

Differentialrechnung (Kapitel 5)

Zusatzübungen

Aufgabe 1

Berechne die 1. Ableitung der Funktion f .

(a) $f: y = 4x^2 - 7x + 3$

(b) $f: y = 13x^4 + 9x^3 - 15$

(c) $f: y = 4.5x^8 + 16x^5 - 23$

(d) $f: y = x^4(2x - 3)^2$

(e) $f: y = x^2(x - 1)^3$

(f) $f: y = (x + 3)(3x - 2)^2$

Aufgabe 1

$$(a) \quad f(x) = 4x^2 - 7x + 3 \\ f'(x) = 8x - 7$$

$$(b) \quad f(x) = 13x^4 + 9x^3 - 15 \\ f'(x) = 52x^3 + 27x^2$$

$$(c) \quad f(x) = 4.5x^8 + 16x^5 - 23 \\ f'(x) = 36x^7 + 80x^4$$

$$(d) \quad f(x) = x^4(2x - 3)^2 = x^4(4x^2 - 12x + 9) = 4x^6 - 12x^5 + 9x^4 \\ f'(x) = 24x^5 - 60x^4 + 36x^3$$

$$(e) \quad f(x) = x^2(x - 1)^3 = \dots = x^5 - 3x^4 + 3x^3 - x^2 \\ f'(x) = 5x^4 - 12x^3 + 9x^2 - 2x$$

$$(f) \quad f(x) = (x + 3)(3x - 2)^2 = \dots = 9x^3 + 15x^2 - 32x + 12 \\ f'(x) = 27x^2 + 30x - 32$$

Aufgabe 2

Bestimme die Gleichung der Tangente im Punkt $P(1, y_P)$ des Graphen der Funktion f .

(a) $f: y = 3x^3 - 8x + 10$

(b) $f: y = 3x^5 - 8x^3 + 14x - 7$

Aufgabe 2

(a) $f(x) = 3x^3 - 8x + 10$; $P(1, y_P)$

Aufgabe 2

(a) $f(x) = 3x^3 - 8x + 10$; $P(1, y_P)$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 10 = 5$$

Aufgabe 2

$$(a) f(x) = 3x^3 - 8x + 10; P(1, y_P)$$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 10 = 5$$

$$f'(x) = 9x^2 - 8$$

Aufgabe 2

$$(a) f(x) = 3x^3 - 8x + 10; P(1, y_P)$$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 10 = 5$$

$$f'(x) = 9x^2 - 8$$

$$m = f'(1) = 9 - 8 = 1$$

Aufgabe 2

$$(a) f(x) = 3x^3 - 8x + 10; P(1, y_P)$$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 10 = 5$$

$$f'(x) = 9x^2 - 8$$

$$m = f'(1) = 9 - 8 = 1$$

$$y_P = m \cdot x_P + q$$

$$5 = 1 \cdot 1 + q$$

$$q = 4$$

Aufgabe 2

$$(a) f(x) = 3x^3 - 8x + 10; P(1, y_P)$$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 10 = 5$$

$$f'(x) = 9x^2 - 8$$

$$m = f'(1) = 9 - 8 = 1$$

$$y_P = m \cdot x_P + q$$

$$5 = 1 \cdot 1 + q$$

$$q = 4$$

Tangentengleichung $t: y = x + 4$

(b) $f(x) = 3x^5 - 8x^3 + 14x - 7$; $P(1, y_P)$

(b) $f(x) = 3x^5 - 8x^3 + 14x - 7$; $P(1, y_P)$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 14 - 7 = 2$$

(b) $f(x) = 3x^5 - 8x^3 + 14x - 7$; $P(1, y_P)$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 14 - 7 = 2$$

$$f'(x) = 15x^4 - 24x^2 + 14$$

(b) $f(x) = 3x^5 - 8x^3 + 14x - 7; P(1, y_P)$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 14 - 7 = 2$$

$$f'(x) = 15x^4 - 24x^2 + 14$$

$$m = f'(1) = 15 - 24 + 14 = 5$$

$$(b) f(x) = 3x^5 - 8x^3 + 14x - 7; P(1, y_P)$$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 14 - 7 = 2$$

$$f'(x) = 15x^4 - 24x^2 + 14$$

$$m = f'(1) = 15 - 24 + 14 = 5$$

$$y_P = m \cdot x_P + q$$

$$2 = 5 \cdot 1 + q$$

$$q = -3$$

$$(b) f(x) = 3x^5 - 8x^3 + 14x - 7; P(1, y_P)$$

$$y_P = f(1) = 3 - 8 + 14 - 7 = 2$$

$$f'(x) = 15x^4 - 24x^2 + 14$$

$$m = f'(1) = 15 - 24 + 14 = 5$$

$$y_P = m \cdot x_P + q$$

$$2 = 5 \cdot 1 + q$$

$$q = -3$$

Tangentengleichung $t: y = 5x - 3$

Aufgabe 3

In welchen Punkten hat der Graph der Funktion f Tangenten, die parallel zur x -Achse verlaufen?

