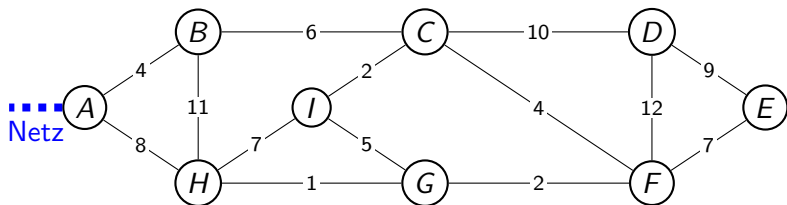


Minimale Spannbäume

Theorie

Aufgabe

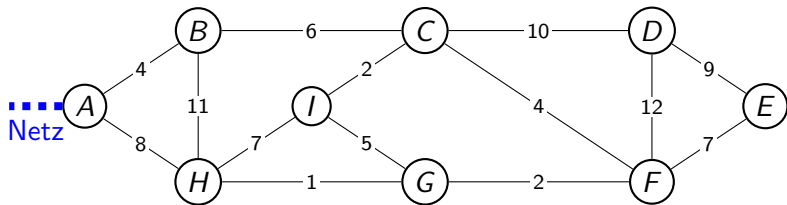
Die schematische (nicht massstäbliche) Darstellung zeigt neun Ortschaften und das sie verbindende Strassennetz. Zahlen stellen Distanzen in Kilometern dar.



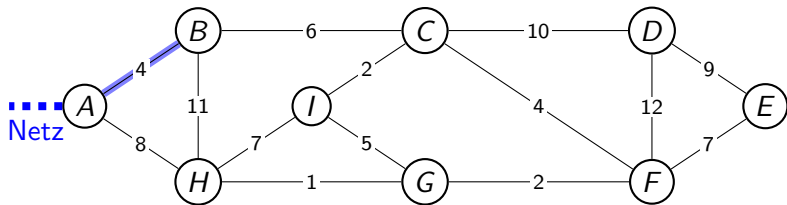
Nun sollen alle Ortschaften durch ein Glasfasernetz verbunden werden, das momentan in A endet. Die Kabel werden entlang der Strassen verlegt, da sich dort bereits Kabelkanäle befinden.

Entlang welcher Strassen musst du die Glasfaserkabel verlegen, wenn möglichst wenig Kabel verwendet werden soll?

