

Differenzialrechnung (Kapitel 5)

Mündliche Übungen

Aufgabe 5.1

$$f(x) = x^5$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.1

$$f(x) = x^5$$

$$f'(x) = 5x^4$$

Aufgabe 5.2

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.2

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Aufgabe 5.3

$$f(x) = x^{-5}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.3

$$f(x) = x^{-5}$$

$$f'(x) = -5x^{-6}$$

Aufgabe 5.4

$$f(x) = x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.4

$$f(x) = x$$

$$f'(x) = 1$$

Aufgabe 5.5

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.5

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{x^2}$$

Aufgabe 5.6

$$f(x) = \sin(x)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.6

$$f(x) = \sin(x)$$

$$f'(x) = \cos(x)$$

Aufgabe 5.7

$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.7

$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^x$$

Aufgabe 5.8

$$f(x) = \cos(x)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.8

$$f(x) = \cos(x)$$

$$f'(x) = -\sin(x)$$

Aufgabe 5.9

$$f(x) = \ln(x)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.9

$$f(x) = \ln(x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

Aufgabe 5.10

$$f(x) = 3^x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.10

$$f(x) = 3^x$$

$$f'(x) = 3^x \ln(3)$$

Aufgabe 5.11

$$f(x) = 7$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.11

$$f(x) = 7$$

$$f'(x) = 0$$

Aufgabe 5.12

$$f(x) = \tan x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.12

$$f(x) = \tan x$$

$$f'(x) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Aufgabe 5.13

$$f(x) = \log_7 x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.13

$$f(x) = \log_7 x$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \frac{1}{\ln 7}$$

Aufgabe 5.14

$$f(x) = x^{\sqrt{2}}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.14

$$f(x) = x^{\sqrt{2}}$$

$$f'(x) = \sqrt{2} x^{\sqrt{2}-1}$$

Aufgabe 5.15

$$f(x) = x^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.15

$$f(x) = x^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$$

Aufgabe 5.16

$$(u + v)' =$$

Aufgabe 5.16

$$(u + v)' = u' + v'$$

Aufgabe 5.17

$$(u - v)' =$$

Aufgabe 5.17

$$(u - v)' = u' - v'$$

Aufgabe 5.18

$$(c \cdot u)' =$$

Aufgabe 5.18

$$(c \cdot u)' = c \cdot u'$$

Aufgabe 5.19

$$(uv)' =$$

Aufgabe 5.19

$$(uv)' = u'v + uv'$$

Aufgabe 5.20

$$\left(\frac{u}{v}\right)' =$$

Aufgabe 5.20

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Aufgabe 5.21

$$(u(v))' =$$

Aufgabe 5.21

$$(u(v))' = u'(v) \cdot v'$$

Aufgabe 5.22

$$f(x) = 4x^3$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.22

$$f(x) = 4x^3$$

$$f'(x) = 12x^2$$

Aufgabe 5.23

$$f(x) = \frac{1}{2}x^8$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.23

$$f(x) = \frac{1}{2}x^8$$

$$f'(x) = 4x^7$$

Aufgabe 5.24

$$f(x) = \pi e^x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.24

$$f(x) = \pi e^x$$

$$f'(x) = \pi e^x$$

Aufgabe 5.25

$$f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.25

$$f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

Aufgabe 5.26

$$f(x) = -x^5 + 10x^3 + 4x - 9$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.26

$$f(x) = -x^5 + 10x^3 + 4x - 9$$

$$f'(x) = -5x^4 + 30x^2 + 4$$

Aufgabe 5.27

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.27

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$$

$$f'(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

Aufgabe 5.28

$$f(x) = \ln x + \cos x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.28

$$f(x) = \ln x + \cos x$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \sin x$$

