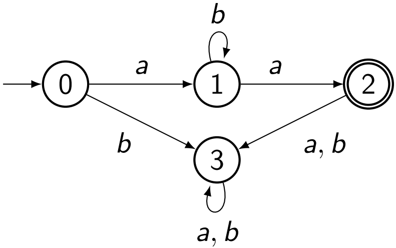
Endliche Automaten

Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 1

Beantworte die folgenden Fragen zum folgenden DFA:



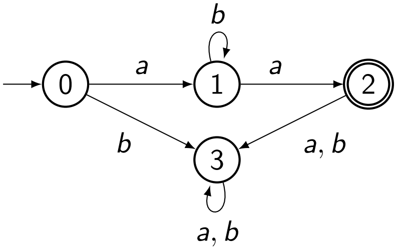
(a) Gib die formale Beschreibung $(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$ des DFA an.

(b) Welche der folgenden Eingaben werden vom DFA akzeptiert?

- ε
- ab
- $abbbba$
- bab

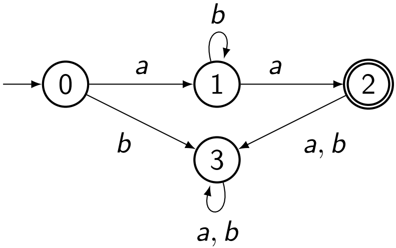
(c) Beschreibe informell die vom DFA akzeptierte Sprache.

Aufgabe 1



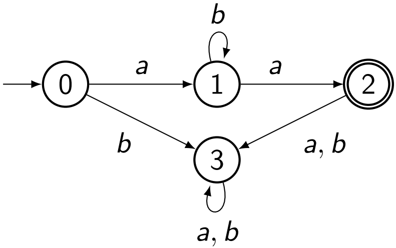
(a) $\Sigma = \{a, b\}$,

Aufgabe 1



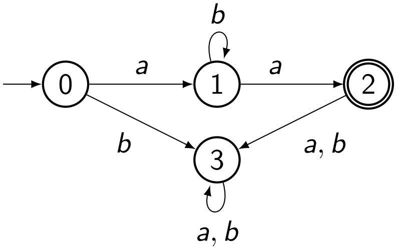
(a) $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{0, 1, 2, 3\}$,

Aufgabe 1



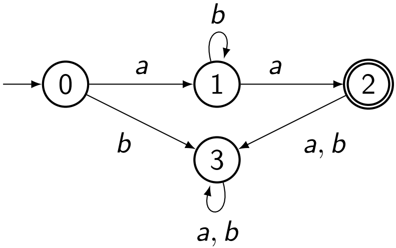
(a) $\Sigma = \{a, b\},\ Q = \{0, 1, 2, 3\},\ q_0 = 0,$

Aufgabe 1



(a) $\Sigma = \{a, b\},\ Q = \{0, 1, 2, 3\},\ q_0 = 0,\ F = \{2\}$

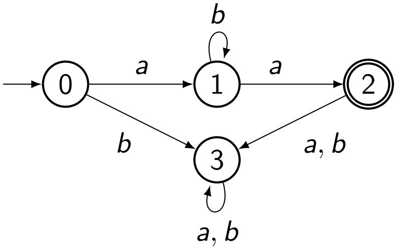
Aufgabe 1



(a) $\Sigma = \{a, b\},\ Q = \{0, 1, 2, 3\},\ q_0 = 0,\ F = \{2\}$

$$\begin{array}{llll} \delta(0,a) = 1 & \delta(1,a) = 2 & \delta(2,a) = 3 & \delta(3,a) = 3 \\ \delta(0,b) = 3 & \delta(1,b) = 1 & \delta(2,b) = 3 & \delta(3,b) = 3 \end{array}$$

Aufgabe 1

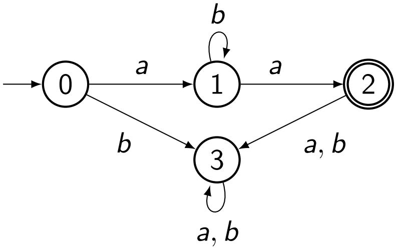


(a) $\Sigma = \{a, b\},\ Q = \{0, 1, 2, 3\},\ q_0 = 0,\ F = \{2\}$

$$\begin{array}{llll} \delta(0, a) = 1 & \delta(1, a) = 2 & \delta(2, a) = 3 & \delta(3, a) = 3 \\ \delta(0, b) = 3 & \delta(1, b) = 1 & \delta(2, b) = 3 & \delta(3, b) = 3 \end{array}$$

