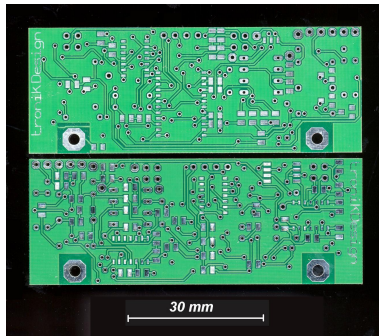


**Aufgabe 1**

- Logistik: Tour eines Postboten oder eines Paketverteilers
- Technik: Bohren von Leiterplatten



Quelle: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dldklpcb.jpg>  
Ulfbastel, CC BY-SA 3.0 <<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>>

**Aufgabe 2**

(a)  $\frac{1}{2}(9 - 1)! = \frac{1}{2} \cdot 8!$

(b)  $(9 - 1)! = 8!$

Da es gemäss Aufgabenstellung nicht auf die Startstadt ankommt, kann man irgend eine Stadt als Startort auswählen. Dann gibt es nur noch 8! Möglichkeiten, die übrigen 8 Städte zu besuchen. Beim symmetrischen TSP halbiert sich dieser Wert nochmals.

**Aufgabe 3**

Alle Permutationen von  $\{U, Z, C, J, D\}$ , die mit  $UZ$  beginnen:

UZCJD

UZJCD

UZDCJ

UZCDJ

UZJDC

UZDJC

**Aufgabe 4**

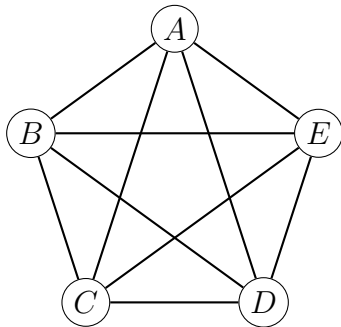
$$\frac{96!}{95!} = \frac{96 \cdot 95!}{95!} = 96$$

**Aufgabe 5**

$$146 \cdot 144! \cdot 145 = 146 \cdot 145 \cdot 144! = 146!$$

### Aufgabe 6

(a) Vollständiger Graph mit 5 Knoten:



(b)  $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$  Kanten

### Aufgabe 7

	A	B	C	D
A	0	8	8	7
B	8	0	4	2
C	8	4	0	8
D	7	2	8	0

$ABCDA \Rightarrow 27$

$ABDCA \Rightarrow 26$

$ACBDA \Rightarrow 21$  optimale Route

$ACDBA \sim ABDCA$

$ADBCA \sim ACBDA$

$ADCBA \sim ABCDA$

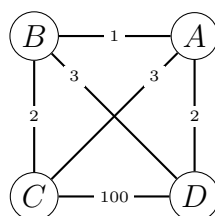
### Aufgabe 8

$$T(12) = C \cdot 12! = 30 \text{ s}$$

$$T(14) = C \cdot 14! = 14 \cdot 13 \cdot C \cdot 12! = 182 \cdot 30 \text{ s} = 5460 \text{ s} = 91 \text{ Min}$$

### Aufgabe 9

	A	B	C	D
A	0	1	3	2
B	1	0	2	3
C	3	2	0	100
D	2	3	100	0



$A \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{100} D \xrightarrow{2} A$  Länge: 105

$B \xrightarrow{1} A \xrightarrow{2} D \xrightarrow{100} C \xrightarrow{2} B$  Länge: 105

$C \xrightarrow{2} B \xrightarrow{1} A \xrightarrow{2} D \xrightarrow{100} C$  Länge: 105

$D \xrightarrow{2} A \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{100} D$  Länge: 105

Die Route  $A D B C A$  mit der Länge 10 ist deutlich kürzer.

Die Nearest Neighbor-Heuristik sucht *gierig* nach der nächsten kürzesten Verbindung und wird so möglicherweise am Ende dazu gezwungen, Strecken mit hohen Kosten zu durchlaufen.

### Aufgabe 10

Eine Heuristik ist ein Lösungsverfahren, das mit beschränkten Informationen über das zu lösende Problem und geringem Rechenaufwand eine plausible Lösung findet. Der Nachteil ist, dass die Lösung nicht zwingend optimal sein muss.

Heuristiken werden dann eingesetzt, wenn für die optimale Lösung ein exponentieller oder grösserer Aufwand betrieben werden muss.

