

Wachstum und Zerfall

Übungen

Aufgabe 1

Eine Bakterienkultur besteht zu Anfang aus 1000 Bakterien. Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich jede Stunde.

- (a) Stelle die Anzahl der Bakterien nach t Stunden als Funktion der Zeit t dar.
- (b) Wieviele Bakterien sind nach 2.5 Stunden vorhanden?
- (c) Wann wird sich die Anzahl der Bakterien verzehnfacht haben?
- (d) Das Wachstum der Bakterien lässt sich durch die Formel $B(t) = B_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$ beschreiben. B_0 ist der Anfangswert. Berechne die Konstante λ .

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t \quad || : 1000$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t \quad || : 1000$

$$10 = 2^t \quad || \lg \dots$$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t \quad || : 1000$

$$10 = 2^t \quad || \lg \dots$$

$$\lg 10 = t \lg 2 \quad || : \lg 10$$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t \quad || : 1000$

$$10 = 2^t \quad || \lg \dots$$

$$\lg 10 = t \lg 2 \quad || : \lg 10$$

$$t = \frac{\lg 10}{\lg 2} \approx$$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t \quad || : 1000$

$$10 = 2^t \quad || \lg \dots$$

$$\lg 10 = t \lg 2 \quad || : \lg 10$$

$$t = \frac{\lg 10}{\lg 2} \approx 3.3 \text{ h}$$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t \quad || : 1000$

$$10 = 2^t \quad || \lg \dots$$

$$\lg 10 = t \lg 2 \quad || : \lg 10$$

$$t = \frac{\lg 10}{\lg 2} \approx 3.3 \text{ h}$$

(d) $2^t = e^{\lambda \cdot t} = (e^\lambda)^t$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t \quad || : 1000$

$$10 = 2^t \quad || \lg \dots$$

$$\lg 10 = t \lg 2 \quad || : \lg 10$$

$$t = \frac{\lg 10}{\lg 2} \approx 3.3 \text{ h}$$

(d) $2^t = e^{\lambda \cdot t} = (e^\lambda)^t$

$$2 = e^\lambda$$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t \quad || : 1000$

$$10 = 2^t \quad || \lg \dots$$

$$\lg 10 = t \lg 2 \quad || : \lg 10$$

$$t = \frac{\lg 10}{\lg 2} \approx 3.3 \text{ h}$$

(d) $2^t = e^{\lambda \cdot t} = (e^\lambda)^t$

$$2 = e^\lambda$$

$$\ln 2 = \ln e^\lambda = \lambda$$

Aufgabe 1

(a) $B(t) = B_0 \cdot 2^t$

(b) $B(2.5) = 1000 \cdot 2^{2.5} \approx 5657$ Bakterien

(c) $10\,000 = 1\,000 \cdot 2^t \quad || : 1000$

$$10 = 2^t \quad || \lg \dots$$

$$\lg 10 = t \lg 2 \quad || : \lg 10$$

$$t = \frac{\lg 10}{\lg 2} \approx 3.3 \text{ h}$$

(d) $2^t = e^{\lambda \cdot t} = (e^\lambda)^t$

$$2 = e^\lambda$$

$$\ln 2 = \ln e^\lambda = \lambda$$

$$\lambda = 0.6931$$

Aufgabe 2

Ein Lichtstrahl, der ins Wasser fällt, wird pro Meter Wassertiefe um 10% schwächer. Stelle die Lichtstärke $L(x)$ als Funktion der Wassertiefe x dar (x = Tiefe in Metern, L_0 = Lichtstärke an der Oberfläche).

- (a) Wie stark ist das Licht in 10 m Tiefe?
- (b) In welcher Tiefe beträgt die Lichtstärke nur mehr ein Zehntel des ursprünglichen Wertes?

