Binärdarstellung von Zahlen Theorie

4. September 2025

- └─1 Etwas Mathematik für die Informatik
 - └ 1.1 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen

Zweierpotenzen

$$\cdots \bigcap_{:2}^{\cdot 2} \frac{1}{16} \bigcap_{:2}^{\cdot 2} \frac{1}{8} \bigcap_{:2}^{\cdot 2} \frac{1}{4} \bigcap_{:2}^{\cdot 2} \frac{1}{2} \bigcap_{:2}^{\cdot 2} 1 \bigcap_{:2}^{\cdot 2} 2 \bigcap_{:2}^{\cdot 2} 4 \bigcap_{:2}^{\cdot 2} 8 \bigcap_{:2}^{\cdot 2} 16 \bigcap_{:2}^{\cdot 2} \cdots$$

Auswendig lernen: 2^{-10} , 2^{-9} , ..., 2^{-1} , 2^{0} , 2^{1} , ... 2^{9} , 2^{10}

▶ Beim Potenzieren wird die Potenz gesucht:

▶ Beim Potenzieren wird die Potenz gesucht:

$$2^3 = 8$$
 Basis^{Exponent} = Potenz

▶ Beim Potenzieren wird die Potenz gesucht:

$$2^3 = 8$$
 Basis Exponent = Potenz

Beim Radizieren wird die Basis gesucht:

▶ Beim Potenzieren wird die Potenz gesucht:

$$2^3 = 8$$
 Basis Exponent = Potenz

▶ Beim Radizieren wird die Basis gesucht:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$
 $\sqrt[\text{Wurzelexponent}]{\text{Potenz}} = \text{Basis}$

▶ Beim Potenzieren wird die Potenz gesucht:

$$2^3 = 8$$
 Basis Exponent = Potenz

▶ Beim Radizieren wird die Basis gesucht:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$
 Wurzelexponent Potenz = Basis

▶ Beim Logarithmieren wird der Exponent gesucht:

▶ Beim Potenzieren wird die Potenz gesucht:

$$2^3 = 8$$
 Basis Exponent = Potenz

▶ Beim Radizieren wird die Basis gesucht:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$
 Wurzelexponent Potenz = Basis

Beim Logarithmieren wird der Exponent gesucht:

$$log_2(8) = 3$$
 $log_{Basis}(Numerus) = Logarithmus$

[sprich: Der Logarithmus von 8 zur Basis 2 ist 3]

(a)
$$2^8 =$$

(b)
$$2^{-3} =$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} =$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} =$$

(e)
$$\log_7(49) =$$

(f)
$$\log_2(16) =$$

(g)
$$\log_5(125) =$$

(h)
$$\log_{10}(100) =$$

(i)
$$\log_{10}(10) =$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} =$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} =$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} =$$

(e)
$$\log_7(49) =$$

(f)
$$\log_2(16) =$$

(g)
$$\log_5(125) =$$

(h)
$$\log_{10}(100) =$$

(i)
$$\log_{10}(10) =$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} =$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} =$$

(e)
$$\log_7(49) =$$

(f)
$$\log_2(16) =$$

(g)
$$\log_5(125) =$$

(h)
$$\log_{10}(100) =$$

(i)
$$\log_{10}(10) =$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} =$$

(e)
$$\log_7(49) =$$

(f)
$$\log_2(16) =$$

(g)
$$\log_5(125) =$$

(h)
$$\log_{10}(100) =$$

(i)
$$\log_{10}(10) =$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) =$$

(f)
$$\log_2(16) =$$

(g)
$$\log_5(125) =$$

(h)
$$\log_{10}(100) =$$

(i)
$$\log_{10}(10) =$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) =$$

(g)
$$\log_5(125) =$$

(h)
$$\log_{10}(100) =$$

(i)
$$\log_{10}(10) =$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) = 4$$

(g)
$$\log_5(125) =$$

(h)
$$\log_{10}(100) =$$

(i)
$$\log_{10}(10) =$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) = 4$$

(g)
$$\log_5(125) = 3$$

(h)
$$\log_{10}(100) =$$

(i)
$$\log_{10}(10) =$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) = 4$$

(g)
$$\log_5(125) = 3$$

(h)
$$\log_{10}(100) = 2$$

(i)
$$\log_{10}(10) =$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) = 4$$

(g)
$$\log_5(125) = 3$$

(h)
$$\log_{10}(100) = 2$$

(i)
$$\log_{10}(10) = 1$$

(j)
$$\log_{10}(1) =$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) = 4$$

(g)
$$\log_5(125) = 3$$

(h)
$$\log_{10}(100) = 2$$

(i)
$$\log_{10}(10) = 1$$

(j)
$$\log_{10}(1) = 0$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) =$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) = 4$$

(g)
$$\log_5(125) = 3$$

(h)
$$\log_{10}(100) = 2$$

(i)
$$\log_{10}(10) = 1$$

(j)
$$\log_{10}(1) = 0$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) = -1$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) =$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) = 4$$

(g)
$$\log_5(125) = 3$$

(h)
$$\log_{10}(100) = 2$$

(i)
$$\log_{10}(10) = 1$$

(j)
$$\log_{10}(1) = 0$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) = -1$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) = -2$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) =$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) = 4$$

(g)
$$\log_5(125) = 3$$

(h)
$$\log_{10}(100) = 2$$

(i)
$$\log_{10}(10) = 1$$

(j)
$$\log_{10}(1) = 0$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) = -1$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) = -2$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) = -5$$

(n)
$$\log_1(1) =$$

(a)
$$2^8 = 64$$

(b)
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

(c)
$$\sqrt[3]{125} = 5$$

(d)
$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

(e)
$$\log_7(49) = 2$$

(f)
$$\log_2(16) = 4$$

(g)
$$\log_5(125) = 3$$

(h)
$$\log_{10}(100) = 2$$

(i)
$$\log_{10}(10) = 1$$

(j)
$$\log_{10}(1) = 0$$

(k)
$$\log_{10}(0.1) = -1$$

(I)
$$\log_{10}(0.01) = -2$$

(m)
$$\log_2(\frac{1}{32}) = -5$$

(n)
$$\log_1(1) = \text{nicht def.}$$

- \triangleright |x| ist die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.
- \triangleright [x] ist die kleinste ganze Zahl, die grösser oder gleich x ist.

(a)
$$|1.7| =$$

(b)
$$[1.7] =$$

(b)
$$|1.7| =$$

(c)
$$[-1.7] =$$

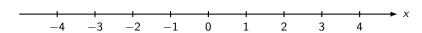
(d)
$$[-1.7] =$$

(e)
$$|3| =$$

(f)
$$[3] =$$

(g)
$$|-3| =$$

(h)
$$[-3] =$$



- \triangleright |x| ist die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.
- \triangleright [x] ist die kleinste ganze Zahl, die grösser oder gleich x ist.

(a)
$$|1.7| = 1$$

$$[1.7] =$$

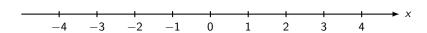
(c)
$$|-1.7| =$$

(d)
$$[-1.7] =$$

(e)
$$|3| =$$

(g)
$$[-3] =$$

(h)
$$[-3] =$$



- \triangleright |x| ist die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.
- \triangleright [x] ist die kleinste ganze Zahl, die grösser oder gleich x ist.

(a)
$$|1.7| = 1$$

(b)
$$[1.7] = 2$$

(b)
$$|1.7| = 2$$

(c)
$$|-1.7| =$$

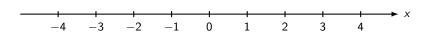
(d)
$$[-1.7] =$$

(e)
$$|3| =$$

(f)
$$[3] =$$

(g)
$$[-3] =$$

(h)
$$[-3] =$$



- \triangleright |x| ist die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.
- \triangleright [x] ist die kleinste ganze Zahl, die grösser oder gleich x ist.

(a)
$$|1.7| = 1$$

(b)
$$\lceil 1.7 \rceil = 2$$

(c)
$$|-1.7| = -2$$

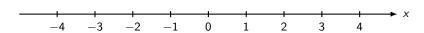
(d)
$$[-1.7] =$$

(e)
$$|3| =$$

(f)
$$[3] =$$

(g)
$$|-3| =$$

(h)
$$[-3] =$$



- \triangleright $\lfloor x \rfloor$ ist die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.
- \triangleright [x] ist die kleinste ganze Zahl, die grösser oder gleich x ist.

(a)
$$|1.7| = 1$$

(b)
$$[1.7] = 2$$

(b)
$$|1.7| = 2$$

(c)
$$\lfloor -1.7 \rfloor = -2$$

(d)
$$[-1.7] = -1$$

(e)
$$|3| =$$

(f)
$$[3] =$$

(g)
$$[-3] =$$

(h)
$$[-3] =$$

- \triangleright |x| ist die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.
- \triangleright [x] ist die kleinste ganze Zahl, die grösser oder gleich x ist.

(a)
$$|1.7| = 1$$

(b)
$$[1.7] = 2$$

(c)
$$|-1.7| = -2$$

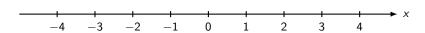
(d)
$$[-1.7] = -1$$

(e)
$$|3| = 3$$

(f)
$$[3] =$$

(g)
$$[-3] =$$

(h)
$$[-3] =$$



- \triangleright |x| ist die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.
- \triangleright [x] ist die kleinste ganze Zahl, die grösser oder gleich x ist.

(a)
$$|1.7| = 1$$

(b)
$$[17] - 2$$

(b)
$$\lceil 1.7 \rceil = 2$$

(c)
$$|-1.7| = -2$$

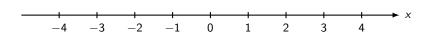
(d)
$$[-1.7] = -1$$

(e)
$$|3| = 3$$

(f)
$$[3] = 3$$

(g)
$$[-3] =$$

(h)
$$[-3] =$$



- \triangleright $\lfloor x \rfloor$ ist die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.
- \triangleright [x] ist die kleinste ganze Zahl, die grösser oder gleich x ist.

(a)
$$|1.7| = 1$$

(b)
$$[1.7] = 2$$

(c)
$$|-1.7| = -2$$

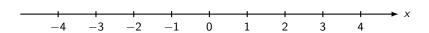
(d)
$$[-1.7] = -1$$

(e)
$$|3| = 3$$

(f)
$$[3] = 3$$

(g)
$$|-3| = -3$$

(h)
$$[-3] =$$



- \triangleright $\lfloor x \rfloor$ ist die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.
- \triangleright [x] ist die kleinste ganze Zahl, die grösser oder gleich x ist.