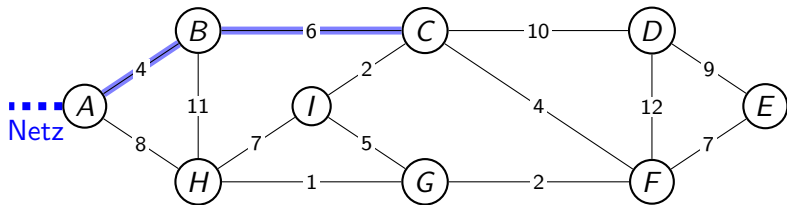
Lösung 1



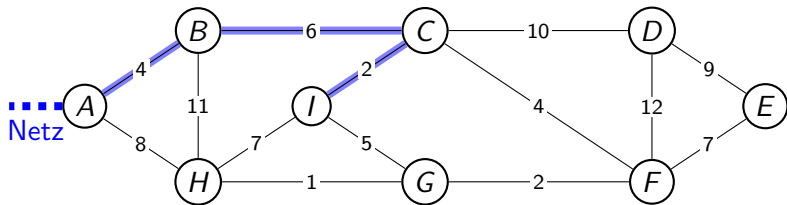
Lösung 1



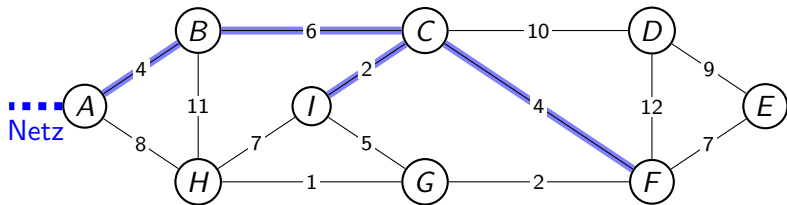
Lösung 1



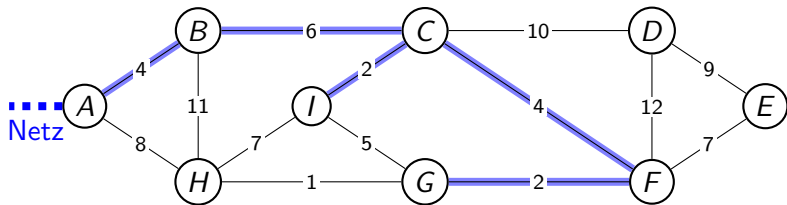
Lösung 1



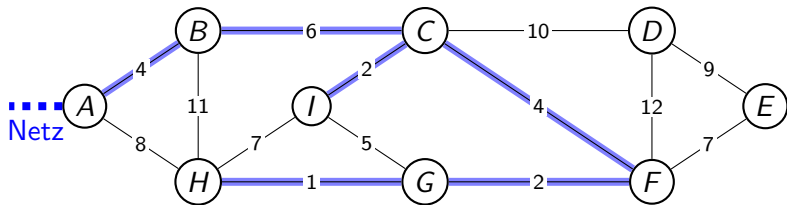
Lösung 1



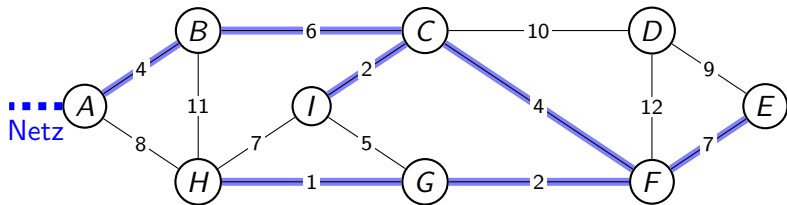
Lösung 1



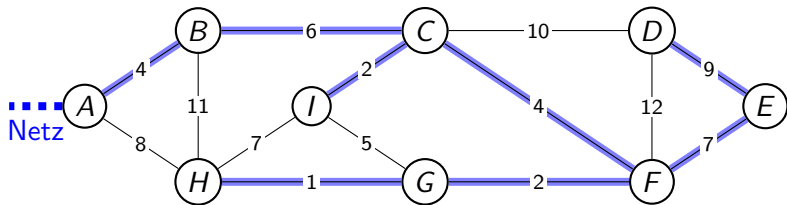
Lösung 1



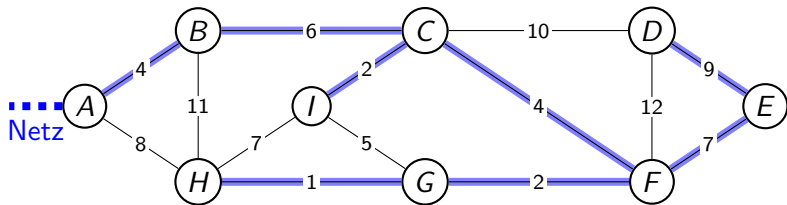
Lösung 1



Lösung 1

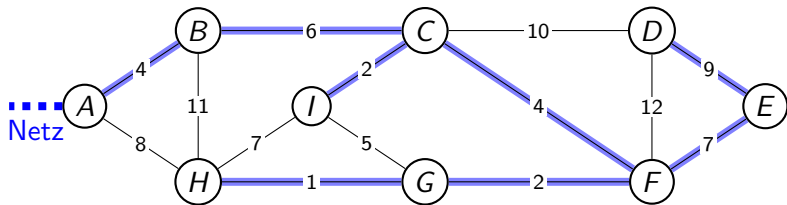


Lösung 1



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

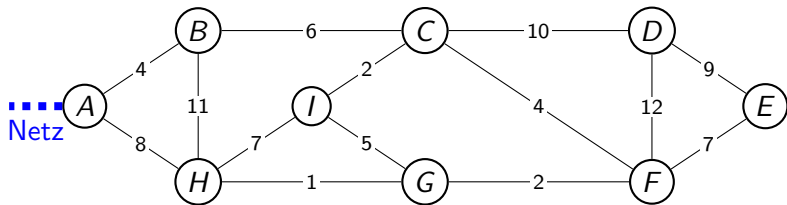
Lösung 1



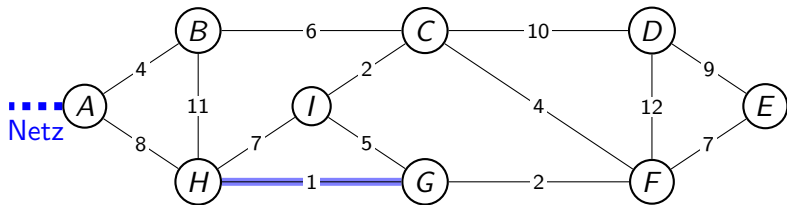
Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Algorithmus von Prim (1957): Wähle unter allen Kanten, die erreichte Knoten mit noch nicht erreichten Knoten verbinden die kürzeste aus. Gibt es mehrere dieser Kanten, nimm eine beliebige.