Aufgabe 2

Zerfallsfaktor: $1 - 0.1 = 0.9$

Aufgabe 2

Zerfallsfaktor: $1 - 0.1 = 0.9$

Zerfallsgleichung: $L(x) = L_0 \cdot 0.9^x$

Aufgabe 2

Zerfallsfaktor: $1 - 0.1 = 0.9$

Zerfallsgleichung: $L(x) = L_0 \cdot 0.9^x$

(a) $L(10) = 100\% \cdot 0.9^{10} \approx 35\%$

Aufgabe 2

Zerfallsfaktor: $1 - 0.1 = 0.9$

Zerfallsgleichung: $L(x) = L_0 \cdot 0.9^x$

(a) $L(10) = 100\% \cdot 0.9^{10} \approx 35\%$

(b) $10\% = 100\% \cdot 0.9^x$

Aufgabe 2

Zerfallsfaktor: $1 - 0.1 = 0.9$

Zerfallsgleichung: $L(x) = L_0 \cdot 0.9^x$

(a) $L(10) = 100\% \cdot 0.9^{10} \approx 35\%$

(b) $10\% = 100\% \cdot 0.9^x$

$$0.1 = 0.9^x$$

Aufgabe 2

Zerfallsfaktor: $1 - 0.1 = 0.9$

Zerfallsgleichung: $L(x) = L_0 \cdot 0.9^x$

(a) $L(10) = 100\% \cdot 0.9^{10} \approx 35\%$

(b) $10\% = 100\% \cdot 0.9^x$

$$0.1 = 0.9^x$$

$$\lg 0.1 = x \cdot \lg 0.9$$

Aufgabe 2

Zerfallsfaktor: $1 - 0.1 = 0.9$

Zerfallsgleichung: $L(x) = L_0 \cdot 0.9^x$

(a) $L(10) = 100\% \cdot 0.9^{10} \approx 35\%$

(b) $10\% = 100\% \cdot 0.9^x$

$$0.1 = 0.9^x$$

$$\lg 0.1 = x \cdot \lg 0.9$$

$$x = \frac{\lg 0.1}{\lg 0.9} \approx$$

Aufgabe 2

Zerfallsfaktor: $1 - 0.1 = 0.9$

Zerfallsgleichung: $L(x) = L_0 \cdot 0.9^x$

(a) $L(10) = 100\% \cdot 0.9^{10} \approx 35\%$

(b) $10\% = 100\% \cdot 0.9^x$

$$0.1 = 0.9^x$$

$$\lg 0.1 = x \cdot \lg 0.9$$

$$x = \frac{\lg 0.1}{\lg 0.9} \approx 22 \text{ m}$$

Aufgabe 3

Die Bevölkerung eines Landes wächst pro Jahr um 1.5%. Derzeit beträgt sie 12 Millionen.

- (a) Wie gross wird die Bevölkerung in 10 Jahren sein?
- (b) Wann wird das Land 15 Millionen Einwohner haben?
- (c) Der Bevölkerungszuwachs lässt sich durch die Formel $B(t) = B_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$ beschreiben. Berechne die Konstante λ .

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung:

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) =$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9 \text{ Millionen}$

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9 \text{ Millionen}$

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

$$\frac{5}{4} = 1.015^t \quad || \lg \quad \text{oder einen Logarithmus zu einer anderen Basis}$$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

$$\frac{5}{4} = 1.015^t \quad || \lg \quad \text{oder einen Logarithmus zu einer anderen Basis}$$

$$\lg \frac{5}{4} = t \cdot \lg 1.015$$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

$$\frac{5}{4} = 1.015^t \quad || \lg \quad \text{oder einen Logarithmus zu einer anderen Basis}$$

$$\lg \frac{5}{4} = t \cdot \lg 1.015$$

$$t = \frac{\lg(\frac{5}{4})}{\lg 1.015}$$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

$$\frac{5}{4} = 1.015^t \quad || \lg \quad \text{oder einen Logarithmus zu einer anderen Basis}$$

$$\lg \frac{5}{4} = t \cdot \lg 1.015$$

$$t = \frac{\lg(\frac{5}{4})}{\lg 1.015}$$

$$t \approx 15 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

$$\frac{5}{4} = 1.015^t \quad || \lg \quad \text{oder einen Logarithmus zu einer anderen Basis}$$