(a) $f: y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$

(b) $f: y = x^4 + 4x^3 + 10$

Aufgabe 3

(a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$

Aufgabe 3

$$(a) f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

Aufgabe 3

$$(a) f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$3(x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$3(x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x_1 = -1 \quad \Rightarrow \quad P_1(-1, 12)$$

$$x_2 = 3 \quad \Rightarrow \quad P_2(3, 20)$$

(b) $f(x) = x^4 + 4x^3 + 10$

(b) $f(x) = x^4 + 4x^3 + 10$

$$f'(x) = 4x^3 + 12x^2$$

$$(b) f(x) = x^4 + 4x^3 + 10$$

$$f'(x) = 4x^3 + 12x^2$$

$$f'(x) = 0$$

$$4x^3 + 12x^2 = 0$$

$$4x^2(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_1(0, 10)$$

$$x_2 = -3 \quad \Rightarrow \quad P_2(-3, -17)$$

Aufgabe 4

In welchen Punkten hat der Graph der Funktion die Steigung $m = 2$?

(a) $f: y = x^3 - 6x^2 + 2x + 8$

(b) $f: y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2 - x + 3$

Aufgabe 4

(a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x + 8$

Aufgabe 4

$$(a) f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x + 8$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 2$$

Aufgabe 4

$$(a) f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x + 8$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 2$$

$$f'(x) = 2$$

$$3x^2 - 12x + 2 = 2$$

$$3x(x - 4) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_1(0, 8)$$

$$x_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad P_2(4, -16)$$

(b) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2 - x + 3$

$$(b) f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2 - x + 3$$

$$f'(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 1$$

$$(b) f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2 - x + 3$$

$$f'(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 1$$

$$f'(x) = 2$$

$$x^3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2$$

$$x^3 - 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(TR) \quad x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_1(3, -6.75)$$

Aufgabe 5

Bestimme a so, dass der Graph der Funktion $f: y = x^4 - 7x^2 + ax$ an der Stelle $x = 2$ die Steigung $m = 3$ hat.

Aufgabe 5

$$f(x) = x^4 - 7x^2 + ax$$

Aufgabe 5

$$f(x) = x^4 - 7x^2 + ax$$

$$f'(x) = 4x^3 - 14x + a$$

Aufgabe 5

$$f(x) = x^4 - 7x^2 + ax$$

$$f'(x) = 4x^3 - 14x + a$$

$$f'(2) = 3$$

$$4 \cdot 8 - 14 \cdot 2 + a = 3$$

$$4 + a = 3$$

$$a = -1$$

Aufgabe 6

Der Graph der Funktion $f: y = ax^3 + bx$ hat in $P(2, -10)$ die Steigung $m = 3$. Berechne a und b .

Aufgabe 6

$$f(x) = ax^3 + bx$$

Aufgabe 6

$$f(x) = ax^3 + bx$$

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

Aufgabe 6

$$f(x) = ax^3 + bx$$

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$f'(2) = 3 \quad \Rightarrow \quad 12a + b = 3 \quad (1)$$

Aufgabe 6

$$f(x) = ax^3 + bx$$

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$f'(2) = 3 \quad \Rightarrow \quad 12a + b = 3 \quad (1)$$

$P(2, -10)$ liegt auf dem Graphen von f : $x = 2, y = -10$

Aufgabe 6

$$f(x) = ax^3 + bx$$

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$f'(2) = 3 \quad \Rightarrow \quad 12a + b = 3 \quad (1)$$

$P(2, -10)$ liegt auf dem Graphen von f : $x = 2, y = -10$

$$8a + 2b = -10 \quad (2)$$

Aufgabe 6

$$f(x) = ax^3 + bx$$

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$f'(2) = 3 \quad \Rightarrow \quad 12a + b = 3 \quad (1)$$

$P(2, -10)$ liegt auf dem Graphen von f : $x = 2, y = -10$

$$8a + 2b = -10 \quad (2)$$

Lösung von (1) und (2): $(a = 1, b = -9)$

Aufgabe 7

Für welche Werte von a berührt die Parabel p die x -Achse?