(a)
$$|1.7| = 1$$

(b)
$$[1.7] = 2$$

(c)
$$|-1.7| = -2$$

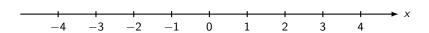
(d)
$$[-1.7] = -1$$

(e)
$$|3| = 3$$

(f)
$$[3] = 3$$

(g)
$$|-3| = -3$$

(h)
$$[-3] = -3$$



└ 1.3 Der Divisionsrest

Sind a und b natürliche Zahlen und $b \neq 0$, so definieren wir den Divisionsrest a mod b [sprich: "a modulo b"] wie folgt:

$$a \mod b = a - \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor \cdot b$$

- (a) $7 \mod 3 =$
- (b) $14 \mod 5 =$
- (c) $9 \mod 13 =$
- (d) $18 \mod 6 =$
- (d) $0 \mod 4 =$

(a)
$$7 \mod 3 = 7 - \left| \frac{7}{3} \right| \cdot 3 = 7 - 2 \cdot 3 = 1$$

- (b) $14 \mod 5 =$
- (c) $9 \mod 13 =$
- (d) $18 \mod 6 =$
- (d) $0 \mod 4 =$

(a)
$$7 \mod 3 = 7 - \left| \frac{7}{3} \right| \cdot 3 = 7 - 2 \cdot 3 = 1$$

(b)
$$14 \mod 5 = 14 - \left| \frac{14}{5} \right| \cdot 5 = 14 - 2 \cdot 5 = 4$$

(c)
$$9 \mod 13 =$$

(d)
$$18 \mod 6 =$$

(d)
$$0 \mod 4 =$$

(a)
$$7 \mod 3 = 7 - \left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor \cdot 3 = 7 - 2 \cdot 3 = 1$$

(b)
$$14 \mod 5 = 14 - \left| \frac{14}{5} \right| \cdot 5 = 14 - 2 \cdot 5 = 4$$

(c) 9 mod
$$13 = 9 - \left| \frac{9}{13} \right| \cdot 13 = 9 - 0 \cdot 13 = 9$$

(d)
$$18 \mod 6 =$$

(d)
$$0 \mod 4 =$$

(a)
$$7 \mod 3 = 7 - \left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor \cdot 3 = 7 - 2 \cdot 3 = 1$$

(b)
$$14 \mod 5 = 14 - \left\lfloor \frac{14}{5} \right\rfloor \cdot 5 = 14 - 2 \cdot 5 = 4$$

(c)
$$9 \mod 13 = 9 - \left| \frac{9}{13} \right| \cdot 13 = 9 - 0 \cdot 13 = 9$$

(d)
$$18 \mod 6 = 18 - \left\lfloor \frac{18}{6} \right\rfloor \cdot 6 = 18 - 3 \cdot 6 = 0$$

(d) $0 \mod 4 =$

(a)
$$7 \mod 3 = 7 - \left| \frac{7}{3} \right| \cdot 3 = 7 - 2 \cdot 3 = 1$$

(b)
$$14 \mod 5 = 14 - \left| \frac{14}{5} \right| \cdot 5 = 14 - 2 \cdot 5 = 4$$

(c)
$$9 \mod 13 = 9 - \left| \frac{9}{13} \right| \cdot 13 = 9 - 0 \cdot 13 = 9$$

(d)
$$18 \mod 6 = 18 - \left| \frac{18}{6} \right| \cdot 6 = 18 - 3 \cdot 6 = 0$$

(d)
$$0 \mod 4 = 0 - \left| \frac{0}{4} \right| \cdot 4 = 0 - 0 = 0$$

Alphabete

Ein Alphabet Σ ist eine endliche, nicht leere Menge von Symbolen. Beispiele:

- $ightharpoonup \Sigma = \{a, b, \dots, z\}$ (lateinische Kleinbuchstaben)
- $\blacktriangleright \ \Sigma = \{0,1,2,\ldots,9\} \ (\text{Menge der Ziffern im Dezimalsystem})$
- $ightharpoonup \Sigma = \{0,1\}$ (binäres Alphabet)

Wörter

Ist Σ ein Alphabet und k eine natürliche Zahl, dann ist ein Wort w der Länge k eine Folge von k Symbolen aus Σ . Beispiele:

- 011010 (Wort der Länge 6 aus dem binären Alphabet)
- abcdda (Wort der Länge 6 aus dem Kleinbuchstaben-Alphabet)

Das spezielle Wort, das aus keinem Symbol besteht (also die Länge k=0 hat), wird das leere Wort genannt und mit ε bezeichnet.

Betragszeichen |w| um ein Wort w bezeichnen die Länge eines Worts. *Beispiele:*

(a)
$$|0101|=4$$
 (c) $|\mathsf{ACGTTCG}|=$ (b) $|\varepsilon|=0$ 7

Anzahl der Wörter der Länge k

Wie viele Wörter der Länge k lassen sich aus einem Alphabet Σ mit n Zeichen bilden?

- ► Für das 1-te Element gibt es *n* Auswahlmöglichkeiten
- ► Für das 2-te Element gibt es n Auswahlmöglichkeiten
- **.**..
- ► Für das k-te Element gibt es n Auswahlmöglichkeiten

insgesamt:

$$\underbrace{n \cdot n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k \text{ Faktoren}} = n^k \text{ Möglichkeiten}$$

(a)
$$\Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$$
, $k = 5$

(b)
$$\Sigma = \{A, B, C, ..., Z\}, k = 2$$

(c)
$$\Sigma = \{0, 1\}, k = 8$$

└─1.4 Formale Sprachen

Beispiele

(a)
$$\Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 9\}, k = 5$$

Es gibt $10^5 = 100\,000$ Wörter

(b)
$$\Sigma = \{A, B, C, ..., Z\}, k = 2$$

(c)
$$\Sigma = \{0, 1\}, k = 8$$

(a)
$$\Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$$
, $k = 5$
Es gibt $10^5 = 100\,000$ Wörter

(b)
$$\Sigma = \{A, B, C, ..., Z\}, k = 2$$

Es gibt $26^2 = 676$ Wörter

(c)
$$\Sigma = \{0, 1\}, k = 8$$

(a)
$$\Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$$
, $k = 5$
Es gibt $10^5 = 100\,000$ Wörter

(b)
$$\Sigma = \{A, B, C, ..., Z\}, k = 2$$

Es gibt $26^2 = 676$ Wörter

(c)
$$\Sigma = \{0, 1\}, k = 8$$

Es gibt $2^8 = 256$ Wörter

└ 1 Etwas Mathematik für die Informatik

└ 1.4 Formale Sprachen

Formale Sprachen

Eine formale Sprache L über einem Alphabet Σ ist eine Teilmenge der Menge aller Wörter, die aus den Zeichen von Σ gebildet werden können.

└ 1.4 Formale Sprachen

Beispiele formaler Sprachen

(a) Die Menge aller Wörter der Länge 4 aus $\Sigma = \{0,1\}$ mit einer geraden Anzahl Einsen.

└ 1.4 Formale Sprachen

Beispiele formaler Sprachen

(a) Die Menge aller Wörter der Länge 4 aus $\Sigma = \{0,1\}$ mit einer geraden Anzahl Einsen.

```
L = \{0000, 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100, 1111\}
```

(a) Die Menge aller Wörter der Länge 4 aus $\Sigma = \{0,1\}$ mit einer geraden Anzahl Einsen.

$$L = \{0000, 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100, 1111\}$$

(b) Die Menge aller zweistelligen Zahlen mit Ziffern aus $\Sigma = \{0,1,2,\ldots,9\}.$

(a) Die Menge aller Wörter der Länge 4 aus $\Sigma = \{0,1\}$ mit einer geraden Anzahl Einsen.

$$L = \{0000, 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100, 1111\}$$

(b) Die Menge aller zweistelligen Zahlen mit Ziffern aus $\Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 9\}.$

$$L = \{10, 11, 12, \dots, 19, 20, 21, \dots, 98, 99\}$$

(a) Die Menge aller Wörter der Länge 4 aus $\Sigma = \{0,1\}$ mit einer geraden Anzahl Einsen.

$$L = \{0000, 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100, 1111\}$$

(b) Die Menge aller zweistelligen Zahlen mit Ziffern aus $\Sigma = \{0,1,2,\dots,9\}.$

$$L = \{10, 11, 12, \dots, 19, 20, 21, \dots, 98, 99\}$$

(c) Die Menge aller Wörter aus den Zeichen von $\Sigma = \{I,V,X,L,C,D,M\}, \text{ die eine römische Zahl darstellen}.$

(a) Die Menge aller Wörter der Länge 4 aus $\Sigma = \{0,1\}$ mit einer geraden Anzahl Einsen.

$$L = \{0000, 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100, 1111\}$$

(b) Die Menge aller zweistelligen Zahlen mit Ziffern aus $\Sigma = \{0,1,2,\dots,9\}.$

$$L = \{10, 11, 12, \dots, 19, 20, 21, \dots, 98, 99\}$$

(c) Die Menge aller Wörter aus den Zeichen von $\Sigma = \{I, V, X, L, C, D, M\}$, die eine römische Zahl darstellen. $L = \{I, II, III, IV, V, ...\}$

(a) Die Menge aller Wörter der Länge 4 aus $\Sigma = \{0,1\}$ mit einer geraden Anzahl Einsen.

$$L = \{0000, 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100, 1111\}$$

(b) Die Menge aller zweistelligen Zahlen mit Ziffern aus $\Sigma = \{0,1,2,\ldots,9\}.$

$$L = \{10, 11, 12, \dots, 19, 20, 21, \dots, 98, 99\}$$

(c) Die Menge aller Wörter aus den Zeichen von $\Sigma = \{I, V, X, L, C, D, M\}$, die eine römische Zahl darstellen. $L = \{I, II, III, IV, V, ...\}$

(c) Die Menge der Morsezeichen mit $\Sigma = \{\cdot, -\}$.

(a) Die Menge aller Wörter der Länge 4 aus $\Sigma = \{0,1\}$ mit einer geraden Anzahl Einsen.

$$L = \{0000, 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100, 1111\}$$

(b) Die Menge aller zweistelligen Zahlen mit Ziffern aus $\Sigma = \{0,1,2,\ldots,9\}.$

$$L = \{10, 11, 12, \dots, 19, 20, 21, \dots, 98, 99\}$$

(c) Die Menge aller Wörter aus den Zeichen von $\Sigma = \{I, V, X, L, C, D, M\}$, die eine römische Zahl darstellen. $L = \{I, II, III, IV, V, ...\}$

(c) Die Menge der Morsezeichen mit $\Sigma = \{\cdot, -\}$.

$$L = \{\cdot, -, \cdot\cdot, \cdot-, -\cdot, --, usw.\}$$



Codes

Ein Code ist eine Abbildung, die jedem Wort w_1 einer Sprache L_1 umkehrbar eindeutig ein Wort w_2 einer Sprache L_2 zuordnet. Dabei darf auch $L_1 = L_2$ gelten.

Der Morsecode ordnet den 26 lateinischen Buchstaben, den 10 Ziffern und einigen Sonderzeichen jeweils eine eindeutige Folge von Punkten und Strichen zu.

Α	•
В	
:	:
Z	

0	
1	•
:	:
9	

,	
:	:
0	

Bei einer monoalphabetischen Substitutionschiffre werden Wörter der Länge 1 (Zeichen) durch andere Wörter der Länge 1 ersetzt.

Klartextalphabet: ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ Geheimtextalphabet: YPATCEDJLBFZKOSUNGHXIQMVRW

DASISTEINEGEHEIMEBOTSCHAFT

TYHLHXCLOCDCJCLKCPSXHAJYEX

Ist dieser Code sicher?

Bei einer monoalphabetischen Substitutionschiffre werden Wörter der Länge 1 (Zeichen) durch andere Wörter der Länge 1 ersetzt.

Klartextalphabet: ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ Geheimtextalphabet: YPATCEDJLBFZKOSUNGHXIQMVRW

DASISTEINEGEHEIMEBOTSCHAFT

TYHLHXCLOCDCJCLKCPSXHAJYEX

Ist dieser Code sicher?

Nein, denn die Zeichenhäufigkeiten bleiben erhalten. Siehe:

https://de.wikipedia.org/wiki/Buchstabenhäufigkeit

Polizeicodes (USA): https://en.wikipedia.org/wiki/Police_code

Das Bit

Ein *Bit* (von engl. <u>bi</u>nary digi<u>t</u>) ist die Informationsmenge, die durch eine Binärziffer dargestellt werden kann. Beispiele:

- die Position eines Ein-Aus-Schalters
- die Antwort auf eine Ja-Nein-Frage
- die Information, ob eine Aussage wahr oder falsch ist

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1		
2		
3		
n		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	
2		
3		
n		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	$2^1 = 2$
2		
3		
n		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	$2^1 = 2$
2	00, 01, 10, 11	
3		
n		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	$2^1 = 2$
2	00, 01, 10, 11	$2^2 = 4$
3		
n		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	$2^1 = 2$
2	00, 01, 10, 11	$2^2 = 4$
3	000, 001,, 111	
n		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	$2^1 = 2$
2	00, 01, 10, 11	$2^2 = 4$
3	000, 001,, 111	$2^3 = 8$
n		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	$2^1 = 2$
2	00, 01, 10, 11	$2^2 = 4$
3	000, 001,, 111	$2^3 = 8$
п		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	$2^1 = 2$
2	00, 01, 10, 11	$2^2 = 4$
3	000, 001,, 111	$2^3 = 8$
n		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	$2^1 = 2$
2	00, 01, 10, 11	$2^2 = 4$
3	000, 001,, 111	$2^3 = 8$
n		

Anzahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
1	0, 1	$2^1 = 2$
2	00, 01, 10, 11	$2^2 = 4$
3	000, 001,, 111	$2^3 = 8$
n		2 ⁿ

Informationsmenge

An	zahl Bit	Zustände	Anzahl Zustände
	1	0, 1	$2^1 = 2$
	2	00, 01, 10, 11	$2^2 = 4$
	3	000, 001,, 111	$2^3 = 8$
	n		2 ⁿ