(b) ε (false),

Aufgabe 1

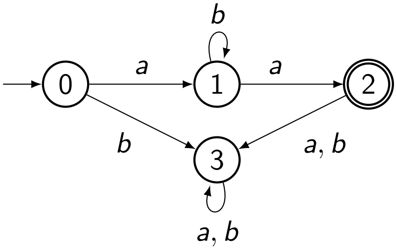


(a) $\Sigma = \{a, b\},\ Q = \{0, 1, 2, 3\},\ q_0 = 0,\ F = \{2\}$

$$\begin{array}{llll} \delta(0,a) = 1 & \delta(1,a) = 2 & \delta(2,a) = 3 & \delta(3,a) = 3 \\ \delta(0,b) = 3 & \delta(1,b) = 1 & \delta(2,b) = 3 & \delta(3,b) = 3 \end{array}$$

(b) ε (false), ab (false),

Aufgabe 1

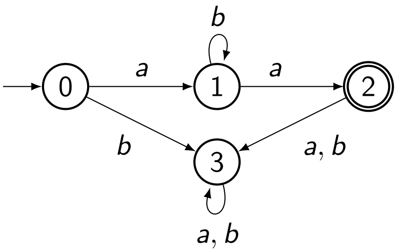


(a) $\Sigma = \{a, b\}, \; Q = \{0, 1, 2, 3\}, \; q_0 = 0, \; F = \{2\}$

$$\begin{array}{llll} \delta(0,a) = 1 & \delta(1,a) = 2 & \delta(2,a) = 3 & \delta(3,a) = 3 \\ \delta(0,b) = 3 & \delta(1,b) = 1 & \delta(2,b) = 3 & \delta(3,b) = 3 \end{array}$$

(b) ε (false), ab (false), $abbbba$ (true),

Aufgabe 1

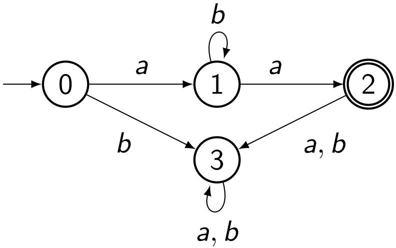


(a) $\Sigma = \{a, b\},\ Q = \{0, 1, 2, 3\},\ q_0 = 0,\ F = \{2\}$

$$\begin{array}{llll} \delta(0, a) = 1 & \delta(1, a) = 2 & \delta(2, a) = 3 & \delta(3, a) = 3 \\ \delta(0, b) = 3 & \delta(1, b) = 1 & \delta(2, b) = 3 & \delta(3, b) = 3 \end{array}$$

(b) ε (false), *ab* (false), *abbbba* (true), *bab* (false)

Aufgabe 1



(a) $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{0, 1, 2, 3\}$, $q_0 = 0$, $F = \{2\}$

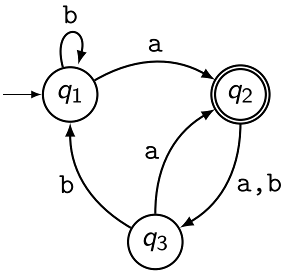
$$\delta(0, a) = 1 \quad \delta(1, a) = 2 \quad \delta(2, a) = 3 \quad \delta(3, a) = 3$$
$$\delta(0, b) = 3 \quad \delta(1, b) = 1 \quad \delta(2, b) = 3 \quad \delta(3, b) = 3$$

(b) ε (false), ab (false), $abbbba$ (true), bab (false)

(c) Das Zeichen a, gefolgt von 0, 1, 2, ... Zeichen b, gefolgt von einem Zeichen a.

Aufgabe 2

Beantworte die Fragen zum folgenden DFA in graphischer Darstellung.



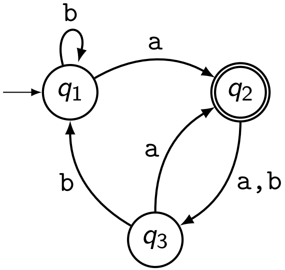
(a) Welches ist der Startzustand?