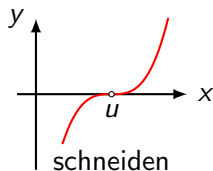
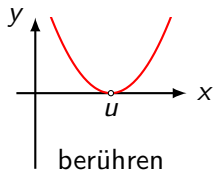
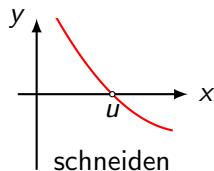
(a) $p: y = x^2 - 2ax - 7a$

(b) $p: y = ax^2 + ax - 3$

Aufgabe 7

Berührt die Kurve p die x -Achse an der Stelle u , so sind zwei Bedingungen erfüllt:

- ▶ u ist eine Nullstelle; d. h. $f(u) \stackrel{(1)}{=} 0$.
- ▶ Für die Tangente im Berührungspunkt gilt $f'(u) \stackrel{(2)}{=} 0$.



Vorsicht: eine horizontale Tangente bei einer Nullstelle bedeutet noch nicht, dass der Graph die x -Achse berührt. Es könnte sich auch um einen „schleifenden“ Schnitt handeln (Bild rechts). Um diese Situation zu erkennen, müsste überprüft werden, ob für eine kleine Zahl $\varepsilon > 0$ die Funktionswerte an den Stellen $u - \varepsilon$ und $u + \varepsilon$ unterschiedliche Vorzeichen haben.

(a) $p(x) = x^2 - 2ax - 7a$

(a) $p(x) = x^2 - 2ax - 7a$

$$p'(x) = 2x - 2a$$

$$(a) \quad p(x) = x^2 - 2ax - 7a$$

$$p'(x) = 2x - 2a$$

$$x^2 - 2ax - 7a = 0 \quad (1)$$

$$2x - 2a = 0 \quad (2)$$

$$(a) \quad p(x) = x^2 - 2ax - 7a$$

$$p'(x) = 2x - 2a$$

$$x^2 - 2ax - 7a = 0 \quad (1)$$

$$2x - 2a = 0 \quad (2)$$

(2) nach x auflösen: $x = a$ (*)

$$(a) \quad p(x) = x^2 - 2ax - 7a$$

$$p'(x) = 2x - 2a$$

$$x^2 - 2ax - 7a = 0 \quad (1)$$

$$2x - 2a = 0 \quad (2)$$

(2) nach x auflösen: $x = a$ (*)

$x = a$ in (1) einsetzen:

$$(a) \quad p(x) = x^2 - 2ax - 7a$$

$$p'(x) = 2x - 2a$$

$$x^2 - 2ax - 7a = 0 \quad (1)$$

$$2x - 2a = 0 \quad (2)$$

(2) nach x auflösen: $x = a$ (*)

$x = a$ in (1) einsetzen:

$$a^2 - 2a^2 - 7a = 0$$

$$a^2 + 7a = a(a + 7) = 0$$

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = -7$$

(*) Wir hätten (2) auch nach a auflösen und das Ergebnis in (1) einsetzen können. Dies hätte zu den Lösungen $x_1 = 0$ und $x_2 = -7$ geführt. Diese Lösungen müssten wir dann in die Gleichung $a = x$ einsetzen, die Resultate (für a) zu bekommen.

(b) $p(x) = ax^2 + ax - 3$

$$(b) \quad p(x) = ax^2 + ax - 3$$

$$p'(x) = 2ax + a$$

$$(b) \quad p(x) = ax^2 + ax - 3$$

$$p'(x) = 2ax + a$$

$$ax^2 + ax - 3 = 0 \quad (1)$$

$$2ax + a = 0 \quad (2)$$

$$(b) \quad p(x) = ax^2 + ax - 3$$

$$p'(x) = 2ax + a$$

$$ax^2 + ax - 3 = 0 \quad (1)$$

$$2ax + a = 0 \quad (2)$$

$$(2) \text{ nach } x \text{ auflösen: } x = -\frac{1}{2}$$

$$(b) \quad p(x) = ax^2 + ax - 3$$

$$p'(x) = 2ax + a$$

$$ax^2 + ax - 3 = 0 \quad (1)$$

$$2ax + a = 0 \quad (2)$$

(2) nach x auflösen: $x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2}$ in (1) einsetzen:

$$(b) \quad p(x) = ax^2 + ax - 3$$

$$p'(x) = 2ax + a$$

$$ax^2 + ax - 3 = 0 \quad (1)$$

$$2ax + a = 0 \quad (2)$$

(2) nach x auflösen: $x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2}$ in (1) einsetzen:

$$\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}a - 3 = 0$$

$$a - 2a - 12 = 0$$

$$-a - 12 = 0$$

$$a = -12$$

Aufgabe 8

Die Tangente an den Graphen der Funktion $f: y = x^5 - 3x^4 + 5x^2 + 2$ im Kurvenpunkt $P(1, y_P)$ schneidet den Graphen von f in drei Punkten. Berechne deren Koordinaten.

Aufgabe 8

$$f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^2 + 2$$

Aufgabe 8

$$f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^2 + 2$$

$$y_0 = f(1) = 5$$

Aufgabe 8

$$f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^2 + 2$$

$$y_0 = f(1) = 5$$

$$f'(x) = 5x^4 - 12x^3 + 10x$$

Aufgabe 8

$$f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^2 + 2$$

$$y_0 = f(1) = 5$$

$$f'(x) = 5x^4 - 12x^3 + 10x$$

$$m = f'(1) = 3$$

Aufgabe 8

$$f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^2 + 2$$

$$y_0 = f(1) = 5$$

$$f'(x) = 5x^4 - 12x^3 + 10x$$

$$m = f'(1) = 3$$

$$y_0 = m \cdot x_0 + q$$

$$5 = 3 \cdot 1 + q$$

$$q = 2$$

Aufgabe 8

$$f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^2 + 2$$

$$y_0 = f(1) = 5$$

$$f'(x) = 5x^4 - 12x^3 + 10x$$

$$m = f'(1) = 3$$

$$y_0 = m \cdot x_0 + q$$

$$5 = 3 \cdot 1 + q$$

$$q = 2$$

$$t: y = 3x + 2$$

Aufgabe 9

Bestimme die Gleichungen von Tangente und Normale im Kurvenpunkt P .

(a) $f: y = 2x^2 - 5; P(2, y)$

(b) $f: y = x^3 - 3x^2 + 4; P(1, y)$

Aufgabe 9

(a) $f(x) = 2x^2 - 5$

Aufgabe 9

$$(a) f(x) = 2x^2 - 5$$

$$x_0 = 2 \quad \Rightarrow \quad y_0 = f(2) = 3$$

Aufgabe 9

$$(a) f(x) = 2x^2 - 5$$

$$x_0 = 2 \quad \Rightarrow \quad y_0 = f(2) = 3$$

$$f'(x) = 4x$$

Aufgabe 9

$$(a) f(x) = 2x^2 - 5$$

$$x_0 = 2 \quad \Rightarrow \quad y_0 = f(2) = 3$$

$$f'(x) = 4x$$

$$m_t = f'(2) = 8$$

$$y_0 = m_t \cdot x_0 + q_t$$

$$3 = 8 \cdot 2 + q_t$$

$$q_t = -13 \quad \Rightarrow \quad t: y = 8x - 13$$

Aufgabe 9

$$(a) f(x) = 2x^2 - 5$$

$$x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = f(2) = 3$$

$$f'(x) = 4x$$

$$m_t = f'(2) = 8$$

$$y_0 = m_t \cdot x_0 + q_t$$

$$3 = 8 \cdot 2 + q_t$$

$$q_t = -13 \Rightarrow t: y = 8x - 13$$

$$m_t \cdot m_n = -1 \Rightarrow 8 \cdot m_n = -1 \Rightarrow m_n = -\frac{1}{8}$$

Aufgabe 9

$$(a) f(x) = 2x^2 - 5$$

$$x_0 = 2 \quad \Rightarrow \quad y_0 = f(2) = 3$$

$$f'(x) = 4x$$

$$m_t = f'(2) = 8$$

$$y_0 = m_t \cdot x_0 + q_t$$

$$3 = 8 \cdot 2 + q_t$$

$$q_t = -13 \quad \Rightarrow \quad t: y = 8x - 13$$

$$m_t \cdot m_n = -1 \quad \Rightarrow \quad 8 \cdot m_n = -1 \quad \Rightarrow \quad m_n = -\frac{1}{8}$$