Um aus der Anzahl der Zustände a die Anzahl Bits n zu berechnen, muss der Zweierlogarithmus von a bestimmt werden.

$$2^n = a \Leftrightarrow n = \log_2 a$$

Falls a keine Zweierpotenz ist muss das Resultat aufgerundet werden, da keine halben Bits möglich sind. Dann gilt:

$$n = \lceil \log_2 a \rceil$$

Augenzahl	Binärcode
•	

	1
Augenzahl	Binärcode
•	000
\cdot	
$\mathbf{::}$	

Augenzahl	Binärcode
•	000
	001
\cdot	

	1
Augenzahl	Binärcode
•	000
	001
•	010
$\mathbf{:}$	

Augenzahl	Binärcode
•	000
	001
·	010
	011

Augenzahl	Binärcode
•	000
	001
••	010
	011
	100

Augenzahl	Binärcode
·	000
	001
••	010
	011
	100
	101

Bezeichnungen

 $8 \; \mathsf{Bits} = 1 \; \mathsf{Byte}$

```
10^3 Byte =
10^6 Byte =
10^9 Byte =
10^{12} Byte =
10^{15} Byte =
10^{18} Byte =
10^{21} \text{ Byte } =
10^{24} Byte =
```

```
10^3 Byte = 1 Kilobyte (kB)
10^6 Byte =
10^9 Byte =
10^{12} \text{ Byte } =
10^{15} \, \text{Byte} =
10^{18} Byte =
10^{21} \text{ Byte } =
10^{24} \text{ Byte } =
```

```
10^3 Byte = 1 Kilobyte (kB)
10^6 Byte = 1 Megabyte (MB)
10^9 Byte =
10^{12} \text{ Byte } =
10^{15} Byte =
10^{18} Byte =
10^{21} \text{ Byte } =
10^{24} \text{ Byte } =
```

```
10^3 Byte = 1 Kilobyte (kB)
10^6 Byte = 1 Megabyte (MB)
10^9 Byte = 1 Gigabyte (GB)
10^{12} \text{ Byte } =
10^{15} Byte =
10^{18} Byte =
10^{21} \text{ Byte } =
10^{24} Byte =
```

```
10^3 Byte = 1 Kilobyte (kB)
10^6 Byte = 1 Megabyte (MB)
10^9 Byte = 1 Gigabyte (GB)
10^{12} Byte = 1 Terabyte (TB)
10^{15} \, \text{Byte} =
10^{18} Byte =
10^{21} \text{ Byte } =
10^{24} \text{ Byte } =
```

```
10^3 Byte = 1 Kilobyte (kB)
10^6 Byte = 1 Megabyte (MB)
10^9 Byte = 1 Gigabyte (GB)
10^{12} Byte = 1 Terabyte (TB)
10^{15} Byte = 1 Petabyte (PB)
10^{18} Byte =
10^{21} \text{ Byte } =
10^{24} \, \text{Byte} =
```

```
10^3 Byte = 1 Kilobyte (kB)
10^6 Byte = 1 Megabyte (MB)
10^9 Byte = 1 Gigabyte (GB)
10^{12} Byte = 1 Terabyte (TB)
10^{15} Byte = 1 Petabyte (PB)
10^{18} Byte = 1 Exabyte (EB)
10^{21} Byte =
10^{24} \, \text{Byte} =
```

```
10^3 Byte = 1 Kilobyte (kB)
10^6 Byte = 1 Megabyte (MB)
10^9 Byte = 1 Gigabyte (GB)
10^{12} Byte = 1 Terabyte (TB)
10^{15} Byte = 1 Petabyte (PB)
10^{18} Byte = 1 Exabyte (EB)
10^{21} Byte = 1 Zettabyte (ZB)
10^{24} \, \text{Byte} =
```

```
10^3 Byte = 1 Kilobyte (kB)
10^6 Byte = 1 Megabyte (MB)
10^9 Byte = 1 Gigabyte (GB)
10^{12} Byte = 1 Terabyte (TB)
10^{15} Byte = 1 Petabyte (PB)
10^{18} Byte = 1 Exabyte (EB)
10^{21} Byte = 1 Zettabyte (ZB)
10^{24} Byte = 1 Yottabyte (YB)
```

```
1024 Byte =
1024 KiB =
1024 MiB =
1024 GiB =
1024 TiB =
1024 PiB =
1024 EiB =
```

```
1024 Byte = 1 Kilobinary Byte (KiB)

1024 KiB =

1024 MiB =

1024 GiB =

1024 TiB =

1024 PiB =

1024 EiB =

1024 7iB =
```

```
1024 Byte = 1 Kilobinary Byte (KiB)

1024 KiB = 1 Megabinary Byte (MiB)

1024 MiB =

1024 GiB =

1024 TiB =

1024 PiB =

1024 EiB =

1024 7iB =
```

```
1024 Byte = 1 Kilobinary Byte (KiB)

1024 KiB = 1 Megabinary Byte (MiB)

1024 MiB = 1 Gigabinary Byte (GiB)

1024 GiB =

1024 TiB =

1024 PiB =

1024 EiB =

1024 7iB =
```

```
1024 Byte = 1 Kilobinary Byte (KiB)

1024 KiB = 1 Megabinary Byte (MiB)

1024 MiB = 1 Gigabinary Byte (GiB)

1024 GiB = 1 Terabinary Byte (TiB)

1024 TiB =

1024 PiB =

1024 EiB =

1024 7iB =
```

```
1024 Byte = 1 Kilobinary Byte (KiB)

1024 KiB = 1 Megabinary Byte (MiB)

1024 MiB = 1 Gigabinary Byte (GiB)

1024 GiB = 1 Terabinary Byte (TiB)

1024 TiB = 1 Petabinary Byte (PiB)

1024 PiB =

1024 EiB =

1024 7iB =
```

```
1024 Byte = 1 Kilobinary Byte (KiB)

1024 KiB = 1 Megabinary Byte (MiB)

1024 MiB = 1 Gigabinary Byte (GiB)

1024 GiB = 1 Terabinary Byte (TiB)

1024 TiB = 1 Petabinary Byte (PiB)

1024 PiB = 1 Exabinary Byte (EiB)

1024 EiB =

1024 ZiB =
```

```
1024 Byte = 1 Kilobinary Byte (KiB)

1024 KiB = 1 Megabinary Byte (MiB)

1024 MiB = 1 Gigabinary Byte (GiB)

1024 GiB = 1 Terabinary Byte (TiB)

1024 TiB = 1 Petabinary Byte (PiB)

1024 PiB = 1 Exabinary Byte (EiB)

1024 EiB = 1 Zettabinary Byte (ZiB)

1024 ZiB =
```

```
1024 Byte = 1 Kilobinary Byte (KiB)

1024 KiB = 1 Megabinary Byte (MiB)

1024 MiB = 1 Gigabinary Byte (GiB)

1024 GiB = 1 Terabinary Byte (TiB)

1024 TiB = 1 Petabinary Byte (PiB)

1024 PiB = 1 Exabinary Byte (EiB)

1024 EiB = 1 Zettabinary Byte (ZiB)

1024 ZiB = 1 Yottabinary Byte (YiB)
```

Faustformel für die Umrechung

$$2^{10} = 1024 \approx 1000 = 10^3$$

Aus der Gebrauchsanweisung einer USB-Harddisk

Ein Gigabyte (GB) bedeutet $10^9 = 1\,000\,000\,000$ Byte und ein Terabyte (TB) bedeutet $10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$ Byte unter Verwendung von Zehnerpotenzen. Das Computerbetriebssystem zeigt die Speicherkapazität jedoch in der Form von "2 hoch" als

$$1 \text{ GiB} = 2^{30} = 1073741824 \text{ Byte und}$$

$$1 \text{ TiB} = 2^{40} = 1099511627776$$
 Byte

an, was zu einem geringeren Wert führt. Die verfügbare Speicherkapazität variiert je nach Dateigrösse, Formatierung, Einstellungen, Software und Betriebssystem sowie anderen Faktoren.

Das Dezimalsystem ist ein Stellenwertsystem (Positionssystem) zur Basis 10. Das bedeutet, dass eine Ziffer neben ihrem eigenen Wert noch einen Wert erhält, der durch ihre Position innerhalb der Zahl gegeben ist.

Dezimalziffer	6	9	3
Stellenwert			

Dezimalziffer	6	9	3
Stellenwert			10 ⁰

Dezimalziffer	6	9	3
Stellenwert		10 ¹	10 ⁰

Dezimalziffer	6	9	3
Stellenwert	10 ²	10 ¹	10 ⁰

Dezimalziffer	6	9	3
Stellenwert	10 ²	10 ¹	10 ⁰
			1

└3.1 Das Dezimalsystem

Beispiel 3.1

Wie bildet man eine Zahl aus ihren Ziffern?

Dezimalziffer	6	9	3
Stellenwert	10 ²	10 ¹	10 ⁰
		10	1

Wie bildet man eine Zahl aus ihren Ziffern?

Dezimalziffer	6	9	3
Stellenwert	10 ²	10 ¹	10 ⁰
	100	10	1

Wie bildet man eine Zahl aus ihren Ziffern?

Dezimalziffer	6	9	3
Stellenwert	10 ²	10 ¹	10 ⁰
	100	10	1

$$693 = 3 \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^2$$

Wie gewinnt man die Ziffern aus einer Zahl?

 $693 \hspace{0.1in} : \hspace{0.1in} 10 \hspace{0.1in} = \hspace{0.1in} \mathsf{Rest}$

: 10 = Rest

Wie gewinnt man die Ziffern aus einer Zahl?

693 : 10 = 69 Rest

: 10 = Rest

Wie gewinnt man die Ziffern aus einer Zahl?

693 : 10 = 69 Rest 3

: 10 = Rest

Wie gewinnt man die Ziffern aus einer Zahl?

693 : 10 = 69 Rest 3

69: 10 = Rest

Wie gewinnt man die Ziffern aus einer Zahl?

693 : 10 = 69 Rest 3

69: 10 = 6 Rest

Wie gewinnt man die Ziffern aus einer Zahl?

693 : 10 = 69 Rest 3

Wie gewinnt man die Ziffern aus einer Zahl?

```
693 : 10 = 69 \text{ Rest } 3
```

Wie gewinnt man die Ziffern aus einer Zahl?

```
693 : 10 = 69 \text{ Rest } 3
```

 $69 \hspace{0.1cm} : \hspace{0.1cm} 10 \hspace{0.1cm} = \hspace{0.1cm} 6 \hspace{0.1cm} \text{Rest} \hspace{0.1cm} \hspace{0.1cm} 9$

6 : 10 = 0 Rest

Wie gewinnt man die Ziffern aus einer Zahl?

```
693 : 10 = 69 \text{ Rest } 3
```

$$69 \hspace{0.1in} : \hspace{0.1in} 10 \hspace{0.1in} = \hspace{0.1in} 6 \hspace{0.1in} \text{Rest} \hspace{0.1in} 9$$

$$6 : 10 = 0 Rest 6$$

Das Binärsystem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.

Bekanntlich werden Zahlen im Dezimalsystem aus den zehn Ziffern 0 bis 9 gebildet. Entsprechend werden Zahlen im Binärsystem aus den zwei Ziffern 0 und 1 gebildet.

Wenn nicht aus dem Kontext hervorgeht, welche Basis einer Zahl zu grunde liegt, kennzeichnet man sie mit einem entsprechenden Index.

Beispiele: 101₁₀, 101₂ oder 235₆.

Analog zum Beispiel 3.1 erhalten wir:

$$1011_2 =$$

Analog zum Beispiel 3.1 erhalten wir:

$$1011_2 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 =$$

Analog zum Beispiel 3.1 erhalten wir:

$$1011_2 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 1 + 2 + 8 = 11_{10}$$

Rechne die Binärzahl 10000101_2 ins Dezimalsystem um.

 $10000101_2 =$

$$10000101_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^2$$

$$10000101_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0$$

$$10000101_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 =$$

$$10000101_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 128 + 4 + 1 =$$

$$10000101_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 128 + 4 + 1 = 133$$

Die Umrechnung erfolgt analog zum Beispiel 3.2.

293 : 2 = Rest

Die Umrechnung erfolgt analog zum Beispiel 3.2.