$$\lg \frac{5}{4} = t \cdot \lg 1.015$$

$$t = \frac{\lg(\frac{5}{4})}{\lg 1.015}$$

$$t \approx 15 \text{ Jahre}$$

(c) $1.015 = e^\lambda$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

$$\frac{5}{4} = 1.015^t \quad || \lg \quad \text{oder einen Logarithmus zu einer anderen Basis}$$

$$\lg \frac{5}{4} = t \cdot \lg 1.015$$

$$t = \frac{\lg(\frac{5}{4})}{\lg 1.015}$$

$$t \approx 15 \text{ Jahre}$$

(c) $1.015 = e^\lambda \quad || \ln$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

$$\frac{5}{4} = 1.015^t \quad || \lg \quad \text{oder einen Logarithmus zu einer anderen Basis}$$

$$\lg \frac{5}{4} = t \cdot \lg 1.015$$

$$t = \frac{\lg(\frac{5}{4})}{\lg 1.015}$$

$$t \approx 15 \text{ Jahre}$$

(c) $1.015 = e^\lambda \quad || \ln$

$$\ln 1.015 = \ln e^\lambda = \lambda$$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

$$\frac{5}{4} = 1.015^t \quad || \lg \quad \text{oder einen Logarithmus zu einer anderen Basis}$$

$$\lg \frac{5}{4} = t \cdot \lg 1.015$$

$$t = \frac{\lg(\frac{5}{4})}{\lg 1.015}$$

$$t \approx 15 \text{ Jahre}$$

(c) $1.015 = e^\lambda \quad || \ln$

$$\ln 1.015 = \ln e^\lambda = \lambda$$

$$\lambda \approx$$

Aufgabe 3

Wachstumsgleichung: $B(t) = B_0 \cdot 1.015^t$

(a) $B(10) = 12\,000\,000 \cdot 1.015^{10} \approx 13.9$ Millionen

(b) $15\,000\,000 = 12\,000\,000 \cdot 1.015^t \quad || : 12\,000\,000$

$$\frac{5}{4} = 1.015^t \quad || \lg \quad \text{oder einen Logarithmus zu einer anderen Basis}$$

$$\lg \frac{5}{4} = t \cdot \lg 1.015$$

$$t = \frac{\lg(\frac{5}{4})}{\lg 1.015}$$

$$t \approx 15 \text{ Jahre}$$

(c) $1.015 = e^\lambda \quad || \ln$

$$\ln 1.015 = \ln e^\lambda = \lambda$$

$$\lambda \approx 0.0149$$

Aufgabe 4

Der radioaktive Zerfall eines Elements lässt sich durch die Formel $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ beschreiben. N_0 ist der Anfangswert. Die Zeit t , in der von einer vorhandenen Stoffmenge die Hälfte zerfällt, heisst *Halbwertszeit*. Für Radium beträgt sie zum Beispiel 1620 Jahre.

- (a) Berechne die Zerfallskonstante λ für Radium.
- (b) Wieviel war von dem ersten Gramm Radium, das Marie Curie 1898 herstellte, nach 100 Jahren noch übrig?
- (c) Wann wird nur mehr 0.1 g vorhanden sein?

Aufgabe 4

(a) $\frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{1620} \approx$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{1620} \approx 0.000428 \frac{1}{a}$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{1620} \approx 0.000428 \frac{1}{a}$$

$$(b) \quad N(100) =$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{1620} \approx 0.000428 \frac{1}{a}$$

$$(b) \quad N(100) = 1 \text{ g} \cdot e^{-0.000428 \cdot 100} \approx$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{1620} \approx 0.000428 \frac{1}{a}$$

$$(b) \quad N(100) = 1 \text{ g} \cdot e^{-0.000428 \cdot 100} \approx 0.95812 \text{ g}$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{1620} \approx 0.000428 \frac{1}{a}$$

$$(b) \quad N(100) = 1 \text{ g} \cdot e^{-0.000428 \cdot 100} \approx 0.95812 \text{ g}$$