$$y_0 = m_n \cdot x_0 + q_n$$

$$3 = -\frac{1}{8} \cdot 2 + q$$

$$q = \frac{13}{4}$$

Aufgabe 9

$$(a) f(x) = 2x^2 - 5$$

$$x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = f(2) = 3$$

$$f'(x) = 4x$$

$$m_t = f'(2) = 8$$

$$y_0 = m_t \cdot x_0 + q_t$$

$$3 = 8 \cdot 2 + q_t$$

$$q_t = -13 \Rightarrow t: y = 8x - 13$$

$$m_t \cdot m_n = -1 \Rightarrow 8 \cdot m_n = -1 \Rightarrow m_n = -\frac{1}{8}$$

$$y_0 = m_n \cdot x_0 + q_n$$

$$3 = -\frac{1}{8} \cdot 2 + q$$

$$q = \frac{13}{4}$$

$$n: y = -\frac{1}{8}x + \frac{13}{4}$$

(b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

$$(b) f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$x_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad y_0 = f(1) = 2$$

$$(b) f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$x_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad y_0 = f(1) = 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$(b) f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$x_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad y_0 = f(1) = 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$m_t = f'(1) = -3$$

$$(b) f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$x_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad y_0 = f(1) = 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$m_t = f'(1) = -3$$

$$y_0 = m_t \cdot x_0 + q_t$$

$$2 = -3 \cdot 1 + q_t$$

$$q_t = 5 \quad \Rightarrow \quad t: y = -3x + 5$$

$$(b) f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$x_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad y_0 = f(1) = 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$m_t = f'(1) = -3$$

$$y_0 = m_t \cdot x_0 + q_t$$

$$2 = -3 \cdot 1 + q_t$$

$$q_t = 5 \quad \Rightarrow \quad t: y = -3x + 5$$

$$m_n = -1/m_t = \frac{1}{3}$$

$$(b) f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = f(1) = 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$m_t = f'(1) = -3$$

$$y_0 = m_t \cdot x_0 + q_t$$

$$2 = -3 \cdot 1 + q_t$$

$$q_t = 5 \Rightarrow t: y = -3x + 5$$

$$m_n = -1/m_t = \frac{1}{3}$$

$$y_0 = m_t \cdot x_0 + q_t$$

$$2 = \frac{1}{3} \cdot 1 + q$$

$$q = \frac{5}{3} \Rightarrow n: y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

Aufgabe 10

Bestimme die Gleichungen der Tangenten an den Graphen der Funktion $f: y = \frac{1}{2}x^3$, die normal zur Geraden $g: 6x + y = 0$ stehen.

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

$$f'(x) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

$$f'(x) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$$

Gleichung der Tangente an der Stelle $x_1 = \frac{1}{3}$:

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

$$f'(x) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$$

Gleichung der Tangente an der Stelle $x_1 = \frac{1}{3}$:

$$y_1 = f(x_1) = \frac{1}{2}x_1^3 = \frac{1}{54}$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

$$f'(x) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$$

Gleichung der Tangente an der Stelle $x_1 = \frac{1}{3}$:

$$y_1 = f(x_1) = \frac{1}{2}x_1^3 = \frac{1}{54}$$

$$y_1 = m \cdot x_1 + q_1$$

$$\frac{1}{54} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + q_1$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

$$f'(x) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$$

Gleichung der Tangente an der Stelle $x_1 = \frac{1}{3}$:

$$y_1 = f(x_1) = \frac{1}{2}x_1^3 = \frac{1}{54}$$

$$y_1 = m \cdot x_1 + q_1$$

$$\frac{1}{54} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + q_1$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

$$f'(x) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$$

Gleichung der Tangente an der Stelle $x_1 = \frac{1}{3}$:

$$y_1 = f(x_1) = \frac{1}{2}x_1^3 = \frac{1}{54}$$

$$y_1 = m \cdot x_1 + q_1$$

$$\frac{1}{54} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + q_1$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

$$f'(x) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$$

Gleichung der Tangente an der Stelle $x_1 = \frac{1}{3}$:

$$y_1 = f(x_1) = \frac{1}{2}x_1^3 = \frac{1}{54}$$

$$y_1 = m \cdot x_1 + q_1$$

$$\frac{1}{54} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + q_1$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

$$f'(x) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$$

Gleichung der Tangente an der Stelle $x_1 = \frac{1}{3}$:

$$y_1 = f(x_1) = \frac{1}{2}x_1^3 = \frac{1}{54}$$

$$y_1 = m \cdot x_1 + q_1$$

$$\frac{1}{54} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + q_1$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$g: 6x + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g: y = -6x$$

da die Gerade $g: y = -6x$ die Steigung $m_g = -6$ hat, muss die senkrecht zu g stehenden Tangente die Steigung $m = \frac{1}{6}$ haben.