(b) Welches ist die Menge der akzeptierenden Zustände?

(c) Welche Folge von Zuständen durchläuft der DFA beim Lesen des Wortes `aabb`?

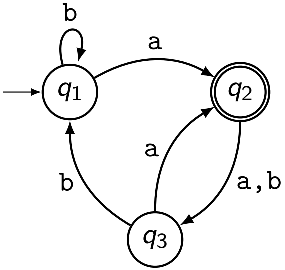
(d) Akzeptiert der Automat das leere Wort?

Aufgabe 2



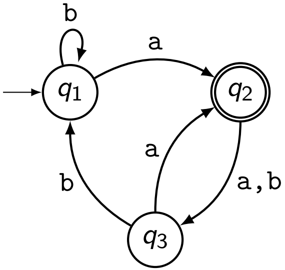
(a) Startzustand:

Aufgabe 2



(a) Startzustand: q_1

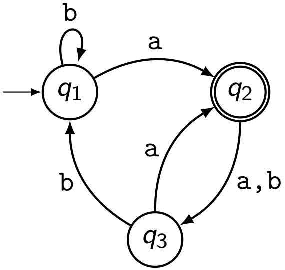
Aufgabe 2



(a) Startzustand: q_1

(b) Menge der akzeptierenden Zustände:

Aufgabe 2

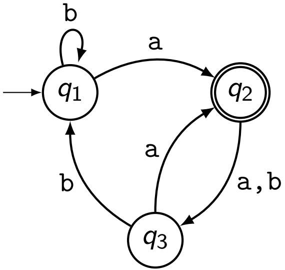


(a) Startzustand: q_1

(b) Menge der akzeptierenden Zustände: $F = \{q_2\}$

(c) Welche Folge von Zuständen durchläuft der DFA beim Lesen des Wortes aabb?

Aufgabe 2



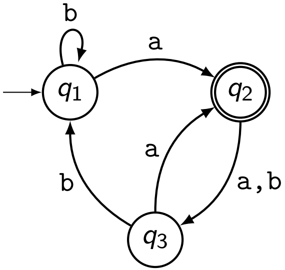
(a) Startzustand: q_1

(b) Menge der akzeptierenden Zustände: $F = \{q_2\}$

(c) Welche Folge von Zuständen durchläuft der DFA beim Lesen des Wortes aabb?

$$q_1 \xrightarrow{\texttt{a}} q_2 \xrightarrow{\texttt{a}} q_3 \xrightarrow{\texttt{b}} q_1 \xrightarrow{\texttt{b}} q_1$$

Aufgabe 2



(a) Startzustand: q_1

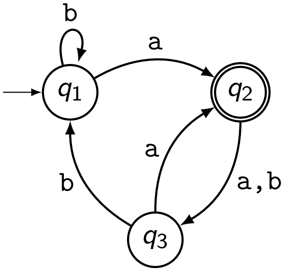
(b) Menge der akzeptierenden Zustände: $F = \{q_2\}$

(c) Welche Folge von Zuständen durchläuft der DFA beim Lesen des Wortes aabb?

$$q_1 \xrightarrow{\mathtt{a}} q_2 \xrightarrow{\mathtt{a}} q_3 \xrightarrow{\mathtt{b}} q_1 \xrightarrow{\mathtt{b}} q_1$$

(d) Akzeptiert der Automat das leere Wort?

Aufgabe 2



(a) Startzustand: q_1

(b) Menge der akzeptierenden Zustände: $F = \{q_2\}$

(c) Welche Folge von Zuständen durchläuft der DFA beim Lesen des Wortes `aabb`?

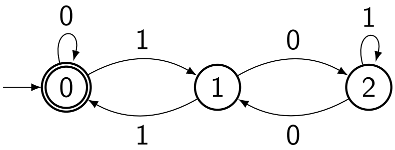
$q_1 \xrightarrow{\mathtt{a}} q_2 \xrightarrow{\mathtt{a}} q_3 \xrightarrow{\mathtt{b}} q_1 \xrightarrow{\mathtt{b}} q_1$

(d) Akzeptiert der Automat das leere Wort?

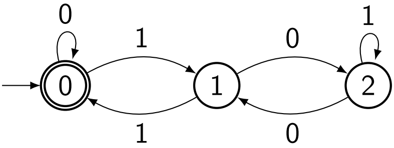
Nein, da q_1 kein akzeptierender Zustand ist.