### Aufgabe 11

	A	B	C	D	E
A	0	7	1	2	3
B	7	0	5	10	4
C	1	5	0	6	8
D	2	10	6	0	9
E	3	4	8	9	0

(a)  $B \xrightarrow{4} E \xrightarrow{3} A \xrightarrow{1} C \xrightarrow{6} D \xrightarrow{10} B$  (Total: 24)

(b) optimale Tour:  $A \xrightarrow{2} D \xrightarrow{6} C \xrightarrow{5} B \xrightarrow{4} E \xrightarrow{3} A$  (Total: 20)

$$\begin{aligned} 20 &\hat{=} 100\% \\ 24 &\hat{=} x \end{aligned} \Rightarrow x = \frac{100\%}{20} \cdot 24 = 120\%$$

Die Approximation in (b) ist 20% länger als die kürzesten Rundreise.

### Aufgabe 12

	A	B	C	D
A	0	100	5	3
B	100	0	2	4
C	5	2	0	1
D	3	4	1	0

(a) NNH mit Start in A:

$$A \xrightarrow{3} D \xrightarrow{1} C \xrightarrow{2} B \xrightarrow{100} A \text{ (Total: 106)}$$

(b) Eine Rundreise mit minimaler Länge:

$$A \xrightarrow{5} C \xrightarrow{2} B \xrightarrow{4} D \xrightarrow{3} A \text{ (Total: 14)}$$

(c) Eine Rundreise mit maximaler Länge:

$$A \xrightarrow{100} B \xrightarrow{4} D \xrightarrow{1} C \xrightarrow{5} A \text{ (Total: 110)}$$

### Aufgabe 13

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	8	7	6
<i>B</i>	8	0	9	5
<i>C</i>	7	9	0	3
<i>D</i>	6	5	3	0

Wir beginnen den Test mit dem grössten Distanzwert  $BC = 9$ . Als dritte Knoten kommen dann  $A$  und  $D$  in Frage.

$$9 = BC \leq BA + AC = 8 + 7 = 15 \quad \text{richtig}$$

$$9 = BC \leq BD + DC = 5 + 3 = 8 \quad \text{falsch}$$

Somit ist mindestens eine der Dreiecksungleichungen verletzt und die Distanzmatrix ist nicht metrisch.

### Aufgabe 14

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>A</i>	0	11	10	12	8
<i>B</i>	11	0	9	7	6
<i>C</i>	10	9	0	5	4
<i>D</i>	12	7	5	0	3
<i>E</i>	8	6	4	3	0

Wir beginnen den Test mit dem grössten Distanzwert  $AD = 12$ . Als dritte Knoten kommen  $B$ ,  $C$  und  $E$  in Frage.

$$12 = AD \leq AB + BD = 11 + 7 = 18 \quad \text{richtig}$$

$$12 = AD \leq AC + CD = 10 + 5 = 15 \quad \text{richtig}$$

$$12 = AD \leq AE + ED = 8 + 3 = 11 \quad \text{falsch}$$

Somit ist mindestens eine der Dreiecksungleichungen verletzt und die Distanzmatrix ist nicht metrisch.

### Aufgabe 15

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	9	7	2
<i>B</i>	9	0	6	8
<i>C</i>	7	6	0	4
<i>D</i>	2	8	4	0

Beginne den Test mit dem grössten Distanzwert  $AB = 9$ .

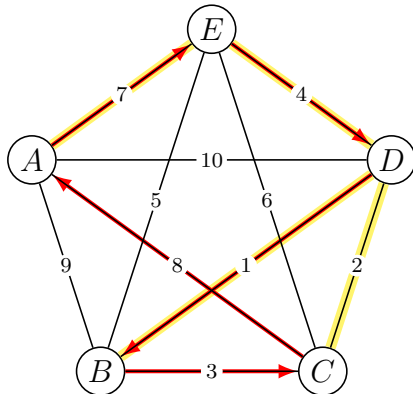
$$9 = AB \leq AC + CB = 7 + 6 = 13 \quad \text{richtig}$$

$$9 = AB \leq AD + DB = 2 + 8 = 10 \quad \text{richtig}$$

Setze den Test mit den nächsttieferen Distanzwerten fort.

$8 = BD \leq BA + AD = 9 + 2 = 11$  richtig  
 $8 = BD \leq BC + CD = 6 + 4 = 10$  richtig  
 $7 = AC \leq AB + BC = 9 + 6 = 15$  richtig  
 $7 = AC \leq AD + DC = 2 + 4 = 6$  falsch  
 $\Rightarrow$  Die Distanzmatrix ist nicht metrisch.