293 : 2 = 146 Rest

: 2 = Rest

Die Umrechnung erfolgt analog zum Beispiel 3.2.

293 : 2 = 146 Rest 1

: 2 = Rest

Die Umrechnung erfolgt analog zum Beispiel 3.2.

293 : 2 = 146 Rest 1

146 : 2 = Rest

Die Umrechnung erfolgt analog zum Beispiel 3.2.

293 : 2 = 146 Rest 1

146 : 2 = 73 Rest

: 2 = Rest

Die Umrechnung erfolgt analog zum Beispiel 3.2.

293 : 2 = 146 Rest 1

146 : 2 = 73 Rest 0

: 2 = Rest

z = Rest

: 2 = Rest

Die Umrechnung erfolgt analog zum Beispiel 3.2.

293 : 2 = 146 Rest 1

146 : 2 = 73 Rest 0

73 : 2 = Rest

. 2 — 11031

```
293 : 2 = 146 \text{ Rest } 1
```

$$146 : 2 = 73 \text{ Rest } 0$$

$$73 : 2 = 36 \text{ Rest}$$

$$: 2 = Rest$$

```
293 : 2 = 146 \text{ Rest } 1
```

$$146 : 2 = 73 \text{ Rest } 0$$

$$73 : 2 = 36 \text{ Rest } 1$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = \text{Rest}$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

```
293
     2 =
            146
                Rest 1
```

$$146 : 2 = 73 \text{ Rest } 0$$

$$73 : 2 = 36 \text{ Rest } 1$$

$$36 : 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

```
293 : 2 = 146 \text{ Rest } 1
```

$$146 : 2 = 73 \text{ Rest } 0$$

$$73 : 2 = 36 \text{ Rest } 1$$

$$36$$
: $2 = 18$ Rest

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

$$2 = \text{Rest}$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

```
293 : 2 = 146 \text{ Rest } 1
```

$$146 : 2 = 73 Rest 0$$

$$73 : 2 = 36 \text{ Rest } 1$$

$$36$$
: $2 = 18$ Rest 0

$$: 2 = Rest$$

```
293 : 2 = 146 \text{ Rest } 1
```

$$146 : 2 = 73 \text{ Rest } 0$$

$$73 : 2 = 36 \text{ Rest } 1$$

$$36 : 2 = 18 \text{ Rest } 0$$

$$18 : 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

Die Umrechnung erfolgt analog zum Beispiel 3.2.

Rest

```
293
     2 =
            146
                 Rest 1
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36 : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest
    : 2
                 Rest
      2
                 Rest
      2 =
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
```

2 =

```
293
     2 =
            146
                 Rest 1
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36
   : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest 0
    : 2
                 Rest
      2
                 Rest
      2 =
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
293
     2 =
            146
                 Rest 1
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36 : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest 0
    : 2 =
                 Rest
      2
                 Rest
      2 =
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
293
     2 =
            146
                 Rest 1
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36 : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest 0
    : 2 =
              4
                 Rest
      2
                 Rest
      2 =
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
146
293
     2 =
                 Rest 1
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36
   : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest 0
    : 2 =
              4
                 Rest
      2
                 Rest
      2 =
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
293
     2 =
            146
                 Rest
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36
   : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest 0
   : 2 =
              4
                 Rest
    : 2
                 Rest
      2
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
146
293
     2 =
                 Rest
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36
   : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest 0
   : 2 =
                 Rest
    : 2
                 Rest
      2
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
2
            146
293
                 Rest
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36
   : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest
   : 2 =
                 Rest
     2
                 Rest
                      0
      2
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
2
293
             146
                 Rest
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36
   : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest
   : 2 =
                 Rest
    : 2
                 Rest
                      0
      2
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
2
            146
293
                 Rest
146 : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36
   : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest
   : 2 =
                 Rest
    : 2
                 Rest
                      0
      2
              1
                 Rest
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
2
             146
293
                 Rest
146
   : 2 =
              73
                 Rest 0
73 : 2 =
              36
                 Rest
36
   : 2 =
              18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest
   : 2 =
                 Rest
     2
                 Rest
                       0
      2
               1
                 Rest
                       0
    : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
293
      2
             146
                 Rest
146
   : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
             36
                 Rest
36
   : 2 =
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest
   : 2 =
                 Rest
     2
                 Rest
                      0
   : 2
              1
                 Rest
                      0
   : 2 =
                 Rest
      2 =
                 Rest
```

```
2
293
             146
                 Rest
146
   : 2 =
             73
                 Rest 0
73 : 2 =
              36
                 Rest
36
   : 2 =
              18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest
   : 2 =
                 Rest
     2
                 Rest
                      0
   : 2
                 Rest
                      0
    : 2 =
                 Rest
              0
      2 =
                 Rest
```

```
2
293
             146
                  Rest
146
   : 2 =
              73
                  Rest 0
73
   : 2 =
              36
                  Rest
36
   : 2 =
              18
                  Rest
18
    : 2 =
                  Rest
   : 2
                  Rest
      2
                  Rest
                       0
      2
                  Rest
    : 2 =
               0
                  Rest
      2 =
                  Rest
```

```
2
293
             146
                  Rest
146
   : 2 =
              73
                  Rest 0
73
   : 2 =
              36
                  Rest
36
   : 2 =
              18
                  Rest
18
    : 2
                  Rest
   : 2
                  Rest
      2
                  Rest
                       0
      2
                  Rest
   : 2 =
               0
                  Rest
   : 2 =
                  Rest
```

```
2
293
             146
                  Rest
146
   : 2 =
              73
                  Rest
73
   : 2
              36
                  Rest
36
   : 2 =
              18
                  Rest
 18
    : 2
                  Rest
    : 2
                  Rest
       2
                  Rest
                       0
       2
                  Rest
   : 2 =
                  Rest
               0
   : 2
               0
                  Rest
```

```
2
293
             146
                  Rest
146
   : 2 =
              73
                  Rest
73
   : 2
              36
                  Rest
   : 2 =
              18
36
                  Rest
 18
    : 2
                  Rest
    : 2
                  Rest
       2
                  Rest
                        0
       2
                  Rest
   : 2 =
                  Rest
               0
               0
                  Rest
```

Die Umrechnung erfolgt analog zum Beispiel 3.2.

```
2
293
            146
                 Rest
146
   : 2 =
             73
                 Rest 0
73
   : 2 =
             36
                 Rest
   : 2 =
36
             18
                 Rest
18
    : 2 =
                 Rest 0
   : 2 =
                 Rest
   : 2 =
                 Rest
   : 2 =
                 Rest
 1 : 2 =
              0
                 Rest
              0
                 Rest
```

Reste von unten nach oben gelesen: $293_{10} = 100100101_2$

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 47 im Binärsystem?

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 47 im Binärsystem?

47 : 2 = Rest

└3.2 Das Binärsystem

Beispiel 3.6

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 47 im Binärsystem?

47 : 2 = 23 Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
47 : 2 = 23 Rest 1

: 2 = Rest

: 2 = Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 47 im Binärsystem?

```
47 : 2 = 23 \text{ Rest } 1
```

23 : 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
47 : 2 = 23 Rest 1
23 : 2 = 11 Rest
: 2 = Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
47 : 2 = 23 Rest 1
23 : 2 = 11 Rest 1
: 2 = Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
47 : 2 = 23 Rest 1
23 : 2 = 11 Rest 1
11 : 2 = Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
47 : 2 = 23 Rest 1
23 : 2 = 11 Rest 1
11 : 2 = 5 Rest
: 2 = Rest
: 2 = Rest
: 2 = Rest
```

```
47 : 2 = 23 Rest 1
23 : 2 = 11 Rest 1
11 : 2 = 5 Rest 1
: 2 = Rest
: 2 = Rest
: 2 = Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
      47
      :
      2
      =
      23
      Rest
      1

      23
      :
      2
      =
      11
      Rest
      1

      11
      :
      2
      =
      5
      Rest
      1

      5
      :
      2
      =
      Rest

      :
      2
      =
      Rest

      :
      2
      =
      Rest

      :
      2
      =
      Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
      47
      :
      2
      =
      23
      Rest
      1

      23
      :
      2
      =
      11
      Rest
      1

      11
      :
      2
      =
      5
      Rest
      1

      5
      :
      2
      =
      2
      Rest

      :
      2
      =
      Rest

      :
      2
      =
      Rest

      :
      2
      =
      Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
47 : 2 = 23 Rest 1
23 : 2 = 11 Rest 1
11 : 2 = 5 Rest 1
5 : 2 = 2 Rest 1
: 2 = Rest
: 2 = Rest
```

```
      47
      :
      2
      =
      23
      Rest
      1

      23
      :
      2
      =
      11
      Rest
      1

      11
      :
      2
      =
      5
      Rest
      1

      5
      :
      2
      =
      2
      Rest
      1

      2
      :
      2
      =
      Rest
      1

      :
      2
      =
      Rest
      Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
      47
      :
      2
      =
      23
      Rest
      1

      23
      :
      2
      =
      11
      Rest
      1

      11
      :
      2
      =
      5
      Rest
      1

      5
      :
      2
      =
      2
      Rest
      1

      2
      :
      2
      =
      1
      Rest

      :
      2
      =
      Rest
```

```
      47
      :
      2
      =
      23
      Rest
      1

      23
      :
      2
      =
      11
      Rest
      1

      11
      :
      2
      =
      5
      Rest
      1

      5
      :
      2
      =
      2
      Rest
      1

      2
      :
      2
      =
      1
      Rest
      0

      :
      2
      =
      Rest
      Rest
```

```
      47
      :
      2
      =
      23
      Rest
      1

      23
      :
      2
      =
      11
      Rest
      1

      11
      :
      2
      =
      5
      Rest
      1

      5
      :
      2
      =
      2
      Rest
      1

      2
      :
      2
      =
      1
      Rest
      0

      1
      :
      2
      =
      Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
      47
      :
      2
      =
      23
      Rest
      1

      23
      :
      2
      =
      11
      Rest
      1

      11
      :
      2
      =
      5
      Rest
      1

      5
      :
      2
      =
      2
      Rest
      1

      2
      :
      2
      =
      1
      Rest
      0

      1
      :
      2
      =
      0
      Rest
```

```
└3.2 Das Binärsystem
```

```
      47
      :
      2
      =
      23
      Rest
      1

      23
      :
      2
      =
      11
      Rest
      1

      11
      :
      2
      =
      5
      Rest
      1

      5
      :
      2
      =
      2
      Rest
      1

      2
      :
      2
      =
      1
      Rest
      0

      1
      :
      2
      =
      0
      Rest
      1
```

```
47 : 2 = 23 Rest 1
23 : 2 = 11 Rest 1
11 : 2 = 5 Rest 1
5 : 2 = 2 Rest 1
2 : 2 = 1 Rest 0
1 : 2 = 0 Rest 1
47 = 1011112
```

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

148 : 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

148 : 2 = 74 Rest

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

148 : 2 = 74 Rest 0

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

148 : 2 = 74 Rest 0

74 : 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

148 : 2 = 74 Rest 0

74 : 2 = 37 Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

_

: 2 = Rest

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

74 : 2 = 37 Rest 0

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

74 : 2 = 37 Rest 0

37 : 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

74 : 2 = 37 Rest 0

37 : 2 = 18 Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

74 : 2 = 37 Rest 0

37 : 2 = 18 Rest 1

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

74 : 2 = 37 Rest 0

37 : 2 = 18 Rest 1

18 : 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

3.2 Das Binärsystem

Beispiel 3.7

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

18 : 2 = 9 Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

3.2 Das Binärsystem

Beispiel 3.7

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9 \text{ Rest } 0$$

: 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

74 : 2 = 37 Rest 0

37 : 2 = 18 Rest 1

18 : 2 = 9 Rest 0

9 : 2 = Rest

: 2 = Rest

: 2 = Rest

└─3.2 Das Binärsystem

Beispiel 3.7

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9 \text{ Rest } 0$$

$$9 : 2 = 4 \text{ Rest}$$

$$: 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9 \text{ Rest } 0$$

$$9 : 2 = 4 \text{ Rest } 1$$

: 2 = Rest

: 2 = Rest

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9 \text{ Rest } 0$$

$$9 : 2 = 4 \text{ Rest } 1$$

$$4 : 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9 \text{ Rest } 0$$

$$9 : 2 = 4 \text{ Rest } 1$$

$$4 : 2 = 2 Rest$$

$$: 2 = Rest$$

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9 \text{ Rest } 0$$

$$9 : 2 = 4 \text{ Rest } 1$$

$$4 : 2 = 2 Rest 0$$

$$: 2 = Rest$$

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9 \text{ Rest } 0$$

$$9 : 2 = 4 \text{ Rest } 1$$

$$4 : 2 = 2 Rest 0$$

$$2 : 2 = Rest$$

$$: 2 = Rest$$

```
\frac{148}{2} : 2 = \frac{74}{4} \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9 \text{ Rest } 0$$

$$9 : 2 = 4 \text{ Rest } 1$$

$$4 : 2 = 2 Rest 0$$

$$2 : 2 = 1 Rest$$

$$: 2 = Rest$$

Welche Darstellung hat die Dezimalzahl 148 im Binärsystem?