Aufgabe 5.29

$$f(x) = x^3 + 3^x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.29

$$f(x) = x^3 + 3^x$$

$$f'(x) = 3x^2 + 3^x \ln(3)$$

Aufgabe 5.30

$$f(x) = \frac{4}{x^3}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.30

$$f(x) = \frac{4}{x^3} = 4x^{-3}$$

Aufgabe 5.30

$$f(x) = \frac{4}{x^3} = 4x^{-3}$$

$$f'(x) = \frac{-12}{x^4}$$

Aufgabe 5.31

$$f(x) = \ln(x^2)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.31

$$f(x) = \ln(x^2) = 2 \ln x$$

$$f'(x) = \frac{2}{x}$$

Aufgabe 5.32

$$f(x) = \tan x - x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.32

$$f(x) = \tan x - x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.32

$$f(x) = \tan x - x$$

$$f'(x) = (1 + \tan^2 x) - 1 =$$

Aufgabe 5.32

$$f(x) = \tan x - x$$

$$f'(x) = (1 + \tan^2 x) - 1 = \tan^2 x$$

Aufgabe 5.33

$$f(x) = x \cos x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.33

$$f(x) = x \cos x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.33

$$f(x) = x \cos x$$

$$f'(x) = 1 \cdot \cos x + x \cdot (-\sin x) =$$

Aufgabe 5.33

$$f(x) = x \cos x$$

$$f'(x) = 1 \cdot \cos x + x \cdot (-\sin x) = \cos x - x \sin x$$

Aufgabe 5.34

$$f(x) = x \ln x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.34

$$f(x) = x \ln x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.34

$$f(x) = x \ln x$$

$$f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} =$$

Aufgabe 5.34

$$f(x) = x \ln x$$

$$f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

Aufgabe 5.35

$$f(x) = e^x \sin x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.35

$$f(x) = e^x \sin x$$

$$f'(x) = e^x \sin x + e^x \cos x$$

Aufgabe 5.36

$$f(x) = \sqrt[4]{x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.36

$$f(x) = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.36

$$f(x) = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} =$$

Aufgabe 5.36

$$f(x) = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$$

Aufgabe 5.37

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{2x}}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.37

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{2x}} =$$

Aufgabe 5.37

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{2x}} = e^x$$

Aufgabe 5.37

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{2x}} = e^x$$

$$f'(x) = e^x$$

Aufgabe 5.38

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x + 1}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.38

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x + 1}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.38

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x + 1}$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (x + 1) - (2x + 1) \cdot 1}{(x + 1)^2} =$$

Aufgabe 5.38

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x + 1}$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (x + 1) - (2x + 1) \cdot 1}{(x + 1)^2} = \frac{2x + 2 - 2x - 1}{(x + 1)^2} =$$

Aufgabe 5.38

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x + 1}$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (x + 1) - (2x + 1) \cdot 1}{(x + 1)^2} = \frac{2x + 2 - 2x - 1}{(x + 1)^2} = \frac{1}{(x + 1)^2}$$

Aufgabe 5.39

$$f(x) = \frac{x}{\sin x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.39

$$f(x) = \frac{x}{\sin x}$$

$$f'(x) = \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^2 x}$$

Aufgabe 5.40

$$f(x) = e^{5x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.40

$$f(x) = e^{5x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.40

$$f(x) = e^{5x}$$

$$f'(x) = e^{5x} \cdot 5 =$$

Aufgabe 5.40

$$f(x) = e^{5x}$$

$$f'(x) = e^{5x} \cdot 5 = 5e^{5x}$$

Aufgabe 5.41

$$f(x) = \cos(2x)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.41

$$f(x) = \cos(2x)$$

$$f'(x) = -\sin(2x) \cdot 2 = -2 \sin(2x)$$

Aufgabe 5.42

$$f(x) = e^{-x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.42

$$f(x) = e^{-x}$$

$$f'(x) = e^{-x} \cdot (-1) = -e^{-x}$$

Aufgabe 5.43

$$f(x) = \ln(2x)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.43

$$f(x) = \ln(2x)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.43

$$f(x) = \ln(2x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2x} \cdot 2 =$$

Aufgabe 5.43

$$f(x) = \ln(2x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2x} \cdot 2 = \frac{1}{x}$$

Aufgabe 5.44

$$f(x) = e^{x^2}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.44

$$f(x) = e^{x^2}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.44

$$f(x) = e^{x^2}$$

$$f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x =$$

Aufgabe 5.44

$$f(x) = e^{x^2}$$

$$f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x = 2xe^{x^2}$$

Aufgabe 5.45

$$f(x) = \sin(x^2)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.45

$$f(x) = \sin(x^2)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.45

$$f(x) = \sin(x^2)$$

$$f'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x = 2x \cos(x^2)$$

Aufgabe 5.46

$$f(x) = \sin^2 x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.46

$$f(x) = \sin^2 x$$

$$f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x$$

Aufgabe 5.47

$$f(x) = (2x + 5)^8$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.47

$$f(x) = (2x + 5)^8$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.47

$$f(x) = (2x + 5)^8$$

$$f'(x) = 8 \cdot (2x + 5)^7 \cdot 2 =$$

Aufgabe 5.47

$$f(x) = (2x + 5)^8$$

$$f'(x) = 8 \cdot (2x + 5)^7 \cdot 2 = 16(2x + 5)^7$$

Aufgabe 5.48

$$f(x) = e^{\ln x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.48

$$f(x) = e^{\ln x} =$$

Aufgabe 5.48

$$f(x) = e^{\ln x} = x$$

Aufgabe 5.48

$$f(x) = e^{\ln x} = x$$

$$f'(x) = 1$$

Aufgabe 5.49

$$f(x) = 0$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.49

$$f(x) = 0$$

$$f'(x) = 0$$

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$f'(x) = (uv)'w + (uv)w'$$

=

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (uv)'w + (uv)w' \\ &= (u'v + uv')w + uvw' \\ &= \end{aligned}$$

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (uv)'w + (uv)w' \\ &= (u'v + uv')w + uvw' \\ &= u'vw + uv'w + uvw' \end{aligned}$$

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= (uv)'w + (uv)w' \\ &= (u'v + uv')w + uvw' \\ &= u'vw + uv'w + uvw'\end{aligned}$$

Wir überzeugen uns, dass Produktregel für 3 Funktionen unabhängig von der Wahl der Klammerung ist.