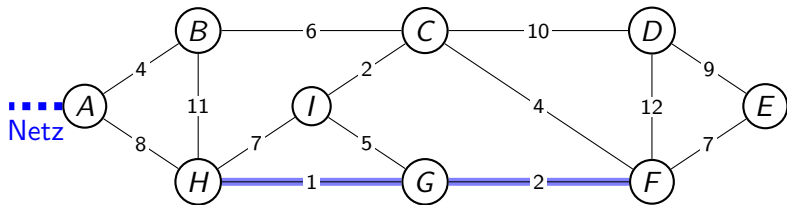
Lösung 2



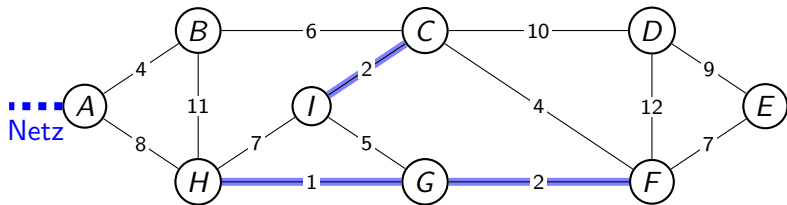
Lösung 2



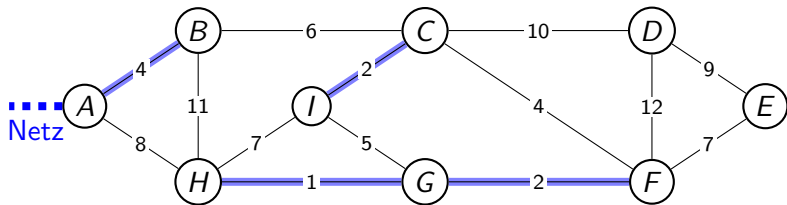
Lösung 2



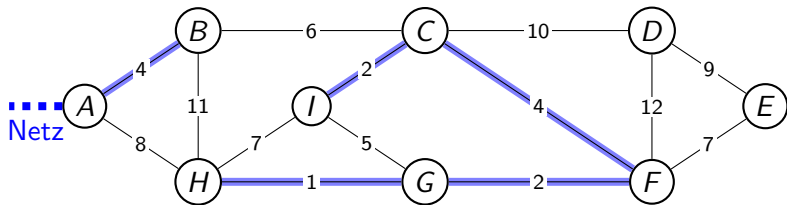
Lösung 2



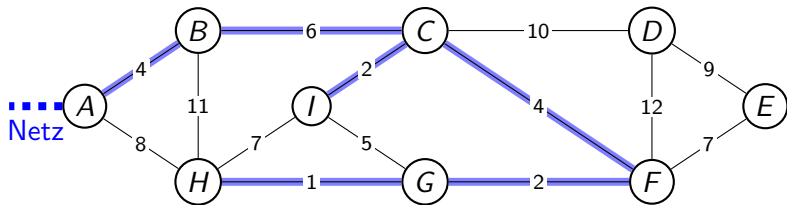
Lösung 2



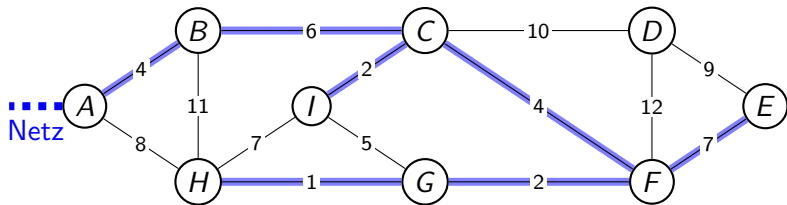
Lösung 2



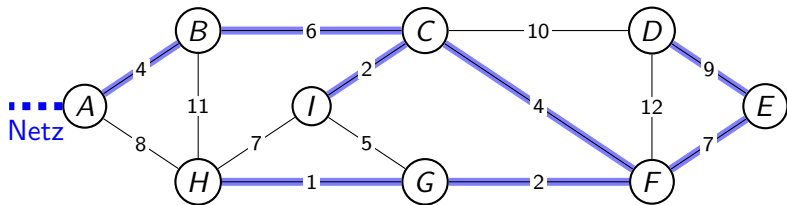
Lösung 2



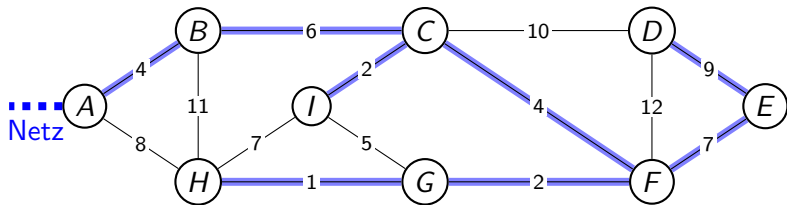
Lösung 2



Lösung 2

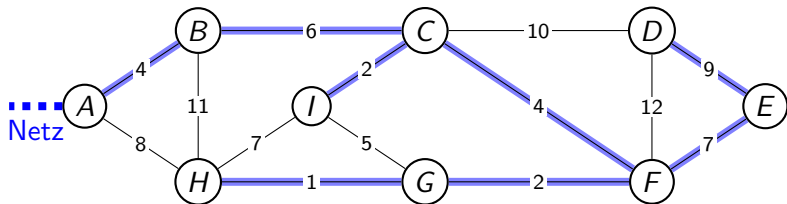


Lösung 2



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Lösung 2



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Algorithmus von Kruskal (1956): Durchlaufe die Kanten nach aufsteigender Reihenfolge und füge sie zum Netzwerk hinzu, wenn höchstens einer der beiden Knoten bereits angeschlossen ist. Bei Kanten gleicher Länge wähle eine beliebige.

Begriffe

Graph:

Baum:

Spannbaum:

minimaler Spannbaum:

Begriffe

Graph: Eine Menge von Knoten (Objekten), die durch Kanten (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum:

Spannbaum:

minimaler Spannbaum:

Begriffe

Graph: Eine Menge von Knoten (Objekten), die durch Kanten (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum: Ein zusammenhängender Graph ohne „Rundwege“.

Spannbaum:

minimaler Spannbaum:

Begriffe

Graph: Eine Menge von Knoten (Objekten), die durch Kanten (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum: Ein zusammenhängender Graph ohne „Rundwege“.

Spannbaum: Ein Baum, der alle Knoten eines Graphen enthält.

minimaler Spannbaum:

Begriffe

Graph: Eine Menge von Knoten (Objekten), die durch Kanten (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum: Ein zusammenhängender Graph ohne „Rundwege“.

Spannbaum: Ein Baum, der alle Knoten eines Graphen enthält.

minimaler Spannbaum: Ein Spannbaum in einem kantengewichteten Graphen mit minimaler Gewichtssumme.
(*MST = minimum spanning tree*)

Algorithmus:

Anwendungen der MST-Algorithmen:

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

Anwendungen der MST-Algorithmen:

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

- ▶ endlich

Anwendungen der MST-Algorithmen:

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

- ▶ endlich
- ▶ eindeutig

Anwendungen der MST-Algorithmen:

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

- ▶ endlich
- ▶ eindeutig
- ▶ allgemein

Anwendungen der MST-Algorithmen:

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

- ▶ endlich
- ▶ eindeutig
- ▶ allgemein
- ▶ ausführbar

Anwendungen der MST-Algorithmen:

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

- ▶ endlich
- ▶ eindeutig
- ▶ allgemein
- ▶ ausführbar
- ▶ korrekt

Anwendungen der MST-Algorithmen:

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

- ▶ endlich
- ▶ eindeutig
- ▶ allgemein
- ▶ ausführbar
- ▶ korrekt

Anwendungen der MST-Algorithmen:

- ▶ Netzwerkplanung

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

- ▶ endlich
- ▶ eindeutig
- ▶ allgemein
- ▶ ausführbar
- ▶ korrekt

Anwendungen der MST-Algorithmen:

- ▶ Netzwerkplanung
- ▶ Design von Leiterplatten

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

- ▶ endlich
- ▶ eindeutig
- ▶ allgemein
- ▶ ausführbar
- ▶ korrekt

Anwendungen der MST-Algorithmen:

- ▶ Netzwerkplanung
- ▶ Design von Leiterplatten
- ▶ Bildsegmentierung

Algorithmus: Ein Problemlösungsverfahren mit folgenden Eigenschaften:

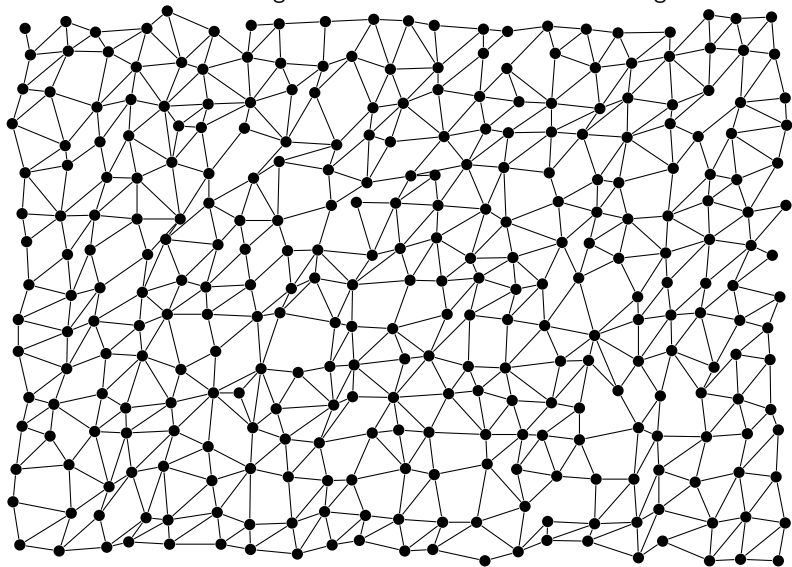
- ▶ endlich
- ▶ eindeutig
- ▶ allgemein
- ▶ ausführbar
- ▶ korrekt

Anwendungen der MST-Algorithmen:

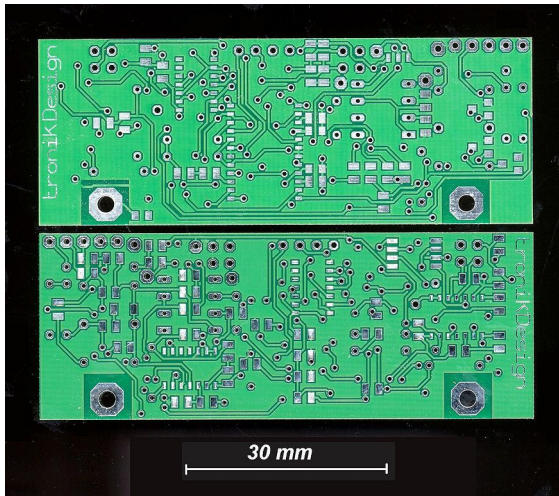
- ▶ Netzwerkplanung
- ▶ Design von Leiterplatten
- ▶ Bildsegmentierung
- ▶ als Bestandteil anderer Algorithmen

Graph mit 315 Knoten und 782 Kanten

Eine manuelle Bestimmung des MST wäre hier etwas aufwändig!



Eine unbestückte Leiterplatte



Ulfbastel, CC BY-SA 3.0

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/> , via Wikimedia Commons

Bildsegmentierung



Pedro F. Felzenszwalb und Daniel P. Huttenlocher. Efficient graph-based image segmentation. *Int. J. Comput. Vision*, 59(2):167–181, September 2004.