Aufgabe 3

Wandle die Zahlen 0, 1, . . . , 15 in ihre Binärdarstellung um und prüfe, welche davon vom unten abgebildeten DFA akzeptiert werden. Finde aufgrund dieser Ergebnisse, eine informelle Beschreibung welche (Binär)Zahlen dieser Automaten akzeptiert.



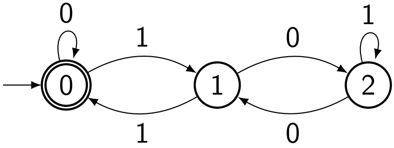
Aufgabe 3



dec	bin	akzeptiert
0	0	ja
1	1	nein
2	10	nein
3	11	ja
4	100	nein
5	101	nein
6	110	ja
7	111	nein

dec	bin	akzeptiert
8	1000	nein
9	1001	ja
10	1010	nein
11	1011	nein
12	1100	ja
13	1101	nein
14	1110	nein
15	1111	ja

Aufgabe 3



dec	bin	akzeptiert
0	0	ja
1	1	nein
2	10	nein
3	11	ja
4	100	nein
5	101	nein
6	110	ja
7	111	nein

dec	bin	akzeptiert
8	1000	nein
9	1001	ja
10	1010	nein
11	1011	nein
12	1100	ja
13	1101	nein
14	1110	nein
15	1111	ja

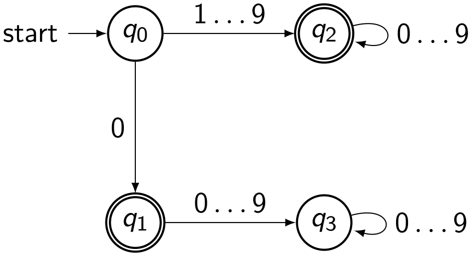
Der Automat akzeptiert genau die Binärzahlen, welche durch 3 teilbar sind.

Aufgabe 4

Gib einen DFA über $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ an, der alle nichtnegativen ganzen Zahlen ohne führende Nullen akzeptiert. *Beispiele:* akzeptiert werden 0, 445, 20008, . . . ; nicht aber 00, 007, ...

Aufgabe 4

DFA über $\Sigma = \{0, 1, \ldots, 9\}$, der alle nichtnegativen ganzen Zahlen ohne führende Nullen akzeptiert:



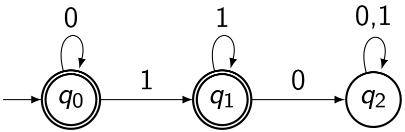
Beachte, dass eine *einzelne* Null in einem separaten Zustand (q_1) akzeptiert wird aber alle Wörter, die aus mehr als einem Zeichen bestehen und mit einer Null beginnen, gleich nach dieser ersten Null in einem nicht akzeptierenden Zustand (q_3) landen müssen, aus dem es „kein Entkommen“ gibt.

Aufgabe 5

Gib einen DFA an, der alle Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ akzeptiert, die aus einer (möglicherweise leeren) Folge von Nullen, gefolgt von einer (möglicherweise leeren) Folge von Einsen bestehen.

Aufgabe 5

Ein DFA, der alle Wörter akzeptiert, die aus einer (möglicherweise leeren) Folge von Nullen, gefolgt von einer (möglicherweise leeren) Folge von Einsen bestehen:



Auch hier muss man mit dem Zustand q_2 (einer „Senke“) dafür sorgen, dass ein Wort nicht akzeptiert wird, selbst wenn der Automat die ersten Zeichen akzptiert, aber danach noch Zeichen folgen, welche die Bedingung an die Sprache des Automaten verletzen.

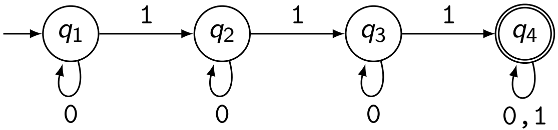
Aufgabe 6

Gib eine graphische Darstellung eines DFAs an, der die folgende Sprache erkennt, die über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ definiert ist.