$$f'(x) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$$

Gleichung der Tangente an der Stelle $x_1 = \frac{1}{3}$:

$$y_1 = f(x_1) = \frac{1}{2}x_1^3 = \frac{1}{54}$$

$$y_1 = m \cdot x_1 + q_1$$

$$\frac{1}{54} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + q_1$$

Aufgabe 11

Welche Gleichung hat die Gerade h , welche die Parabel $p: y = 2x^2 - 3x$ berührt und die Gerade $g: x + 5y - 5 = 0$ rechtwinklig schneidet?

Aufgabe 11

Die gesuchte Gerade h steht senkrecht zur Geraden

$g: y = -\frac{1}{5}x + 1$ und hat somit die Steigung $m_h = 5$.

($g \perp h \Leftrightarrow m_g \cdot m_h = -1$)

Aufgabe 11

Die gesuchte Gerade h steht senkrecht zur Geraden

$g: y = -\frac{1}{5}x + 1$ und hat somit die Steigung $m_h = 5$.

($g \perp h \Leftrightarrow m_g \cdot m_h = -1$)

$$h(x) = 5x + q$$

Aufgabe 11

Die gesuchte Gerade h steht senkrecht zur Geraden $g: y = -\frac{1}{5}x + 1$ und hat somit die Steigung $m_h = 5$.
($g \perp h \Leftrightarrow m_g \cdot m_h = -1$)

$$h(x) = 5x + q$$

An welcher Stelle hat p dieselbe Steigung wie h ?

Aufgabe 11

Die gesuchte Gerade h steht senkrecht zur Geraden $g: y = -\frac{1}{5}x + 1$ und hat somit die Steigung $m_h = 5$.
($g \perp h \Leftrightarrow m_g \cdot m_h = -1$)

$$h(x) = 5x + q$$

An welcher Stelle hat p dieselbe Steigung wie h ?

$$p'(x) = 4x - 3 = 5 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

Aufgabe 11

Die gesuchte Gerade h steht senkrecht zur Geraden $g: y = -\frac{1}{5}x + 1$ und hat somit die Steigung $m_h = 5$.
($g \perp h \Leftrightarrow m_g \cdot m_h = -1$)

$$h(x) = 5x + q$$

An welcher Stelle hat p dieselbe Steigung wie h ?

$$p'(x) = 4x - 3 = 5 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$y = p(2) = 8 - 6 = 2$$

Aufgabe 11

Die gesuchte Gerade h steht senkrecht zur Geraden $g: y = -\frac{1}{5}x + 1$ und hat somit die Steigung $m_h = 5$.
($g \perp h \Leftrightarrow m_g \cdot m_h = -1$)

$$h(x) = 5x + q$$

An welcher Stelle hat p dieselbe Steigung wie h ?

$$p'(x) = 4x - 3 = 5 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$y = p(2) = 8 - 6 = 2$$

$P(2, 2)$ liegt auf der Parabel und der Geraden h :

Aufgabe 11

Die gesuchte Gerade h steht senkrecht zur Geraden $g: y = -\frac{1}{5}x + 1$ und hat somit die Steigung $m_h = 5$.
($g \perp h \Leftrightarrow m_g \cdot m_h = -1$)

$$h(x) = 5x + q$$

An welcher Stelle hat p dieselbe Steigung wie h ?

$$p'(x) = 4x - 3 = 5 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$y = p(2) = 8 - 6 = 2$$

$P(2, 2)$ liegt auf der Parabel und der Geraden h :

$$2 = 5 \cdot 2 + q \quad \Rightarrow \quad q = -8$$

Aufgabe 11

Die gesuchte Gerade h steht senkrecht zur Geraden $g: y = -\frac{1}{5}x + 1$ und hat somit die Steigung $m_h = 5$.
($g \perp h \Leftrightarrow m_g \cdot m_h = -1$)

$$h(x) = 5x + q$$

An welcher Stelle hat p dieselbe Steigung wie h ?

$$p'(x) = 4x - 3 = 5 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$y = p(2) = 8 - 6 = 2$$

$P(2, 2)$ liegt auf der Parabel und der Geraden h :

$$2 = 5 \cdot 2 + q \quad \Rightarrow \quad q = -8$$

$$h: y = 5x - 8$$