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= (uv)'w + (uv)w' \\ &= (u'v + uv')w + uvw' \\ &= u'vw + uv'w + uvw'\end{aligned}$$

Wir überzeugen uns, dass Produktregel für 3 Funktionen unabhängig von der Wahl der Klammerung ist.

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (uv)'w + (uv)w' \\ &= (u'v + uv')w + uvw' \\ &= u'vw + uv'w + uvw' \end{aligned}$$

Wir überzeugen uns, dass Produktregel für 3 Funktionen unabhängig von der Wahl der Klammerung ist.

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(vw) + u(vw)' \\ &= \end{aligned}$$

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (uv)'w + (uv)w' \\ &= (u'v + uv')w + uvw' \\ &= u'vw + uv'w + uvw' \end{aligned}$$

Wir überzeugen uns, dass Produktregel für 3 Funktionen unabhängig von der Wahl der Klammerung ist.

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(vw) + u(vw)' \\ &= u'vw + u(v'w + vw') \\ &= \end{aligned}$$

Aufgabe 5.50

$$f(x) = (uvw)'$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= (uv)'w + (uv)w' \\ &= (u'v + uv')w + uvw' \\ &= u'vw + uv'w + uvw'\end{aligned}$$

Wir überzeugen uns, dass Produktregel für 3 Funktionen unabhängig von der Wahl der Klammerung ist.

$$\begin{aligned}f'(x) &= u'(vw) + u(vw)' \\ &= u'vw + u(v'w + vw') \\ &= u'vw + uv'w + uvw'\end{aligned}$$

Aufgabe 5.51

$$f(x) = x^2 \cdot \sin x \cdot 3^x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.51

$$f(x) = x^2 \cdot \sin x \cdot 3^x$$

$$f'(x) = 2x \sin x \cdot 3^x + x^2 \cos x \cdot 3^x + x^2 \sin x \cdot \ln(3)3^x$$

Aufgabe 5.52

$$(u(v(w)))'$$

Aufgabe 5.52

$$(u(v(w)))' = u'(v(w)) \cdot v'(w) \cdot w'$$

Aufgabe 5.53

$$f(x) = (\ln(\sin x))^4$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5.53

$$f(x) = (\ln(\sin x))^4$$

$$f'(x) = 4(\ln(\sin x))^3$$

Aufgabe 5.53

$$f(x) = (\ln(\sin x))^4$$

$$f'(x) = 4(\ln(\sin x))^3 \cdot \frac{1}{\sin x}$$

Aufgabe 5.53

$$f(x) = (\ln(\sin x))^4$$

$$f'(x) = 4(\ln(\sin x))^3 \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x =$$

Aufgabe 5.53

$$f(x) = (\ln(\sin x))^4$$

$$f'(x) = 4(\ln(\sin x))^3 \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x = \frac{4 \cos x \cdot \ln^3(\sin x)}{\sin x}$$

Aufgabe 5.54

Welchen spitzen Winkel schliessen die Geraden mit den Gleichungen $g: y = x + 1$ und $h: y = 3x - 4$ ein?

Aufgabe 5.54

Spitzer Winkel zwischen den Geraden $g: x + 1$ und $h: 3x - 4$?

Aufgabe 5.54

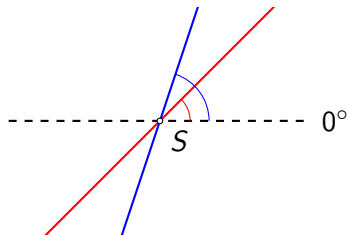
Spitzer Winkel zwischen den Geraden $g: x + 1$ und $h: 3x - 4$?

Da die Steigungen $m_g = 1$ und $m_h = 3$ verschieden sind, müssen sich die Geraden in irgend einem Punkt S schneiden.

Aufgabe 5.54

Spitzer Winkel zwischen den Geraden $g: x + 1$ und $h: 3x - 4$?