$$(c) \quad 0.1 = 1 \cdot e^{-0.000428 \cdot t}$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{1620} \approx 0.000428 \frac{1}{a}$$

$$(b) \quad N(100) = 1 \text{ g} \cdot e^{-0.000428 \cdot 100} \approx 0.95812 \text{ g}$$

$$(c) \quad 0.1 = 1 \cdot e^{-0.000428 \cdot t} \quad || \ln \dots$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{1620} \approx 0.000428 \frac{1}{a}$$

$$(b) \quad N(100) = 1 \text{ g} \cdot e^{-0.000428 \cdot 100} \approx 0.95812 \text{ g}$$

$$(c) \quad 0.1 = 1 \cdot e^{-0.000428 \cdot t} \quad || \ln \dots$$

$$\ln 0.1 = -0.000428 \cdot t$$

Aufgabe 4

$$(a) \quad \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1620}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 1620} \quad || \ln$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 1620$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{1620} \approx 0.000428 \frac{1}{a}$$

$$(b) \quad N(100) = 1 \text{ g} \cdot e^{-0.000428 \cdot 100} \approx 0.95812 \text{ g}$$

$$(c) \quad 0.1 = 1 \cdot e^{-0.000428 \cdot t} \quad || \ln \dots$$

$$\ln 0.1 = -0.000428 \cdot t$$

$$t \approx 5382 \text{ a}$$

Aufgabe 5

Angenommen, die Weltbevölkerung vermehrt sich nach der Formel $B(t) = B_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$. 1960 gab es etwa 3 Milliarden Menschen, 1995 etwa 5.6 Milliarden.

- (a) Bestimme die Konstante λ .
- (b) Wieviel Prozent beträgt das jährliche Wachstum der Weltbevölkerung?
- (c) Wann wird die Erde 15 Milliarden Einwohner haben, wenn die Bevölkerung im selben Tempo weiterwächst?

Aufgabe 5

(a) $5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$

Aufgabe 5

(a) $5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$

$$1.87 = e^{35\lambda}$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

$$\ln 1.87 = 35\lambda$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

$$\ln 1.87 = 35\lambda$$

$$\lambda = 0.0178$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

$$\ln 1.87 = 35\lambda$$

$$\lambda = 0.0178$$

$$(b) \quad B(1) = 1 \cdot e^{0.0178 \cdot 1} = 1.018 \quad \Rightarrow \quad 1.8\%$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

$$\ln 1.87 = 35\lambda$$

$$\lambda = 0.0178$$

$$(b) \quad B(1) = 1 \cdot e^{0.0178 \cdot 1} = 1.018 \quad \Rightarrow \quad 1.8\%$$

$$(c) \quad 15 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{0.0178t}$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

$$\ln 1.87 = 35\lambda$$

$$\lambda = 0.0178$$

$$(b) \quad B(1) = 1 \cdot e^{0.0178 \cdot 1} = 1.018 \quad \Rightarrow \quad 1.8\%$$

$$(c) \quad 15 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{0.0178t}$$

$$5 = e^{0.0178t}$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

$$\ln 1.87 = 35\lambda$$

$$\lambda = 0.0178$$

$$(b) \quad B(1) = 1 \cdot e^{0.0178 \cdot 1} = 1.018 \quad \Rightarrow \quad 1.8\%$$

$$(c) \quad 15 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{0.0178t}$$

$$5 = e^{0.0178t} \quad || \ln$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

$$\ln 1.87 = 35\lambda$$

$$\lambda = 0.0178$$

$$(b) \quad B(1) = 1 \cdot e^{0.0178 \cdot 1} = 1.018 \quad \Rightarrow \quad 1.8\%$$

$$(c) \quad 15 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{0.0178t}$$

$$5 = e^{0.0178t} \quad || \ln$$

$$\ln 5 = 0.0178t$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

$$\ln 1.87 = 35\lambda$$

$$\lambda = 0.0178$$

$$(b) \quad B(1) = 1 \cdot e^{0.0178 \cdot 1} = 1.018 \quad \Rightarrow \quad 1.8\%$$

