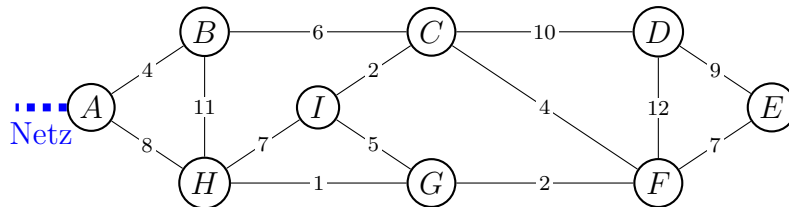


Minimale Spannbäume

Lösungen+

Aufgabe

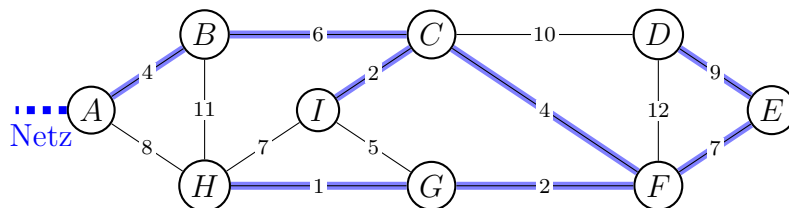
Die schematische (nicht massstäbliche) Darstellung zeigt neun Ortschaften und das sie verbindende Strassennetz. Zahlen stellen Distanzen in Kilometern dar.



Nun sollen alle Ortschaften durch ein Glasfasernetz verbunden werden, das momentan in A endet. Die Kabel werden entlang der Strassen verlegt, da sich dort bereits Kabelkanäle befinden.

Entlang welcher Strassen musst du die Glasfaserkabel verlegen, wenn möglichst wenig Kabel verwendet werden soll?

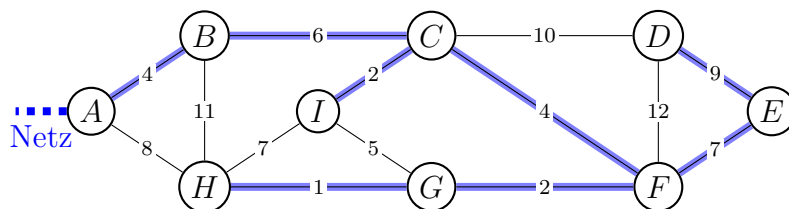
Lösung 1



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Algorithmus von Prim (1957): Wähle unter allen Kanten, die erreichte Knoten mit noch nicht erreichten Knoten verbinden die kürzeste aus. Gibt es mehrere dieser Kanten, nimm eine beliebige.

Lösung 2



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Algorithmus von Kruskal (1956): Durchlaufe die Kanten nach aufsteigender Reihenfolge und füge sie zum Netzwerk hinzu, wenn höchstens einer der beiden Knoten bereits angeschlossen ist. Bei Kanten gleicher Länge wähle eine beliebige.

Begriffe

Graph: Eine Menge von *Knoten* (Objekten), die durch *Kanten* (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum: Ein zusammenhängender Graph ohne „Rundwege“.

Spannbaum: Ein Baum, der alle Knoten eines Graphen enthält.

minimaler Spannbaum: Ein Spannbaum in einem kantengewichteten Graphen mit minimaler Gewichtssumme. (*MST = minimum spanning tree*)

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

- endlich
- eindeutig
- allgemein
- ausführbar
- korrekt

Anwendungen der MST-Algorithmen:

- Netzwerkplanung
- Design von Leiterplatten
- Bildsegmentierung
- als Bestandteil anderer Algorithmen