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9 \text{ Rest } 0$$

$$9 : 2 = 4 \text{ Rest } 1$$

$$4 : 2 = 2 Rest 0$$

$$2 : 2 = 1 Rest 0$$

```
      148
      :
      2
      =
      74
      Rest
      0

      74
      :
      2
      =
      37
      Rest
      0

      37
      :
      2
      =
      18
      Rest
      1

      18
      :
      2
      =
      9
      Rest
      0

      9
      :
      2
      =
      4
      Rest
      1

      4
      :
      2
      =
      2
      Rest
      0

      2
      :
      2
      =
      1
      Rest
      0
```

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
```

$$74 : 2 = 37 \text{ Rest } 0$$

$$37 : 2 = 18 \text{ Rest } 1$$

$$18 : 2 = 9$$
 Rest (

$$9 : 2 = 4 \text{ Rest } 1$$

$$4 : 2 = 2 Rest 0$$

$$2 : 2 = 1 \text{ Rest } 0$$

$$1 : 2 = 0 \text{ Rest}$$

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
74
   : 2 = 37
                  Rest
37 : 2 = 18 \text{ Rest}
18 : 2 =
               9
                  Rest
 9 : 2 =
                  Rest
   : 2 =
               2
                  Rest
 \frac{2}{2} : 2 =
                  Rest
               0
                  Rest
```

```
148 : 2 = 74 \text{ Rest } 0
74
   : 2 = 37
                Rest
37 : 2 = 18 \text{ Rest}
18 : 2 =
             9
                Rest
 9 : 2 =
             4 Rest
   : 2 =
                Rest
 2 : 2 = 1
                Rest
             0
                Rest
```

$$148 = 10010100_2$$

Für das (Sechzehnersystem) benötigen wir sechzehn Ziffern. Da wir im Dezimalsystem aber nur zehn Ziffern zur Verfügung haben, verwenden wir für die fehlenden Ziffern die ersten sechs Buchstaben unseres Alphabets.

10er-System	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16er-System	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Α	В	С	D	Ε	F

Gross- und Kleinschreibung wird nicht unterschieden.

In der Informatik werden Hexadezimalzahlen zur Kennzeichnung das Präfix 0x oder dass Suffix h beigefügt.

$$(1A53_{16} = 0x1A53 = 1A53h)$$

Hexadezimalzahl	1	5	Е
Stellenwert			

Hexadezimalzahl	1	5	Е
Stellenwert			$16^0 = 1$

Hexadezimalzahl	1	5	E
Stellenwert		$16^1 = 16$	$16^0 = 1$

└3.3 Das Hexadezimalsystem

Hexadezimalzahl	1	5	E
Stellenwert	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$

Hexadezimalzahl	1	5	E
Stellenwert	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$

$$15\mathsf{E}_{16} = 14 \cdot 1 + 5 \cdot 16 + 1 \cdot 256 = 350_{10}$$

 $1610 \hspace{0.1in} : \hspace{0.1in} 16 \hspace{0.1in} = \hspace{0.1in} \mathsf{Rest}$

: 16 = Rest

 $: \quad 16 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

 $1610 \hspace{0.1cm} : \hspace{0.1cm} 16 \hspace{0.1cm} = \hspace{0.1cm} \textcolor{red}{100} \hspace{0.1cm} \mathsf{Rest}$

 $: \quad 16 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

 $: \quad 16 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

└3.3 Das Hexadezimalsystem

Beispiel 3.9

1610 : 16 = 100 Rest A

: 16 = Rest

 $: \quad 16 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

Beispiel 3.9

1610 : 16 = 100 Rest A

100: 16 = Rest

 $: \quad 16 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

1610 : 16 = 100 Rest A

100 : 16 = 6 Rest

 $: \quad 16 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

1610 : 16 = 100 Rest A

100 : 16 = 6 Rest 4

 $: \quad 16 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

Beispiel 3.9

1610 : 16 = 100 Rest A

100 : 16 = 6 Rest 4

6 : 16 = Rest

1610 : 16 = 100 Rest A 100 : 16 = 6 Rest 4

1610 : 16 = 100 Rest A 100 : 16 = 6 Rest 4

6 : 16 = 0 Rest 6

```
1610 : 16 = 100 Rest A
100 : 16 = 6 Rest 4
```

$$6 : 16 = 0 \text{ Rest } 6$$

$$1610_{10} = 64A_{16}$$

Da die Zahl 16 eine Potenz von 2 ist, sind die Umrechnungen zwischen dem Hexadezimal- und dem Binärsystem besonders einfach. Da jede Hexadezimalzahl durch genau vier Binärziffern dargestellt werden kann, teilen wir jede Binärzahl von rechts nach links in Vierergruppen ein. Fehlende Stellen links werden durch Nullen aufgefüllt. Dann wandelt man jede Vierergruppe in die entsprechende Hexadezimalzahl um.

Beispiel 3.10

Beispiel 3.10

					1

Beispiel 3.10

					0	1

Beispiel 3.10

				0	0	1

Beispiel 3.10

				1	0	0	1

Beispiel 3.10

			0	1	0	0	1

Beispiel 3.10

			0	0	1	0	0	1

Beispiel 3.10

		1	0	0	1	0	0	1

Beispiel 3.10

		1	1	0	0	1	0	0	1

Beispiel 3.10

	1	1	1	0	0	1	0	0	1

Beispiel 3.10

	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1

_____3.3 Das Hexadezimalsystem

Beispiel 3.10

0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1

-3 Zahlensysteme

└3.3 Das Hexadezimalsystem

Beispiel 3.10

0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1

Beispiel 3.10

0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
									Ģ	9	

0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
					(2)		

Beispiel 3.10

0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
	3	3			(2			ć)	

Beispiel 3.11

Beispiel 3.11

F			4	1		Е		7	7	

Beispiel 3.11

F	=		4	1		E	Ξ	7 0 1 1			
								0	1	1	1

Beispiel 3.11

F 4					E	Ξ			7	7				
							1	1	1	0	0	1	1	1

Beispiel 3.11

F 4						E	Ξ			7	7			
			0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1

3 Zahlensysteme

└3.3 Das Hexadezimalsystem

Beispiel 3.11

	F 1 1 1 1 (4	1			E	Ξ			7	7	
1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1

Das Oktalsystem ist das Zahlensystem zur Basis 8, das aus den Ziffern 0, 1, ..., 6, 7 besteht.

Oktalzahlen werden in der Informatik manchmal durch eine vorangestellte Null oder ein nachgestelltes kleines "o" gekennzeichnet, was jedoch leicht zu Verwechslungen führen kann.

Beispiel: $371_8 = 0371 = 371_9$

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert				

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert				80

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert			8 ¹	80

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert		8 ²	8 ¹	80

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert	83	8 ²	8 ¹	80

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert	8 ³	8 ²	8 ¹	80
				1

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert	8 ³	8 ²	8 ¹	80
			8	1

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert	8 ³	8 ²	8 ¹	80
		64	8	1

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert	8 ³	8 ²	8 ¹	80
	512	64	8	1

Oktalziffer	1	0	2	7
Stellenwert	8 ³	8 ²	8 ¹	80
	512	64	8	1

$$1027_8 = 7 \cdot 1 + 2 \cdot 8 + 0 \cdot 64 + 1 \cdot 512 = 535$$

843 : 8 = Rest

 $: \quad 8 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

 $: \quad 8 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

843 : 8 = 105 Rest

: 8 = Rest

: 8 = Rest

843 : 8 = 105 Rest 3

: 8 = Rest

: 8 = Rest

843 : 8 = 105 Rest 3

105: 8 = Rest

: 8 = Rest

843 : 8 = 105 Rest 3

105 : 8 = 13 Rest

: 8 = Rest

843 : 8 = 105 Rest 3

 $105 \hspace{0.1cm} : \hspace{0.1cm} 8 \hspace{0.1cm} = \hspace{0.1cm} 13 \hspace{0.1cm} \text{Rest} \hspace{0.1cm} \hspace{0.1cm} 1$

: 8 = Rest

843 : 8 = 105 Rest 3

 $105 \hspace{0.1cm} : \hspace{0.1cm} 8 \hspace{0.1cm} = \hspace{0.1cm} 13 \hspace{0.1cm} \text{Rest} \hspace{0.1cm} \hspace{0.1cm} 1$

13 : 8 = Rest

```
843 : 8 = 105 Rest 3

105 : 8 = 13 Rest 1

13 : 8 = 1 Rest

: 8 = Rest
```

```
843 : 8 = 105 Rest 3

105 : 8 = 13 Rest 1

13 : 8 = 1 Rest 5

: 8 = Rest
```

```
843 : 8 = 105 Rest 3

105 : 8 = 13 Rest 1

13 : 8 = 1 Rest 5

1 : 8 = Rest
```

```
843 : 8 = 105 Rest 3

105 : 8 = 13 Rest 1

13 : 8 = 1 Rest 5

1 : 8 = 0 Rest
```

```
843 : 8 = 105 Rest 3

105 : 8 = 13 Rest 1

13 : 8 = 1 Rest 5

1 : 8 = 0 Rest 1
```

```
843 : 8 = 105 Rest 3

105 : 8 = 13 Rest 1

13 : 8 = 1 Rest 5

1 : 8 = 0 Rest 1
```

$$843_{10} = 1513_8$$

Rechne 4738 ins Dezimalsystem um:

Rechne 473_8 ins Dezimalsystem um:

$$473_8 =$$

Rechne 473_8 ins Dezimalsystem um:

$$473_8 = 3 \cdot 1$$

Rechne 473₈ ins Dezimalsystem um:

$$473_8=3\cdot 1+7\cdot 8$$

Rechne 473_8 ins Dezimalsystem um:

$$473_8 = 3 \cdot 1 + 7 \cdot 8 + 4 \cdot 64 =$$

Rechne 473₈ ins Dezimalsystem um:

$$473_8 = 3 \cdot 1 + 7 \cdot 8 + 4 \cdot 64 = 315$$

Rechne 1217₁₀ ins Oktalsystem um:

: 8 = Rest

: 8 = Rest

: 8 = Rest

Rechne 1217₁₀ ins Oktalsystem um:

1217 : 8 = Rest

: 8 = Rest

: 8 = Rest

```
1217 : 8 = 152 Rest
: 8 = Rest
: 8 = Rest
: 8 = Rest
```

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
: 8 = Rest
: 8 = Rest
: 8 = Rest
```

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
152 : 8 = Rest
: 8 = Rest
: 8 = Rest
```

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
152 : 8 = 19 Rest
: 8 = Rest
: 8 = Rest
```

Rechne 1217₁₀ ins Oktalsystem um:

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
152 : 8 = 19 Rest 0
: 8 = Rest
```

 $: \quad 8 \quad = \qquad \quad \mathsf{Rest}$

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
152 : 8 = 19 Rest 0
19 : 8 = Rest
: 8 = Rest
```

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
152 : 8 = 19 Rest 0
19 : 8 = 2 Rest
: 8 = Rest
```

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
152 : 8 = 19 Rest 0
19 : 8 = 2 Rest 3
: 8 = Rest
```

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
152 : 8 = 19 Rest 0
19 : 8 = 2 Rest 3
2 : 8 = Rest
```

Rechne 1217₁₀ ins Oktalsystem um:

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
152 : 8 = 19 Rest 0
19 : 8 = 2 Rest 3
2 : 8 = 0 Rest 2
```

Rechne 1217₁₀ ins Oktalsystem um:

```
1217 : 8 = 152 Rest 1
152 : 8 = 19 Rest 0
19 : 8 = 2 Rest 3
2 : 8 = 0 Rest 2
```

$$1217_{10} = 2301_8$$

Da die Basis 8 des Oktalsystems eine Potenz der Basis 2 des Binärsystems ist, sind die beiden Systeme in einer gewissen Weise miteinander verwandt. Das erleichtert das Umrechnen zwischen diesen Systemen. Wollen wir eine Binärzahl direkt ins Oktalsystem umwandeln, teilen wir ihre Ziffern von rechts nach links in Dreiergruppen ein. Fehlende Stellen links füllen wir mit Nullen auf. Da $001_2=1_8$, $010_2=2_8$, ..., $111_2=7_8$, kann man jede Dreiergruppe aus Binärzahlen in die entsprechende Oktalzahl umwandeln.

Wandle die Binärzahl 010110011 ohne Umrechnung ins Dezimalsystem in eine Oktalzahl um.

0	1	0	1	1	0	0	1	1

Wandle die Binärzahl 010110011 ohne Umrechnung ins Dezimalsystem in eine Oktalzahl um. $\,$

0	1	0	1	1	0	0	1	1
							3	

Beispiel 3.16

Wandle die Binärzahl 010110011 ohne Umrechnung ins Dezimalsystem in eine Oktalzahl um.

0	1	0	1	1	0	0	1	1
				6			3	

Wandle die Binärzahl 010110011 ohne Umrechnung ins Dezimalsystem in eine Oktalzahl um. $\,$

0	1	0	1	1	0	0	1	1
	2			6			3	

3		7		5			

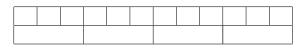
3		7		5		6	
					1	1	0

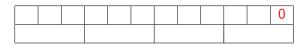
Beispiel 3.17

3	7		5			6	
		1	0	1	1	1	0

3		7			5		6			
	1	1	1	1	0	1	1	1	0	

	3			7			5		6		
0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0





					1	0

Stelle 11110101010_2 im Oktalsystem dar:

				0	1	0

Stelle 11110101010_2 im Oktalsystem dar:

				1	0	1	0

			0	1	0	1	0

			1	0	1	0	1	0

Stelle 11110101010_2 im Oktalsystem dar:

		0	1	0	1	0	1	0

		1	0	1	0	1	0	1	0

	1	1	0	1	0	1	0	1	0

	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0

Beispiel 3.18

1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0

Beispiel 3.18

0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0

Beispiel 3.18

0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
										2	

Beispiel 3.18

Stelle 11110101010_2 im Oktalsystem dar:

0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
							5			2	

Beispiel 3.18

0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
		6				5			2		

Stelle 11110101010_2 im Oktalsystem dar:

0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
	3			6			5			2	

Stelle 11110101010₂ im Oktalsystem dar:

0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
3			6			5			2		

 $011110101010_2 = 3652_8$

Stelle 10378 im Binärsystem dar:

001

Stelle 10378 im Binärsystem dar:

001|000|

Stelle 10378 im Binärsystem dar:

001|000|011|

Stelle 1037₈ im Binärsystem dar:

 $001|000|011|111_2\\$

Um Missverständnisse bei der Darstellung binärer Zahlen zu vermeiden, vereinbaren wir folgende Begriffe:

- Das Bit, das die kleinste Zweierpotenz repräsentiert, wird least significant bit (LSB) genannt.
- Das Bit, das die grösste Zweierpotenz repräsentiert, wird most significant bit (MSB) genannt.

Da in unserer Zahlendarstellung die Stellenwerte von rechts nach links aufsteigen, vereinbaren wir, dass das LSB jeweils ganz rechts steht. Dies wird schematisch so dargestellt:

7							0
0	1	0	0	1	0	1	1

$$0 + 0 =$$

$$0 + 1 =$$

$$1 + 0 =$$

$$1 + 1 =$$

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 =$$

$$1 + 0 =$$

$$1 + 1 =$$

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 =$$

$$1 + 1 =$$

$$0 + 0 = 0$$

$$0+1=1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 =$$

$$0 + 0 = 0$$

$$0+1=1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1+1=0$$
 Übertrag 1

└4.2 Addition

Ansatz: Stelle der Binärdarstellung ein zusätzliches Bit voran, wobei beispielsweise 1 eine negative und 0 eine positive Zahl bedeutet.

$$0011_2 = 3_{10}$$

$$1011_2 = -3_{10}$$

Wie wir aus der 7. Klasse wissen, muss man beim Rechnen mit Vorzeichen "mühsame" Fallunterscheidungen beachten.

Deshalb verwendet man eine andere Darstellung für negative Zahlen, mit der Computer einfacher und schneller rechnen können.

Diese Darstellungsweise soll nun vorgestellt werden.

7		
6		
5		
4		
3		
2		
1		
0		
-1		
-2		
-3		
-4		
-5		
-6		
-7		
-8		

7	0	1	1	1
6				
5				
4				
3				
2				
1				
0				
-1				
-2				
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5				
4				
3				
2				
1				
0				
-1				
-2				
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4				
3				
2				
1				
0				
-1				
-2				
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3				
2				
1				
0				
-1				
-2				
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2				
1				
0				
-1				
-2				
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1				
0				
-1				
-2				
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0				
-1				
-2				
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1				
-2				
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1				1
-2				
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1				1
-2				0
-3				
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1				1
-2				0
-3				1
-4				
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1				1
-2				0
-3				1
-4				0
-5				
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1				1
-2				0
-3				1
-4				0
-5				1
-6				
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1				1
-2				0
-3				1
-4				0
-5				1
-6				0
-7				
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1				1
-2				0
-3				1
-4				0
-5				1
-6				0
-7				1
-8				

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1				1
-2				0
-3				1
-4				0
-5				1
-6				0
-7				1
-8				0

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1			1	1
-2			1	0
-3				1
-4				0
-5				1
-6				0
-7				1
-8				0

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1			1	1
-2			1	0
-3			0	1
-4			0	0
-5				1
-6				0
-7				1
-8				0

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1			1	1
-2			1	0
-3			0	1
-4			0	0
-5			1	1
-6			1	0
-7				1
-8				0

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1			1	1
-2			1	0
-3			0	1
-4			0	0
-5			1	1
-6			1	0
-7			0	1
-8			0	0

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1		1	1	1
-2		1	1	0
-3		1	0	1
-4		1	0	0
-5			1	1
-6			1	0
-7			0	1
-8			0	0

Stelle die ganzen Zahlen von 0 bis 7 im Binärsystem mit führenden Nullen dar. Setze anschliessend die Tabelle in "natürlicher" Weise in den Bereich der negativen Zahlen fort.

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1		1	1	1
-2		1	1	0
-3		1	0	1
-4		1	0	0
-5		0	1	1
-6		0	1	0
-7		0	0	1
-8		0	0	0

Stelle die ganzen Zahlen von 0 bis 7 im Binärsystem mit führenden Nullen dar. Setze anschliessend die Tabelle in "natürlicher" Weise in den Bereich der negativen Zahlen fort.

7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
-1	1	1	1	1
-2	1	1	1	0
-3	1	1	0	1
-4	1	1	0	0
-5	1	0	1	1
-6	1	0	1	0
-7	1	0	0	1
-8	1	0	0	0

Das Einerkomplement

Das Einerkomplement \overline{A} einer Binärzahl A erhält man durch "Flippen" jedes Bits von A.

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	Ā
5			
2			
-7			
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$\overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Eigenschaften

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	Ā
5	0101 ₂		
2			
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	Ā
5	01012	10102	
2			
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Zahl <i>A</i>	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	Ā
5	0101 ₂	10102	-6
2			
-7			
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$\overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Eigenschaften

Zahl <i>A</i>	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	Ā
5	0101 ₂	10102	-6
2	00102		
-7			
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Zahl <i>A</i>	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	Ā
5	01012	10102	-6
2	00102	1101 ₂	
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	\overline{A}
5	01012	10102	-6
2	00102	1101 ₂	-3
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	\overline{A}
5	01012	10102	-6
2	00102	1101 ₂	-3
	1001 ₂		
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	\overline{A}
5	01012	10102	-6
2	00102	1101 ₂	-3
	1001 ₂	01102	
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$\overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	\overline{A}
5	01012	10102	-6
2	00102	1101 ₂	-3
	1001 ₂	01102	6
-1			

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	\overline{A}
5	01012	10102	-6
2	00102	1101 ₂	-3
-7	1001 ₂	01102	6
-1	1111 ₂		

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	\overline{A}
5	01012	10102	-6
2	00102	1101 ₂	-3
	1001 ₂	01102	6
-1	1111 ₂	00002	

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Eigenschaften

Zahl A	Binärdarstellung von A	Einerkomplement von A	\overline{A}
5	01012	10102	-6
2	00102	1101 ₂	-3
-7	1001 ₂	01102	6
-1	1111 ₂	00002	0

$$A + \overline{A} = 1111_2 = 10000_2 - 1_2 = 2^4 - 1$$

$$ightharpoonup \overline{A} + 1 = -A$$
 für $-7 < A < 7$

Beispiel 4.2

$$A = 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1$$
 $\overline{A} = A + \overline{A} + \overline{A} = A + \overline{A} + \overline{$

Beispiel 4.2

$$A = 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1$$
 $\overline{A} = 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0$

Beispiel 4.2

$$A = 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1$$
 $\overline{A} = 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0$
 $A + \overline{A} = 1 \quad 1$

Beispiel 4.2

$$A = 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1$$
 $\overline{A} = 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0$

$$A + \overline{A} = 2^n - 1$$

Das Zweierkomplement

Das Zweierkomplement einer Binärzahl A ist der um 1 vergrösserte Wert des Einerkomplements \overline{A} .

4 Ganze Zahlen in Binärdarstellung

4.3 Negative ganze Zahlen

Beispiel 4.3

$$A=0$$
 1 0 1 0 0 1 1
$$\overline{A}=$$
 (Einerkomplement)
$$\overline{A}+1=$$
 (Zweierkomplement)

4 Ganze Zahlen in Binärdarstellung

4.3 Negative ganze Zahlen

Beispiel 4.3

$$A=0$$
 1 0 1 0 0 1 1 $\overline{A}=0$ (Einerkomplement) $\overline{A}+1=0$ (Zweierkomplement)

Beispiel 4.3

$$A = 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1$$
 $\overline{A} = 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0$ (Einerkomplement)
 $\overline{A} + 1 = 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1$ (Zweierkomplement)

Beispiel 4.3

$$A = 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1$$
 $\overline{A} = 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0$ (Einerkomplement)
 $\overline{A} + 1 = 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1$ (Zweierkomplement)

$$A + \left(\overline{A} + 1\right) = 2^n$$

Zusammenfassung

Zusammenfassung

Setzt man die Binärdarstellung der nichtnegativen ganzen Zahlen systematisch in den Bereich der negativen ganzen Zahlen fort, so stellt das Zweierkomplement der Zahl A die Gegenzahl -k dar.

Beispiel 4.4

$$\begin{array}{ccc}
A & = \\
\overline{A} & = \\
\overline{A} + 1 & = \\
\end{array}$$

Beispiel 4.4

Beispiel 4.4

Beispiel 4.4

$$A \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad = \quad +3$$
 $\overline{A} \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad = \quad -4$
 $\overline{A} + 1 \quad 1 \quad = \quad -3$

Beispiel 4.4

$$A \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad = \quad +3$$
 $\overline{A} \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad = \quad -4$
 $\overline{A} + 1 \quad 0 \quad 1 \quad = \quad -3$

Beispiel 4.4

$$A \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad = \quad +3$$
 $\overline{A} \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad = \quad -4$
 $\overline{A} + 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad = \quad -3$

Beispiel 4.4

$$A \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad = \quad +3$$
