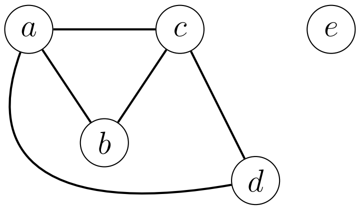
Aufgabe 1



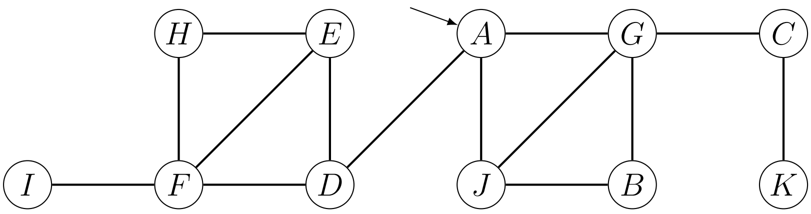
(a) Adjazenzmatrix

	a	b	c	d	e
a	0	1	1	1	0
b	1	0	1	0	0
c	1	1	0	1	0
d	1	0	1	0	0
e	0	0	0	0	0

(b) Adjazenzliste

von	nach
a	b, c, d
b	a, c
c	a, b, d
d	a, c
e	

Aufgabe 2



A, D, E, F, H, I, G, B, J, C, K

Aufgabe 3

	A	B	C	D
A	0	5	20	3
B	5	0	2	1
C	20	2	0	4
D	3	1	4	0

(a) NNH mit Start in A:

$A \xrightarrow{3} D \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{20} A$ (Total: 26)

(b) Eine Rundreise mit minimaler Länge:

$A \xrightarrow{5} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} D \xrightarrow{3} A$ (Total: 14)

(c) Eine Rundreise mit maximaler Länge:

$A \xrightarrow{5} B \xrightarrow{1} D \xrightarrow{4} C \xrightarrow{20} A$ (Total: 30)

Aufgabe 4

	A	B	C	D
A	0	7	5	2
B	7	0	9	4
C	5	9	0	6
D	2	4	6	0

Wir beginnen mit Distanzwert $BC = 9$ und testen mit A und D:

$9 = BC \leq BA + AC = 7 + 5 = 12 \quad \text{True}$

$9 = BC \leq BD + DC = 4 + 6 = 10 \quad \text{True}$

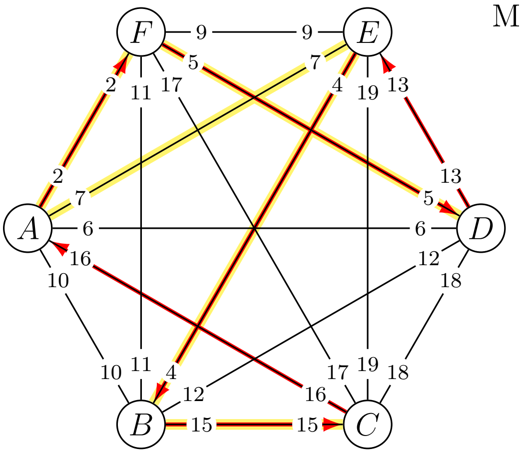
Dann testen wir $AB = 7$ mit den dritten Knoten C und D:

$7 = AB \leq AC + CB = 5 + 9 = 14 \quad \text{True}$

$7 = AB \leq AD + DB = 2 + 4 = 6 \quad \text{False}$

Da (mindestens) eine Dreiecksungleichung verletzt ist, ist die Matrix nicht metrisch.

Aufgabe 5



MST:

A	F, E
B	E, C
C	B
D	F
E	A, B
F	A, D

DFS: $A \xrightarrow{2} F \xrightarrow{5} D \xrightarrow{13} E \xrightarrow{4} B \xrightarrow{15} C \xrightarrow{16} A$ (Total: 55)

eine optimale Tour: $A \xrightarrow{7} E \xrightarrow{4} B \xrightarrow{15} C \xrightarrow{18} D \xrightarrow{5} F \xrightarrow{2} A$ (Total: 51) [War nicht verlangt.]

Aufgabe 6

(a) Beschreibe einen Vorteil der MST-Heuristik gegenüber der Nearest-Neighbor-Heuristik.

Die MST-Heuristik liefert ist im Worst Case eine Lösung, die höchstens doppelt so lang ist, wie eine optimale Rundreise. Für die NNH gibt es keine solche Garantie.

(b) Beschreibe einen Vorteil der Nearest-Neighbor-Heuristik gegenüber der Brute Force-Methode.

Die NNH ist wesentlich schneller (polynomielle Laufzeit) als die Brute Force-Methode mit faktorieller Laufzeit.

Aufgabe 7

(a) Ein Algorithmus ist ein Lösungsverfahren, das

- endlich
- deterministisch (der nächsten Schritt ist eindeutig bestimmt)
- effektiv (die Wirkung jeder Anweisung ist eindeutig)

ist.

(b)
- Ist ein Kochrezept ein Lösungsverfahren? Ja
- Ist ein Kochrezept endlich? Ja
- Ist ein Kochrezept deterministisch? Ja, wenn die Reihenfolge vorgegeben ist.
- Ist ein Kochrezept effektiv? Nicht unbedingt, wenn z.B. Mengenangaben oder Backzeiten nicht genau angegeben werden („Salz nach belieben“ oder „40–50 Minuten bei mittlerer Hitze backen“).

Aufgabe 8

$$\text{ggT}(35,14) = (21,14) = (7,14) \overset{\text{s}}{=} (14,7) = (7,7) = (0,7) \overset{\text{s}}{=} (7,0) = (7,0) = 7$$

Aufgabe 9

$$\text{ggT}(35,14) = (14,7) = (7,0) = 7$$

Aufgabe 10

(a) $T(n) = 4n^2 + 2n + 5n^3 + 1 \in O(n^3)$

Kontrolle: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5n^3 + 4n^2 + 2n + 1}{n^3} = \lim\limits_{n\to\infty} \left(5 + \dfrac{4}{n} + \dfrac{2}{n^2} + \dfrac{1}{n^3}\right) = 5 < \infty$

(b) $T(n) = 5 \cdot 3^{n-1} = 5 \cdot 3^n \cdot 3^{-1} = \frac{5}{3} \cdot 3^n \in O(3^n)$

Kontrolle: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5 \cdot 3^{n-1}}{3^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \left(5 \cdot 3^{-1}\right) = \dfrac{5}{3} < \infty$

(c) $T(n) = 27 \in O(1)$

Kontrolle: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{27}{1} = 27 < \infty$

(d) $T(n) = (4n^2 + 3)(5n - 4)(7n^3 - 6) \in O(n^6)$

(e) Logarithmengesetze:

$T(n) = \log_2(4n^2) = \log_2(4) + 2\log_2(n) \in O(\log_2(n))$