$L = \{w \colon w \text{ enthält mindestens drei 1en}\}$

Aufgabe 6

$L = \{w \colon w \text{ enthält mindestens drei 1en}\};\ \Sigma = \{0, 1\}$



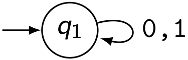
Aufgabe 7

Gib eine graphische Darstellung eines DFAs an, der die folgende Sprache erkennt, die über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ definiert ist.

$L = \{ \}$

Aufgabe 7

$L = \{\,\}$



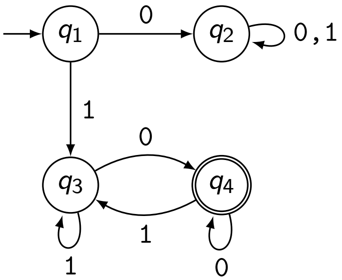
Aufgabe 8

Gib eine graphische Darstellung eines DFAs an, der die folgende Sprache erkennt, die über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ definiert ist.

$L = \{w\colon w \text{ beginnt mit einer 1 und endet mit einer 0}\}$

Aufgabe 8

$L = \{w \colon w \text{ beginnt mit einer 1 und endet mit einer 0}\}$; $\Sigma = \{0, 1\}$



Aufgabe 9

Gib eine graphische Darstellung eines DFAs an, der die folgende Sprache erkennt, die über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ definiert ist.

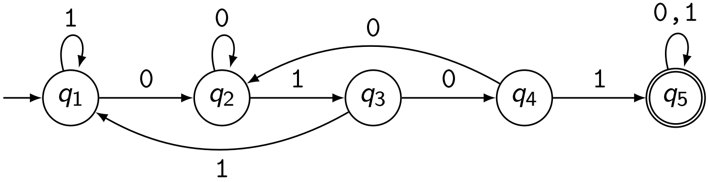
$L = \{w \colon w \text{ enthält das Teilwort } \texttt{0101}\}$

d. h.

$L = \{w \colon w = x\texttt{0101}y \text{ für beliebige } x, y \in \Sigma^*\}$

Aufgabe 9

$L = \{w \colon w \text{ enthält das Teilwort } \texttt{0101}\}$



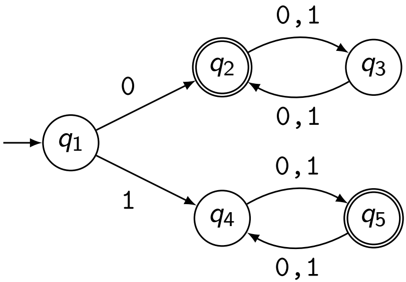
Aufgabe 10

Gib eine graphische Darstellung eines DFAs an, der die folgende Sprache erkennt, die über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ definiert ist.

$$L = \{w : w \text{ beginnt mit 0 und hat ungerade Länge}$$
$$\text{oder beginnt mit 1 und hat gerade Länge}\}$$

Aufgabe 10

$L = \{w : w$ beginnt mit 0 und hat ungerade Länge
oder beginnt mit 1 und hat gerade Länge$\}$



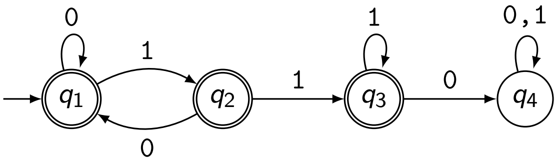
Aufgabe 11

Gib eine graphische Darstellung eines DFAs an, der die folgende Sprache erkennt, die über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ definiert ist.

$L = \{w \colon w \text{ enthält das Teilwort } 110 \text{ nicht}\}$

Aufgabe 11

$$L = \{w \colon w \text{ enthält das Teilwort } 110 \text{ nicht}\}$$



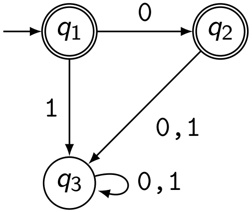
Aufgabe 12

Gib eine graphische Darstellung eines DFAs an, der die folgende Sprache erkennt, die über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ definiert ist.

$L = \{\varepsilon, 0\}$

Aufgabe 12

$$L = \{\varepsilon, 0\}$$



Aufgabe 13

Gib eine graphische Darstellung eines DFAs an, der die folgende Sprache erkennt, die über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ definiert ist.

$L = \{w \colon w \text{ ist nicht das leere Wort}\}$

Aufgabe 13

$L = \{w \colon w \text{ ist nicht das leere Wort}\}$