

Minimale Spannbäume

Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 1

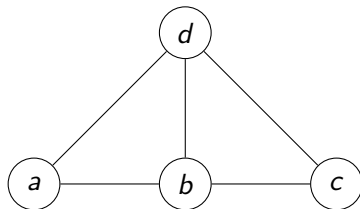
Skizziere die folgenden Graphen aufgrund der Knoten- und Kantenmenge V bzw. E . Achte darauf, dass sich die Kanten möglichst nicht überkreuzen. Gib ferner an ob es sich beim Graphen um einen Baum handelt.

$$V = \{a, b, c, d\}$$

$$E = \{\{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}\}$$

Aufgabe 1

Hier eine von vielen möglichen Darstellungen des Graphen:



Der Graph ist kein Baum, da er beispielsweise den Zyklus (a, b, d, a) enthält.

Aufgabe 2

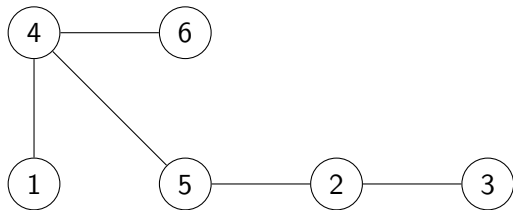
Skizziere die folgenden Graphen aufgrund der Knoten- und Kantenmenge V bzw. E . Achte darauf, dass sich die Kanten möglichst nicht überkreuzen. Gib ferner an ob es sich beim Graphen um einen Baum handelt.

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{\{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$$

Aufgabe 2

Hier eine von vielen möglichen Darstellungen des Graphen:



Der Graph ist ein Baum, da er keine Zyklen enthält.

Aufgabe 3

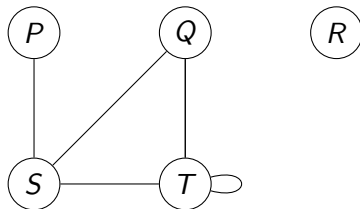
Skizziere die folgenden Graphen aufgrund der Knoten- und Kantenmenge V bzw. E . Achte darauf, dass sich die Kanten möglichst nicht überkreuzen.

$$V = \{P, Q, R, S, T\}$$

$$E = \{\{P, S\}, \{Q, T\}, \{Q, S\}, \{S, T\}, \{T, T\}\}$$

Aufgabe 3

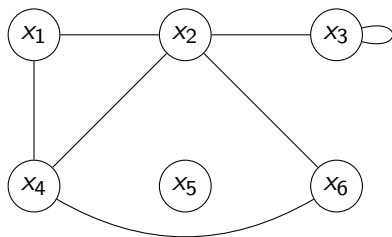
Hier eine von vielen möglichen Darstellungen des Graphen:



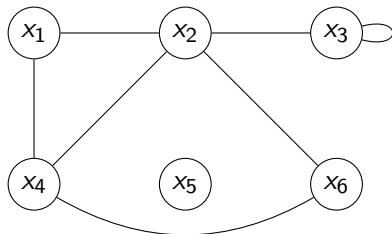
Der Graph enthält den *isolierten* Knoten R und eine *Schleife* bei T .

Aufgabe 4

Stelle den abgebildeten Graphen durch seine Knotenmenge V und seine Kantenmenge E formal korrekt dar.



Aufgabe 4

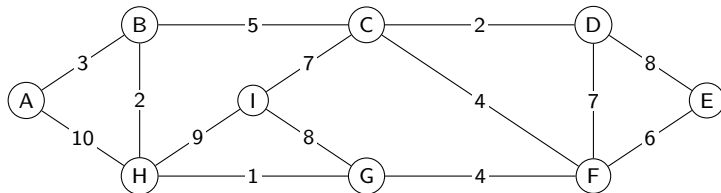


$$V = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$$

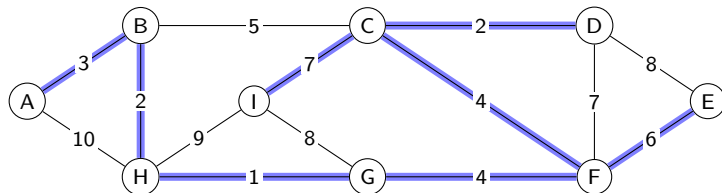
$$E = \{\{x_1, x_2\}, \{x_1, x_4\}, \{x_2, x_3\}, \{x_2, x_4\}, \{x_2, x_6\}, \{x_3, x_3\}, \{x_4, x_6\}\}$$

Aufgabe 5

Bestimme mit dem Algorithmus von Prim einen minimalen Spannbaum des gegebenen Graphen. Der Startknoten ist A. Notiere die Kanten des Spannbaums in der Reihenfolge, in der du sie mit dem Algorithmus bestimmst. Bei mehreren Möglichkeiten wähle eine beliebige aus.



Aufgabe 5



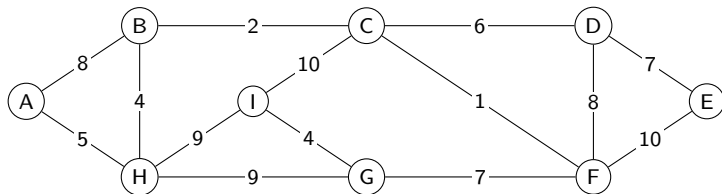
Algorithmus von Prim:

$\{A, B\}, \{B, H\}, \{H, G\}, \{G, F\}, \{F, C\}, \{C, D\}, \{F, E\}, \{C, I\}$

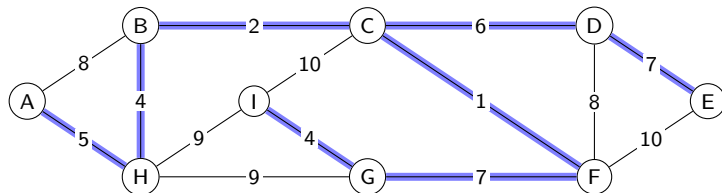
Summe der Kanten im Spannbaum: 29

Aufgabe 6

Bestimme mit dem Algorithmus von Kruskal einen minimalen Spannbaum des gegebenen Graphen. Notiere die Kanten des Spannbaums in der Reihenfolge, in der du sie mit dem Algorithmus bestimmst. Bei mehreren Möglichkeiten wähle eine beliebige aus.



Aufgabe 6



Algorithmus von Kruskal:

$\{C, F\}, \{B, C\}, \{B, H\}, \{G, I\}, \{A, H\}, \{C, D\}, \{D, E\}, \{F, G\}$

Summe der Kanten im Spannbaum: 36