 $\overline{A} \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad = \quad -4$
 $\overline{A} + 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad = \quad -3$

Beispiel 4.5

$$A = \overline{A} = \overline{A}$$

$$\overline{A} + 1 =$$

Beispiel 4.5

Beispiel 4.5

Beispiel 4.5

Beispiel 4.5

$$A \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad = \quad -5$$
 $\overline{A} \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad = \quad 4$
 $\overline{A} + 1 \quad 0 \quad 1 \quad = \quad 5$

Beispiel 4.5

$$A \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad = \quad -5$$
 $\overline{A} \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad = \quad 4$
 $\overline{A} + 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad = \quad 5$

Beispiel 4.5

$$A \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad = \quad -5$$
 $\overline{A} \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad = \quad 4$
 $\overline{A} + 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad = \quad 5$

Beispiel 4.6

$$\begin{array}{ccc} A & & = \\ \overline{A} & & = \\ \overline{A} + 1 & & = \end{array}$$

Beispiel 4.6

Beispiel 4.6

Beispiel 4.6

$$A$$
 0 0 0 0 = 0
 \overline{A} 1 1 1 1 = 7
 $\overline{A} + 1$ (1) 0 0 0 0 = 0

Beispiel 4.6

Bestimme die Gegenzahl von 0 wenn die Zahlen mit vier Bit dargestellt werden.

$$A$$
 0 0 0 0 = 0 \overline{A} 1 1 1 1 = 7 $\overline{A} + 1$ (1) 0 0 0 0 = 0

Das Resultat -0 = 0 ist richtig, wenn man den Übertrag in der vordersten Stelle ignoriert.

Da wir jetzt eine Methode kennen, mit der man aus der Binärdarstellung der Zahl k ihre (binäre) Gegenzahl -k bestimmen kann, können wir die Subtraktion einer Zahl k als Addition ihrer Gegenzahl -k darstellen. Formal:

$$m-k=m+(-k)$$

Subtraktion mit positivem Ergebnis

Berechne
$$6 - 4 = 6 + (-4)$$
:

=

+ =

= =

Berechne
$$6 - 4 = 6 + (-4)$$
:

Berechne
$$6 - 4 = 6 + (-4)$$
:

Berechne
$$6 - 4 = 6 + (-4)$$
:

Berechne
$$6 - 4 = 6 + (-4)$$
:

Berechne
$$6 - 4 = 6 + (-4)$$
:

Berechne
$$6 - 4 = 6 + (-4)$$
:

4 Ganze Zahlen in Binärdarstellung

4.4 Subtraktion

So lange das Resultat innerhalb des Darstellungsbereichs (hier von -8 bis +7) liegt, darf eine allfällige Übertrags-Eins ganz links ignoriert werden.

Berechne
$$4 - 7 = 4 + (-7)$$
:

Berechne
$$4 - 7 = 4 + (-7)$$
:

Berechne
$$4 - 7 = 4 + (-7)$$
:

Berechne
$$4 - 7 = 4 + (-7)$$
:

Berechne
$$4 - 7 = 4 + (-7)$$
:

Berechne
$$4 - 7 = 4 + (-7)$$
:

Berechne
$$4 - 7 = 4 + (-7)$$
:

Addition von zwei negativen Zahlen

Berechne
$$-2 + (-3)$$
:

=

+ =

= =

Berechne
$$-2 + (-3)$$
:

Addition von zwei negativen Zahlen

Berechne -2 + (-3):

Berechne
$$-2 + (-3)$$
:

Binärdarstellung von Zahlen

4 Ganze Zahlen in Binärdarstellung

└4.5 Multiplikation

Allgemein gilt:
$$0 \cdot 0 = 0$$

 $0 \cdot 1 = 0$
 $1 \cdot 0 = 0$
 $1 \cdot 1 = 1$

4 Ganze Zahlen in Binärdarstellung

└4.5 Multiplikation

Beispiel 4.7

Die Multiplikation zweier Binärzahlen besteht aus einer fortgesetzten Addition unter Stellenverschiebung; hier gezeigt an der Rechnung $13\cdot 10$.

 $1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad \cdot \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0$

4.5 Multiplikation

Beispiel 4.7

Die Multiplikation zweier Binärzahlen besteht aus einer fortgesetzten Addition unter Stellenverschiebung; hier gezeigt an der Rechnung $13\cdot 10$.

Beispiel 4.7

Beispiel 4.7

1	1	0	1		1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	_
			1	0	1	0	-	-

Beispiel 4.7

1	1	0	1		1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	_
			1	0	1	0	-	_
		1	0	1	0	-	-	_

Beispiel 4.7

1	1	0	1	•	1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	-
			1	0	1	0	-	_
		1	0	1	0	_	_	_
								Λ

Beispiel 4.7

1	1	0	1	•	1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	_
			1	0	1	0	-	-
		1	0	1	0	_	_	_
							1	

Beispiel 4.7

1	1	0	1		1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	_
			1	0	1	0	-	_
		1	0	1	0	-	_	_
						0	1	0

Beispiel 4.7

1	1	0	1	•	1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	_
			1	0	1	0	-	-
		1	0	1	0	-	_	_
					0	0	1	0

Beispiel 4.7

1	1	0	1	•	1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	_
			1	0	1	0	-	_
		1	0	1	0	-	_	_
				0	0	0	1	0

Beispiel 4.7

1	1	0	1	•	1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	_
			1	0	1	0	-	_
		1	0	1	0	-	-	-
			0	0	0	0	1	0

Beispiel 4.7

1	1	0	1		1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	-
			1	0	1	0	-	-
		1	0	1	0	_	_	_
		0	0	0	0	0	1	0

Beispiel 4.7

1	1	0	1	•	1	0	1	0
					1	0	1	0
				0	0	0	0	_
			1	0	1	0	_	_
		1	0	1	0	-	-	-
	1	0	0	0	0	0	1	0

└4.5 Multiplikation

Beispiel 4.8

 $1 \quad 0 \quad \cdot \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1$

└4.5 Multiplikation

Beispiel 4.8

 $1 \quad 0 \quad \cdot \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad \left(2 \cdot 11\right)$

└4.5 Multiplikation

Beispiel 4.8

└ 4.5 Multiplikation

Beispiel 4.8

└4.5 Multiplikation

Beispiel 4.8

Beispiel 4.8

Moral: Im binären Zahlensystem bedeutet eine Multiplikation mit dem dezimalen Wert 2 das Anhängen einer Null rechts vom LSB.

Die Division binärer Zahlen wird auf eine fortgesetzte Subtraktion unter Stellenverschiebung zurückgeführt.

4.6 Division

Beispiel 4.9

Hier wird 65:13 im Binärsystem gerechnet.

 $1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad : \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad = \quad$

4.6 Division

Beispiel 4.9

Hier wird 65:13 im Binärsystem gerechnet.

 $1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 : 1 \ 1 \ 0 \ 1 = 1$

4.6 Division

Beispiel 4.9

Hier wird 65:13 im Binärsystem gerechnet.

 $1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad : \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad = \quad {\color{red} 1}$

1 1 0 1

└4.6 Division

Beispiel 4.9

Hier wird 65:13 im Binärsystem gerechnet.

 $1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 : 1 \ 1 \ 0 \ 1 = 1$

 $- \qquad \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1$

4.6 Division

Beispiel 4.9

4.6 Division

Beispiel 4.9

└4.6 Division

Beispiel 4.9

└4.6 Division

Beispiel 4.9

4.6 Division

Beispiel 4.9

4.6 Division

Beispiel 4.9

└4.6 Division

Beispiel 4.9

4.6 Division

Beispiel 4.9

└4.6 Division

Beispiel 4.10

Binäre Division von 22:2:

 $1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad : \quad 1 \quad 0 \quad =$

└4.6 Division

Beispiel 4.10

Binäre Division von 22:2:

 $1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad : \quad 1 \quad 0 \quad = \quad \mathbf{1}$

4.6 Division

Beispiel 4.10

Binäre Division von 22:2:

4.6 Division

Beispiel 4.10

Binäre Division von 22:2:

- 1 0

4.6 Division

Beispiel 4.10

Binäre Division von 22:2:

└4.6 Division

Beispiel 4.10

Binäre Division von 22:2:

Beispiel 4.10

Beispiel 4.10

Binäre Division von 22:2:

Moral: Im Binärsystem bedeutet eine Division durch 2_{10} das Verschieben aller Binärstellen um eine Stelle nach rechts und Löschen des LSB.

└4.6 Division

Beispiel 4.11

Binäre Division von 17:2:

 $1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad : \quad 1 \quad 0 \quad = \quad$

└4.6 Division

Beispiel 4.11

Binäre Division von 17:2:

 $1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad : \quad 1 \quad 0 \quad = \quad \mathbf{1}$

└4.6 Division

Beispiel 4.11

Binäre Division von 17:2:

 $1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad : \quad 1 \quad 0 \quad = \quad \mathbf{1}$

1 0

└4.6 Division

Beispiel 4.11

Binäre Division von 17:2:

- 1 0

4.6 Division

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

4.6 Division

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

Beispiel 4.11

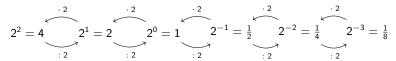
Beispiel 4.11

Binäre Division von 17:2:

Bei der ganzzahligen Division können Reste entstehen.

└5.1 Binärdarstellung von Zahlen zwischen 0 und 1

Potenzdarstellung mit negativen Exponenten



Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1			

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5		

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2^{-n}	Bit	kumuliert
1	0.5	1	

└5.1 Binärdarstellung von Zahlen zwischen 0 und 1

Beispiel 5.1

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2			

Beispiel 5.1

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25		

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3			

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3	0.125		

Beispiel 5.1

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3	0.125	0	

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3	0.125	0	0.75

Beispiel 5.1

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3	0.125	0	0.75
4			

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3	0.125	0	0.75
4	0.0625		

Beispiel 5.1

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3	0.125	0	0.75
4	0.0625	1	

Beispiel 5.1

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3	0.125	0	0.75
4	0.0625	1	0.8125

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

n	2^{-n}	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3	0.125	0	0.75
4	0.0625	1	0.8125

$$0.8125 = 0.1101_2$$

Beispiel 5.1

Bestimme die Binärdarstellung von 0.8125 durch Probieren:

Die Stellenwerte sind hier: $0.5 = 2^{-1}$, $0.25 = 2^{-2}$, $0.125 = 2^{-3}$. . .

n	2 ⁻ⁿ	Bit	kumuliert
1	0.5	1	0.5
2	0.25	1	0.75
3	0.125	0	0.75
4	0.0625	1	0.8125

 $0.8125 = 0.1101_2$ (von oben nach unten gelesen!)

$$2 \cdot 0.8125 = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = 0$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = 0 \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = 0 \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = 0 \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \quad C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = 0 \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = 0 \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot 0 = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = 0 \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot 0 = 0 C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \quad \cdot \quad 0.25 \quad = \quad 0 \quad \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot 0 = 0 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \quad \cdot \quad 0.25 \quad = \quad 0 \quad \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot 0 = 0 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot \ldots =$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \quad \cdot \quad 0.25 \quad = \quad 0 \quad \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot 0 = 0 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot \ldots = \ldots$$

$$2 \cdot 0.8125 = 1 \quad C \quad 0.625$$

$$2 \cdot 0.625 = 1 \quad C \quad 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = 0 \quad C \quad 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot 0 = 0 \quad C \quad 0$$

$$2 \cdot \ldots = \ldots C \ldots$$

Beispiel 5.2

Bestimme die Binärdarstellung von 0.1:

 $2 \cdot = C$

 $2 \cdot = C$

_ _ _

 $2 \cdot = C$

 $2 \cdot = C$

 $2 \cdot = C$

 $2 \cdot = C$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot =$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = C$$

$$\cdot$$
 = (

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = C$$

$$2 \cdot =$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot =$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot =$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = C$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = C$$

$$2 \cdot =$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 0.6$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = C$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot = 0$$

