (wähle Startpunkt *A*)

(1) *ABCD A*: $5 + 1 + 3 + 30 = 39$

(2) *ABDC A*: $5 + 2 + 3 + 4 = 14$

(3) *ACBD A*: $4 + 1 + 2 + 30 = 37$

(4) *ACDB A*: durchläuft (2) rückwärts

(5) *ADBC A*: durchläuft (3) rückwärts

(6) *ADCB A*: durchläuft (1) rückwärts

Somit hat die Lösung in (a) den zweiten (schlechten) Rang.

Aufgabe 4 (2P)

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	5	2	8
<i>B</i>	5	0	6	9
<i>C</i>	2	6	0	5
<i>D</i>	8	9	5	0

Beginne mit $BD = 9$ und prüfe $\triangle$ -Ungleichung für *A* und *C*:

$$9 = BD \leq BA + AD = 5 + 8 = 13 \quad \text{wahr}$$

$$9 = BD \leq BC + CD = 6 + 5 = 11 \quad \text{wahr}$$

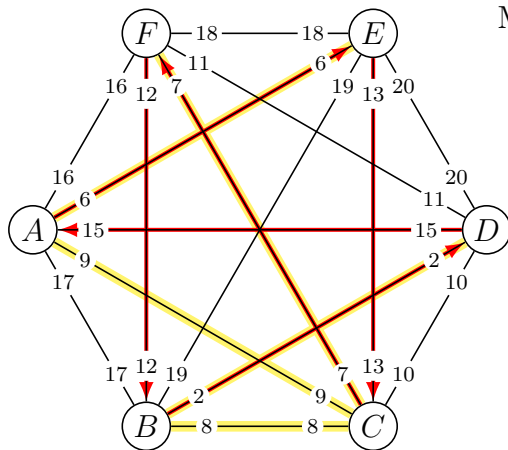
Wähle $AD = 8$ und prüfe $\triangle$ -Ungleichung für *B* und *C*:

$$8 = AD \leq AB + BD = 5 + 9 = 14 \quad \text{wahr}$$

$$8 = AD \leq AC + CD = 2 + 5 = 7 \quad \text{falsch}$$

Da (mindestens) eine Dreiecksungleichung verletzt ist, ist die Matrix nicht metrisch.

Aufgabe 5 (4P)



MST:

A	E, C
B	C, D
C	A, F, B
D	B
E	A
F	C

$$\text{DFS: } A \xrightarrow{6} E \xrightarrow{13} C \xrightarrow{7} F \xrightarrow{12} B \xrightarrow{2} D \xrightarrow{15} A \quad (55)$$

$$\text{zum Vergleich eine optimale Tour: } A \xrightarrow{9} C \xrightarrow{8} B \xrightarrow{2} D \xrightarrow{11} F \xrightarrow{18} E \xrightarrow{6} A \quad (54)$$

Aufgabe 6 (2P)

- (a) Beschreibe einen Vorteil der MST-Heuristik gegenüber der Nearest-Neighbor-Heuristik.

Die MST-Heuristik liefert ist im Worst Case eine Lösung, die höchstens doppelt so lang ist, wie eine optimale Rundreise. Für die NNH gibt es keine solche Garantie.

- (b) Beschreibe einen Vorteil der Nearest-Neighbor-Heuristik gegenüber der Brute Force-Methode.

Die NNH ist wesentlich schneller (polynomielle Laufzeit) als die Brute Force-Methode mit faktorieller Laufzeit.

Aufgabe 7 (2P)

Ein Einkauf mit Liste ist ein *Lösungsverfahren*.

- Es ist *endlich*, da Einkaufslisten nicht unendlich lange sind.
- Es ist nicht *deterministisch*, da nicht gesagt wird, wie bei der Suche vorgegangen werden soll.
- Es ist möglicherweise nicht effektiv, wenn der Artikel (derzeit) im Sortiment fehlt.

Aufgabe 8 (2P)

$$\begin{aligned} \text{ggT}(30, 12) &= (18, 12) = (6, 12) \stackrel{\text{s}}{=} (12, 6) \\ &= (6, 6) = (0, 6) \stackrel{\text{s}}{=} (6, 0) = (6, 0) = 6 \end{aligned}$$

Aufgabe 9 (2P)

$$\text{ggT}(32, 18) = (18, 14) = (14, 4) = (4, 2) = (2, 0) = 2$$

Aufgabe 10 (2P)

- (a) $T(n) = 4n^3 + 2n + 5n^4 + 1 \in O(n^4)$
- (b) $T(n) = 5 \cdot 2^{n+1} = 5 \cdot 2^n \cdot 2^1 = 10 \cdot 2^n \in O(2^n)$
- (c) $T(n) = (4n^3 + 3)(5n - 4)(7n^4 - 6) \in O(n^8)$
- (d) $T(n) = \log_2(50n^3) = \log_2(50) + 3 \log_2(n) \in O(\log_2(n))$

Aufgabe 11 (2P)

$O(n^2)$ bedeutet dass $T(n) = C \cdot n^2$

$$T(100) = C \cdot 100^2 = 3 \text{ s}$$

Man könnte jetzt diesen Term nach C auflösen (ohne ihn auszurechnen) und diesen Ausdruck in die Formel von $T(300)$ einsetzen.

Etwas einfacher ist es jedoch, den Term $T(300)$ soweit umzuformen, dass der obige Ausdruck $(C \cdot 100^2)$ darin erkennbar wird, so dass man die 3 Sekunden direkt dafür einsetzen kann:

$$\begin{aligned} T(300) &= C \cdot 300^2 = C \cdot (3 \cdot 100)^2 = C \cdot 3^2 \cdot 100^2 \\ &= 9 \cdot C \cdot 100^2 = 9 \cdot 3 \text{ s} = 27 \text{ s} \end{aligned}$$