Name: ....

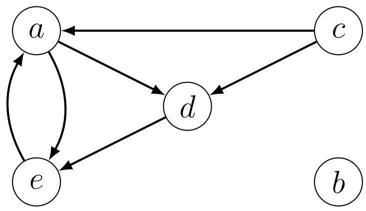
Dauer:

Umfang: Graphen und Tiefensuche, Travelling Salesman Problem, Algorithmen, GGT, Laufzeitkomplexität

Hilfsmittel: keine

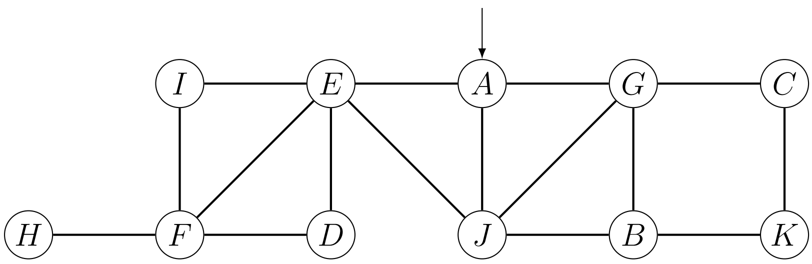
Aufgabe 1 (2P)

Stelle den gerichteten Graphen (a) als Adjazenzmatrix (b) als Adjazenzliste dar. Beachte, dass die Kanten nur in Pfeilrichtung durchlaufen werden dürfen.



Aufgabe 2 (2P)

Führe auf dem unten abgebildeten Graphen eine Tiefensuche mit dem Startknoten A durch. Beachte dass die Knoten in einer alphabetisch aufsteigend sortierten Adjazenlistenstruktur gespeichert sind und die Nachbarknoten somit in alphabetischer Reihenfolge besucht werden.



Aufgabe 3 (4P)

Gegeben ist die Distanzmatrix eines TSP.

	A	B	C	D
A	0	5	4	30
B	5	0	1	2
C	4	1	0	3
D	30	2	3	0

(a) Berechne die Länge der Rundreise mit der Nearest-Neighbor-Heuristik und dem Startknoten B.

(b) Untersuche mit der Brute Force-Methode, wie gut die in (a) gefunden Lösung ist, indem du ihren Rang berechnest. Der erste Rang bedeutet, dass eine der kürzesten Routen gefunden wurde, der zweite Rang, dass eine der zweitlängsten Routen gefunden wurde usw.

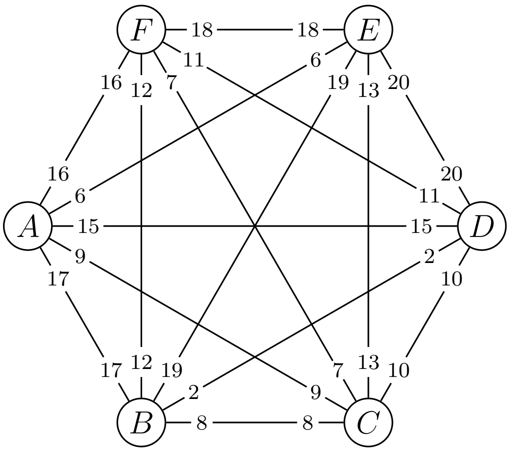
Aufgabe 4 (2P)

Zeige, dass die folgende Distanzmatrix nicht metrisch ist, indem du systematisch Dreiecksungleichungen prüfst.

	A	B	C	D
A	0	5	2	8
B	5	0	6	9
C	2	6	0	5
D	8	9	5	0

Aufgabe 5 (4P)

Löse das TSP mit der MST-Heuristik und dem Startknoten A.



Aufgabe 6 (2P)

(a) Beschreibe einen Vorteil der Nearest-Neighbor-Heuristik gegenüber der MST-Heuristik.

(b) Beschreibe einen Vorteil der der Brute Force-Methode gegenüber der Nearest-Neighbor-Heuristik.

Aufgabe 7 (2P)

Eine Person geht mit einer Einkaufsliste in den Supermarkt, sucht die Artikel auf der Liste, legt sie in den Einkaufwagen und streicht sie von der Liste ab. Untersuche kritisch, ob es sich bei dieser Tätigkeit um einen Algorithmus handelt und verwende Fachbegriffe.

Aufgabe 8 (2P)

Zeige schrittweise, wie der klassische euklidsche Algorithmus $\mathrm{ggT}(30, 12)$ berechnet.

Aufgabe 9 (2P)

Zeige schrittweise, wie der moderne euklidsche Algorithmus $\mathrm{ggT}(32, 18)$ berechnet.

Aufgabe 10 (2P)

Gib die minimale Laufzeitklasse eines Algorithmus in der $O(\dots)$-Schreibweise an, der für die Verarbeitung von n Eingaben $T(n)$ Zeiteinheiten benötigt.

(a) $T(n) = 4n^3 + 2n + 5n^4 + 1$

(b) $T(n) = 5 \cdot 2^{n+1}$

(c) $T(n) = (4n^3 - 3)(5n - 4)(7n^4 - 1)$

(d) $T(n) = \log_2(50n^3)$

Aufgabe 11 (2P)

Ein Programm mit der Laufzeitkomplexität $O(n^2)$ liegt, benötigt für die Verarbeitung von $n = 100$ Eingaben etwa 3 Sekunden. Wie lange benötigt dasselbe Programm auf demselben Computer für $n = 300$ Eingaben?