### Aufgabe 16



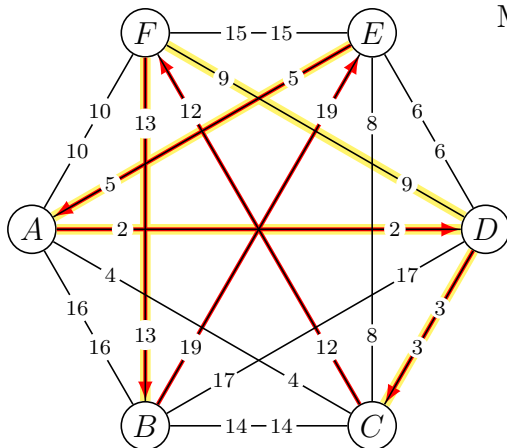
MST: 

A	E
B	D
C	D
D	E, B, C
E	A, D

DFS:  $A \xrightarrow{7} E \xrightarrow{4} D \xrightarrow{1} B \xrightarrow{3} C \xrightarrow{8} A$  (Total: 23)

eine optimale Tour:  $A \xrightarrow{8} C \xrightarrow{3} B \xrightarrow{1} D \xrightarrow{4} E \xrightarrow{7} A$  (Total: 23)

### Aufgabe 17



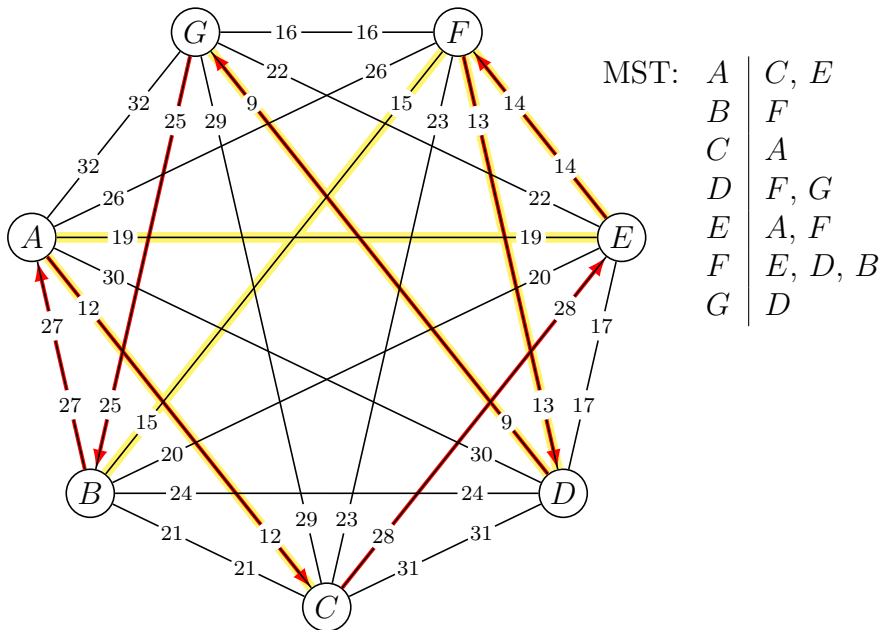
MST: 

A	D, E
B	F
C	D
D	A, C, F
E	A
F	D, B

DFS:  $A \xrightarrow{2} D \xrightarrow{3} C \xrightarrow{12} F \xrightarrow{13} B \xrightarrow{19} E \xrightarrow{5} A$  (Total: 54)

eine optimale Tour:  $A \xrightarrow{4} C \xrightarrow{14} B \xrightarrow{13} F \xrightarrow{9} D \xrightarrow{6} E \xrightarrow{5} A$  (Total: 51)

### Aufgabe 18



MST:

A	C, E
B	F
C	A
D	F, G
E	A, F
F	E, D, B
G	D

DFS:  $A \xrightarrow{12} C \xrightarrow{28} E \xrightarrow{14} F \xrightarrow{13} D \xrightarrow{9} G \xrightarrow{25} B \xrightarrow{27} A$  (Total: 128)

eine optimale Tour:  $A \xrightarrow{12} C \xrightarrow{21} B \xrightarrow{15} F \xrightarrow{16} G \xrightarrow{9} D \xrightarrow{17} E \xrightarrow{19} A$  (Total: 109)

### Aufgabe 19

(a): Input (b): Laufzeit (c): Output (Qualität der Lösung)

*Brute Force-Methode*

- (a) Distanzmatrix
- (b)  $O(n!)$ ; für grosse  $n$  nicht mehr handhabbar
- (c) liefert eine optimale Lösung

*Nearest-Neighbor-Heuristik*

- (a) Distanzmatrix und ein Startknoten
- (b) Polynomialzeit (praktisch lösbar)
- (c) liefert im Allgemeinen keine optimale Lösung

*Minimum-Spanning-Tree-Heuristik*

- (a) metrische Distanzmatrix
- (b) Polynomialzeit (praktisch lösbar)
- (c) Maximal doppelt so hohe Kosten wie beim Optimum