

asymptotisches Verhalten: Wie verhält sich $y = f(x)$ für grosse $|x|$?

Spezialfall: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ (Polynom)

Klammere die Potenz mit dem grösstem Exponenten aus:

$$f(x) = x^n \left(a_n + \frac{a_{n-1}}{x} + \frac{a_{n-2}}{x^2} + \dots + \frac{a_1}{x^{n-1}} + \frac{a_0}{x^n} \right)$$

$$\text{wenn } |x| \rightarrow \infty: \frac{a_{n-1}}{x} \rightarrow 0, \frac{a_{n-2}}{x} \rightarrow 0, \dots, \frac{a_1}{x^{n-1}} \rightarrow 0, \frac{a_0}{x^n} \rightarrow 0$$

$$\text{Daraus folgt: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} a_n x^n$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} a_n x^n$$

Um das asymptotische Verhalten von Polynomfunktionen zu bestimmen, genügt es, das Monom mit dem grössten Exponenten zu untersuchen.

Aufgabe 1

Erstelle eine qualitativ korrekte Skizze des Graphen der Funktion

$$f(x) = x^2 - 3x - 10$$

aufgrund ihrer Nullstellen und ihres asymptotischen Verhaltens.

Aufgabe 2

Erstelle eine qualitativ korrekte Skizze des Graphen der Funktion

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$$

aufgrund ihrer Nullstellen und ihres asymptotischen Verhaltens.

Aufgabe 3

Erstelle eine qualitativ korrekte Skizze des Graphen der Funktion

$$f(x) = x^3 - 8x^2 + 20x - 16$$

aufgrund ihrer Nullstellen und ihres asymptotischen Verhaltens.

Aufgabe 4

Erstelle eine qualitativ korrekte Skizze des Graphen der Funktion

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

aufgrund ihrer Nullstellen und ihres asymptotischen Verhaltens.

Aufgabe 5

Erstelle eine qualitativ korrekte Skizze des Graphen der Funktion

$$f(x) = -x^4 + x^3 + 6x^2$$

aufgrund ihrer Nullstellen und ihres asymptotischen Verhaltens.