

Aufgabe 1

2 rote, 3 grüne und 5 blaue Kugeln: $P(r) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0.2$

$$P(g) = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$P(b) = \frac{5}{10} = 0.5$$

(a) A : Alle Kugeln sind rot

$$P(rrr) = 0.2^3 = 0.008$$

(b) B : Alle Kugeln haben die gleiche Farbe

$$P(rrr) + P(ggg) + P(bbb) = 0.2^3 + 0.3^3 + 0.5^3 = 0.16$$

(c) C : Mindestens eine Kugel ist rot $\Rightarrow \bar{C}$: keine Kugel ist rot

$$1 - P(\bar{r}\bar{r}\bar{r}) = 1 - 0.8^3 = 0.488$$

(d) D : Alle Kugeln haben verschiedene Farben

$$D = \{rgb, rbg, grb, gbr, brg, bgr\}$$

$$P(D) = 6 \cdot P(rgb) = 6 \cdot 0.2 \cdot 0.3 \cdot 0.5 = 0.18$$

(e) E : *Höchstens* eine Kugel ist grün \Rightarrow *Keine* oder *eine* Kugel ist grün

$$E = \{\bar{g}\bar{g}\bar{g}, g\bar{g}\bar{g}, \bar{g}g\bar{g}, \bar{g}\bar{g}g\}$$

$$P(E) = 0.7^3 + 3 \cdot 0.3 \cdot 0.7^2 = 0.784$$

Aufgabe 2

2 rote, 3 grüne und 5 blaue Kugeln

(a) A : Alle Kugeln sind rot

$$P(rrr) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{0}{8} = 0$$

(b) B : Alle Kugeln haben die gleiche Farbe

$$P(ggg) + P(bbb) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{11}{120}$$

(c) C : Mindestens eine Kugel ist rot $\Rightarrow \bar{C}$: keine Kugel ist rot

$$1 - P(\bar{r}\bar{r}\bar{r}) = 1 - \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{7}{15}$$

(d) D : Alle Kugeln haben verschiedene Farben

$$D = \{rgb, rbg, grb, gbr, brg, bgr\}$$

$$P(D) = 6 \cdot P(rgb) = 6 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$$

(e) E : *Höchstens* eine Kugel ist grün \Rightarrow *Keine* oder *eine* Kugel ist grün

$$E = \{\bar{g}\bar{g}\bar{g}, g\bar{g}\bar{g}, \bar{g}g\bar{g}, \bar{g}\bar{g}g\}$$

$$P(E) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} + 3 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{49}{60}$$

Aufgabe 3

Ereignis B : Biophänomen ist sichtbar

$$P(B) = 0.05 \text{ und } P(\bar{B}) = 0.95$$

$$P_n(\text{mind. 1 Mal } B) \geq 0.99$$

$$1 - P_n(\text{nie } B) \geq 0.99$$

$$1 - P_n(n \text{ Mal } \bar{B}) \geq 0.99$$

$$1 - 0.95^n \geq 0.99 \quad || - 0.99, + 0.95^n$$

$$0.01 \geq 0.95^n \quad || \log_a \quad \text{mit beliebiger Basis } a$$

$$\ln(0.01) \geq n \cdot \ln(0.95) \quad || : \ln(0.95) \quad [\text{ist kleiner als 0}]$$

$$\frac{\ln(0.01)}{\ln(0.95)} \leq n$$

$$89.78 \leq n$$

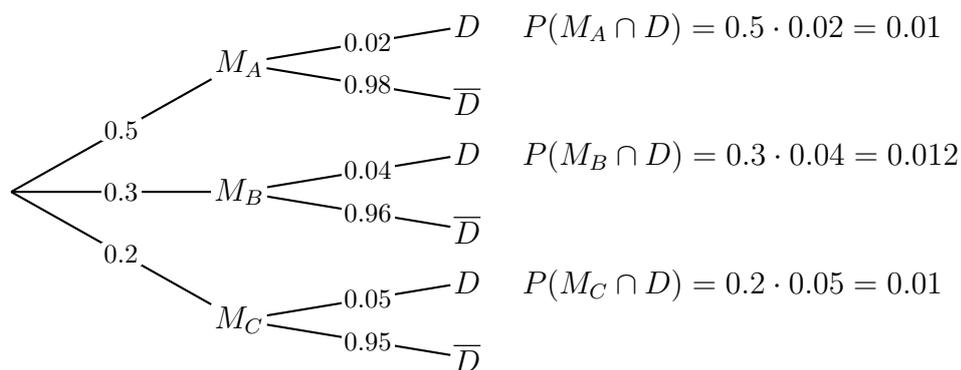
Das Experiment muss mindestens 90 Mal wiederholt werden.

Aufgabe 4

M_A : Glühbirne von Maschine A D : Glühbirne defekt

M_B : Glühbirne von Maschine B

M_C : Glühbirne von Maschine C



$$(a) P(D) = P(D \cap M_A) + P(D \cap M_B) + P(D \cap M_C) = 0.01 + 0.012 + 0.01 = 0.032$$

$$(b) P(M_C|D) = \frac{P(M_C \cap D)}{P(D)} = \frac{0.01}{0.032} = 0.3125$$