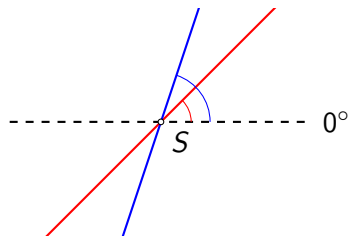
Da die Steigungen $m_g = 1$ und $m_h = 3$ verschieden sind, müssen sich die Geraden in irgend einem Punkt S schneiden.



Aufgabe 5.54

Spitzer Winkel zwischen den Geraden $g: x + 1$ und $h: 3x - 4$?

Da die Steigungen $m_g = 1$ und $m_h = 3$ verschieden sind, müssen sich die Geraden in irgend einem Punkt S schneiden.

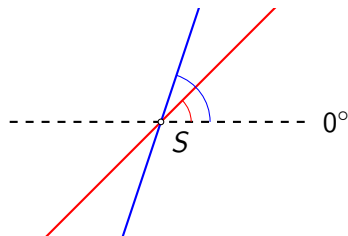


$$\varphi_g = \arctan(1) = 45^\circ$$

Aufgabe 5.54

Spitzer Winkel zwischen den Geraden $g: x + 1$ und $h: 3x - 4$?

Da die Steigungen $m_g = 1$ und $m_h = 3$ verschieden sind, müssen sich die Geraden in irgend einem Punkt S schneiden.



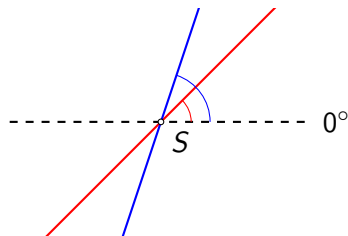
$$\varphi_g = \arctan(1) = 45^\circ$$

$$\varphi_h = \arctan(3) = 71.57^\circ$$

Aufgabe 5.54

Spitzer Winkel zwischen den Geraden $g: x + 1$ und $h: 3x - 4$?

Da die Steigungen $m_g = 1$ und $m_h = 3$ verschieden sind, müssen sich die Geraden in irgend einem Punkt S schneiden.



$$\varphi_g = \arctan(1) = 45^\circ$$

$$\varphi_h = \arctan(3) = 71.57^\circ$$

$$\Delta\varphi = \varphi_h - \varphi_g = 26.57^\circ$$

Aufgabe 5.55

Welchen Wert hat $f: y = 3x + 5$ an der Stelle 1?

Aufgabe 5.55

Welchen Wert hat $f: y = 3x + 5$ an der Stelle 1?

Aufgabe 5.55

Welchen Wert hat $f: y = 3x + 5$ an der Stelle 1?

$$f(1) =$$

Aufgabe 5.55

Welchen Wert hat $f: y = 3x + 5$ an der Stelle 1?

$$f(1) = 3 \cdot 1 + 5 = 8$$

Aufgabe 5.56

An welcher Stelle hat die Funktion $f: y = 4x + 3$ den Wert 7?

Aufgabe 5.56

An welcher Stelle hat die Funktion $f: y = 4x + 3$ den Wert 7?

Aufgabe 5.56

An welcher Stelle hat die Funktion $f: y = 4x + 3$ den Wert 7?

$$7 = 4x + 3$$

Aufgabe 5.56

An welcher Stelle hat die Funktion $f: y = 4x + 3$ den Wert 7?

$$7 = 4x + 3$$

$$4 = 4x$$

Aufgabe 5.56

An welcher Stelle hat die Funktion $f: y = 4x + 3$ den Wert 7?

$$7 = 4x + 3$$

$$4 = 4x$$

$$x = 1$$

Aufgabe 5.57

Welche Steigung hat $f: y = x^2 + x + 3$ an der Stelle 1?

Aufgabe 5.57

Welche Steigung hat $f: y = x^2 + x + 3$ an der Stelle 1?

Aufgabe 5.57

Welche Steigung hat $f: y = x^2 + x + 3$ an der Stelle 1?

$$f'(x) = 2x + 1$$

Aufgabe 5.57

Welche Steigung hat $f: y = x^2 + x + 3$ an der Stelle 1?

$$f'(x) = 2x + 1$$

$$f'(1) = 2 \cdot 1 + 1$$

Aufgabe 5.58

An welchen Stellen hat $f: y = x^2 + 3x - 4$ die Steigung 5?

Aufgabe 5.58

An welchen Stellen hat $f: y = x^2 + 3x - 4$ die Steigung 5?

Aufgabe 5.58

An welchen Stellen hat $f: y = x^2 + 3x - 4$ die Steigung 5?

$$f'(x) = 2x + 3 = m$$

Aufgabe 5.58

An welchen Stellen hat $f: y = x^2 + 3x - 4$ die Steigung 5?

$$f'(x) = 2x + 3 = m$$

$$2x + 3 = 5$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$