$$2 \cdot = C$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0.2$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

└5 Binärdarstellung von Dezimalzahlen

5.1 Binärdarstellung von Zahlen zwischen 0 und 1

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0$$

$$2 \cdot =$$

$$2 \cdot = 0$$

└5 Binärdarstellung von Dezimalzahlen

5.1 Binärdarstellung von Zahlen zwischen 0 und 1

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot = C$$

$$2 \cdot = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.0 = 1 \cdot 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

└5 Binärdarstellung von Dezimalzahlen

└ 5.1 Binärdarstellung von Zahlen zwischen 0 und 1

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

└5 Binärdarstellung von Dezimalzahlen

└ 5.1 Binärdarstellung von Zahlen zwischen 0 und 1

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \quad \cdot \quad 0.4 \quad = \quad 0 \qquad C \quad 0.8$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot \ldots = \ldots$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot \dots = \dots C \dots$$

Beispiel 5.2

$$2 \cdot 0.1 = 0 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 \quad C \quad 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 \quad C \quad 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 \quad C \quad 0.4$$

 $2 \cdot 0.4 = 0 \quad C \quad 0.8$

$$2 \cdot \ldots = \ldots C \ldots$$

$$0.1 = 0.000110011001100..._2 = 0.000\overline{1100}_2$$

Binärdarstellung von Zahlen

└5 Binärdarstellung von Dezimalzahlen

└─5.2 Gleitkommazahlen im IEEE 754-Standard

31	30					23	22																	0	
±					Mantisse																				

□ 5.2 Gleitkommazahlen im IEEE 754-Standard

Vorzeichen (Bit 31)

S (sign) ist das Vorzeichenbit.

S = 0 markiert eine positive Zahl; S = 1 eine negative Zahl.

Für die Null erlaubt der Standard sowohl ein positives als auch ein negatives Vorzeichen.

└ 5.2 Gleitkommazahlen im IEEE 754-Standard

Exponent (Bits 23–30)

Mit 8 Bits lassen sich $2^8 = 256$ Exponenten darstellen. Jedoch sind 0 und 255 für spezielle Zahlen reserviert und können nicht als Exponenten verwendet werden.

Negative Exponenten werden durch Addition von B=127 (bias) positiv gemacht und dann binär dargestellt.

└ 5.2 Gleitkommazahlen im IEEE 754-Standard

Mantisse (Bits 0-22)

Die Mantisse ist die Ziffernfolge einer Zahl. Die Gleitkommazahlen 0.002357 und 235.7 haben beispielsweise dieselbe Mantisse 2357.

Die Binärzahl wird so lange mit einer Zweierpotenz multipliziert oder dividiert, bis die führende 1 vor dem Dezimalpunkt steht. Diesen Vorgang nennt man Normalisieren.

└ 5.2 Gleitkommazahlen im IEEE 754-Standard

Mantisse (Bits 0–22)

Die Mantisse ist die Ziffernfolge einer Zahl. Die Gleitkommazahlen 0.002357 und 235.7 haben beispielsweise dieselbe Mantisse 2357.

Die Binärzahl wird so lange mit einer Zweierpotenz multipliziert oder dividiert, bis die führende 1 vor dem Dezimalpunkt steht. Diesen Vorgang nennt man Normalisieren.

Binärzahl	Normalform	Mantisse					
1101.01	$1.10101\cdot 2^3$	(1)10101					
0.00101	$1.01\cdot 2^{-3}$	(1)01					

Mantisse (Bits 0-22)

Die Mantisse ist die Ziffernfolge einer Zahl. Die Gleitkommazahlen 0.002357 und 235.7 haben beispielsweise dieselbe Mantisse 2357.

Die Binärzahl wird so lange mit einer Zweierpotenz multipliziert oder dividiert, bis die führende 1 vor dem Dezimalpunkt steht. Diesen Vorgang nennt man Normalisieren.

Binärzahl	Normalform	Mantisse
1101.01	$1.10101\cdot 2^3$	(1)10101
0.00101	$1.01\cdot 2^{-3}$	(1)01

Indem man die durch das Normalisieren zwangsläufig entstehende führende 1 weglässt, kann man ein Bit Speicher sparen. (Yeah!)

Beispiel 5.3

Welche IEEE 754-Darstellung hat die Zahl 5.75?

└5.3 Umrechnung Dezimalzahl ins IEEE 754-Format

Vorzeichenbit

Wegen 5.75 > 0 ist S = 0

└5.3 Umrechnung Dezimalzahl ins IEEE 754-Format

Mantisse

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

$$: 2 = R$$

$$: 2 = R$$

$$2 \cdot = 0$$

└5.3 Umrechnung Dezimalzahl ins IEEE 754-Format

Mantisse

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil: 5 : 2 = R

: 2 = R

: 2 = R

 $2 \cdot = 0$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil: 5: 2 = 2 R

: 2 = R

: 2 = R

gebrochener Anteil: 2 · = (

 \cdot = \cdot

5 Binärdarstellung von Dezimalzahlen

└5.3 Umrechnung Dezimalzahl ins IEEE 754-Format

Mantisse

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil: 5: 2 = 2 R 1

: 2 = R

: 2 = R

 $2 \cdot = 0$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$\frac{2}{2} : 2 = R$$

$$: 2 = R$$

$$2 \cdot = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R$$

$$: 2 = R$$

$$2 \cdot = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$: 2 = R$$

$$2 \cdot = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = R$$

$$2 \cdot = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil: 5: 2 = 2 R 1

2 : 2 = 1 R 0

1 : 2 = 0 R

 $2 \cdot = 0$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

$$2 \cdot = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

$$5 = 101_2$$

$$2 \cdot = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

$$2 \cdot = 0$$

└5.3 Umrechnung Dezimalzahl ins IEEE 754-Format

Mantisse

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 0$$

$$2 \cdot = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
 : $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1$$
 C

$$2 \cdot = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 C$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \cdot C \cdot 0$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \cdot C \cdot 0$$

$$0.75 = 0.11_2$$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \cdot C \cdot 0$$

 $0.75 = 0.11_2$ (von oben nach unten gelesen)

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \cdot C \cdot 0$$

 $0.75 = 0.11_2$ (von oben nach unten gelesen)

Normalisierung: 5.75 101.11₂

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \cdot C \cdot 0$$

$$0.75 = 0.11_2$$
 (von oben nach unten gelesen)

Normalisierung: $5.75 = 101.11_2 \quad 1.0111 \cdot 2^2$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \cdot C \cdot 0$$

$$0.75 = 0.11_2$$
 (von oben nach unten gelesen)

Normalisierung: $5.75 = 101.11_2 = 1.0111 \cdot 2^2$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
 : $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \cdot C \cdot 0$$

$$0.75 = 0.11_2$$
 (von oben nach unten gelesen)

Normalisierung: $5.75 = 101.11_2 = 1.0111 \cdot 2^2 \Rightarrow$

Den ganzzahligen und den gebrochenen Anteil binär darstellen:

ganzzahliger Anteil:
$$5$$
: $2 = 2$ R 1

$$2 : 2 = 1 R 0$$

$$1 : 2 = 0 R 1$$

 $5 = 101_2$ (von unten nach oben gelesen)

gebrochener Anteil:
$$2 \cdot 0.75 = 1 \cdot C \cdot 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 \cdot C \cdot 0$$

 $0.75 = 0.11_2$ (von oben nach unten gelesen)

Normalisierung: $5.75 = 101.11_2 = 1.0111 \cdot 2^2 \Rightarrow M = 0111$

5.3 Umrechnung Dezimalzahl ins IEEE 754-Format

Exponent

Addiere den Bias (B=127) zum Exponenten und stelle ihn anschliessend binär dar.

$$E = 2 + 127 = 129 =$$

└5.3 Umrechnung Dezimalzahl ins IEEE 754-Format

Exponent

Addiere den Bias (B=127) zum Exponenten und stelle ihn anschliessend binär dar.

$$E = 2 + 127 = 129 = 10000001_2$$

└5.3 Umrechnung Dezimalzahl ins IEEE 754-Format

Resultat

5.75 = 0|10000001|011100000000000000000002

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

Beispiel 5.4

im IEEE 754-Format?

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

$$S = 1 \Rightarrow s =$$

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

$$S = 1 \quad \Rightarrow \quad s = (-1)^1 =$$

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

$$S=1 \quad \Rightarrow \quad s=(-1)^1=-1$$

$$S=1 \Rightarrow s=(-1)^1=-1$$
 (negative Zahl)

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

Exponent E =



5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

$$E = 10000100_2 =$$

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

$$E = 10000100_2 = 132$$

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

$$E = 10000100_2 = 132$$

$$e =$$

$$E = 10000100_2 = 132$$

$$e = E - B =$$

$$E = 10000100_2 = 132$$

$$e = E - B = 132 - 127 =$$

$$E = 10000100_2 = 132$$

$$e = E - B = 132 - 127 = 5$$

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

Mantisse

 $m = 1.M = 1.0101_2$ (die weggelassene 1 voranstellen)

Mantisse

 $m = 1.M = 1.0101_2$ (die weggelassene 1 voranstellen)

Für die manuelle Umrechnung ist es einfacher, wenn man die Mantisse (noch) nicht ins Zehnersystem umwandelt.

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

$$(-1) \cdot 1.0101_2 \cdot 2^5$$

$$(-1) \cdot 1.0101_2 \cdot 2^5 = (-1) \cdot 101010_2$$

$$(-1) \cdot 1.0101_2 \cdot 2^5 = (-1) \cdot 101010_2 = (-1) \cdot (2 + 8 + 32)$$

5.4 Umrechnung einer IEEE 754-Zahl in eine Dezimalzahl

$$(-1) \cdot 1.0101_2 \cdot 2^5 = (-1) \cdot 101010_2 = (-1) \cdot (2 + 8 + 32) = -42$$

5.5 Spezielle Zahlen

Die betragsmässig grösste normalisierte Zahl

Der maximale Exponent beträgt E=254-127=127, da $11111111_2=255$ für andere Zwecke reserviert ist.

Damit erhalten wir

$$\begin{aligned} &1.111111111111111111111111 \cdot 2^{127} \\ &= 1111111111111111111111111 \cdot 2^{104} \\ &\approx 3.403 \cdot 10^{38} \end{aligned}$$

als betragsmässig grösste normalisierte Zahl

5.5 Spezielle Zahlen

Die betragsmässig kleinste normalisierte Zahl

Der minimale Exponent beträgt 1-127=-126, da $00000000_2=0$ für andere Zwecke reserviert ist.

Damit erhalten wir

$$1 \cdot 2^{-126} \approx 1.175 \cdot 10^{-38}$$

als betragsmässig kleinste normalisierte Zahl

└ 5.5 Spezielle Zahlen

Die Null

Auf der einen Seite gewinnen wir durch die Normalisierung immer eine Binärstelle mehr an Genauigkeit. Andererseits zwingt uns dies mit m=1.M immer mindestens eine 1 in der Mantisse auf, so dass die Darstellung der 0 auf diese Weise unmöglich wird.

Um die Normalisierung zu "verhindern" wird der Exponent mit dem Wert E=0 codiert und die Mantisse wird in der Form m=0.M interpretiert. Dies führt dazu, dass die Null auch als Gleitkommazahl aus lauter Nullen besteht – naja nur fast, denn es gibt auch noch die "negative" Null, welche der Standard nicht verbietet. Somit hat die Null die folgende(n) Darstellung(en):

└ 5.5 Spezielle Zahlen

Subnormale (denormalisierte) Zahlen

. . .

machen, wenn der Exponent E=00000000 ist? Diese Werte lassen sich dazu verwenden, um Zahlen darzustellen, die zwischen Null und der kleinsten normalisierte Zahl sind. Deshalb der Ausdruck *sub*normale (oder: denormalisierte) Zahlen.

5.5 Spezielle Zahlen

Unendlich

Nachdem wir mit dem Exponenten E=0 die Zahl Null und die subnormalen Zahlen gewonnen haben, klären wir noch, was es mit dem maximalen Exponenten E=255 auf sich hat.

Die kleinste mit diesem Exponenten darstellbare Mantisse M=0 wird für Unendlich (Infinity) verwendet. Wieder gibt es zwei Formen:

Die Werte +Inf bzw. -Inf repräsentieren Zahlen, deren Betrag zu gross ist, um im oben beschriebenen System dargestellt werden zu können.

5.5 Spezielle Zahlen

Zahlen, die gar keine sind

Auch hier können wir uns fragen, was wir mit den übrigen Mantissen M zum Exponenten E=255 anfangen sollen. Die Informatiker haben hier eine besondere Lösung gefunden. Mit den Mantissen $M\neq 0$ werden Ereignisse angezeigt, die es bei korrektem Rechnen nicht geben darf.

- Division durch Null
- Quadratwurzel aus einer negativen Zahl
- Logarithmus einer negativen Zahl
- lacktriangle Arcussinus oder Arcuscosinus einer Zahl x mit |x|>1

Diese mit E=255 und $M\neq 0$ codierten Objekte werden als NaN (*Not a Number*) bezeichnet. Der IEEE 754-Standard ignoriert dabei das Vorzeichenbit.