$$(c) \quad 15 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{0.0178t}$$

$$5 = e^{0.0178t} \quad || \ln$$

$$\ln 5 = 0.0178t$$

$$t \approx 90y$$

Aufgabe 5

$$(a) \quad 5.6 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{\lambda \cdot 35}$$

$$1.87 = e^{35\lambda} \quad || \ln$$

$$\ln 1.87 = 35\lambda$$

$$\lambda = 0.0178$$

$$(b) \quad B(1) = 1 \cdot e^{0.0178 \cdot 1} = 1.018 \quad \Rightarrow \quad 1.8\%$$

$$(c) \quad 15 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^9 \cdot e^{0.0178t}$$

$$5 = e^{0.0178t} \quad || \ln$$

$$\ln 5 = 0.0178t$$

$$t \approx 90 \text{ y}$$

Etwa im Jahr 2050 (1960 + 90)

Aufgabe 6

Das Kohlenstoffisotop C-14 zerfällt mit einer Halbwertszeit von etwa 5730 Jahren. Mit seiner Hilfe lässt sich das Alter von Fossilien bestimmen.

- (a) Berechne die Zerfallskonstante λ .
- (b) In einem Fossil wurde ein C-14-Gehalt von 7.5% der ursprünglichen Menge gemessen. Berechne das Alter des Fossils (runde auf 1000 Jahre).
- (c) Bis zu welchem Alter lässt sich die C-14-Methode anwenden, wenn man noch 0.1% des ursprünglichen C-14-Gehalts mit hinreichender Genauigkeit messen kann?

Aufgabe 6

(a) $50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$

Aufgabe 6

(a) $50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730}$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.075 = e^{-0.000121 \cdot t}$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.075 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.075 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

$$\ln 0.075 = -0.000121 \cdot t$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.075 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

$$\ln 0.075 = -0.000121 \cdot t$$

$$t \approx 21\,000 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.075 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

$$\ln 0.075 = -0.000121 \cdot t$$

$$t \approx 21\,000 \text{ Jahre}$$

$$(c) \quad 0.1\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.075 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

$$\ln 0.075 = -0.000121 \cdot t$$

$$t \approx 21\,000 \text{ Jahre}$$

$$(c) \quad 0.1\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.001 = e^{-0.000121 \cdot t}$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.075 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

$$\ln 0.075 = -0.000121 \cdot t$$

$$t \approx 21\,000 \text{ Jahre}$$

$$(c) \quad 0.1\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.001 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.075 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

$$\ln 0.075 = -0.000121 \cdot t$$

$$t \approx 21\,000 \text{ Jahre}$$

$$(c) \quad 0.1\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.001 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

$$\ln 0.001 = -0.000121 \cdot t$$

Aufgabe 6

$$(a) \quad 50\% = 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$$

$$0.5 = e^{-\lambda \cdot 5730} \quad || \ln$$

$$\ln 0.5 = -\lambda \cdot 5730$$

$$\lambda \approx 0.000121$$

$$(b) \quad 7.5\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.075 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

$$\ln 0.075 = -0.000121 \cdot t$$

$$t \approx 21\,000 \text{ Jahre}$$

$$(c) \quad 0.1\% = 100\% \cdot e^{-0.000121 \cdot t}$$

$$0.001 = e^{-0.000121 \cdot t} \quad || \ln$$

$$\ln 0.001 = -0.000121 \cdot t$$

$$t \approx 57\,000 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 7

Vor 10 Jahren betrug der Holzbestand eines Waldes 7000m^3 . Ohne Holzschlag ist er inzwischen auf 9880m^3 angewachsen. Wir dürfen annehmen, dass das Holzwachstum ein exponentieller Vorgang ist.

- (a) Zeige, dass die jährliche Wachstumsrate etwa 3.5% beträgt.
- (b) Berechne die Zeitspanne, innerhalb der sich der Holzbestand verdoppelt bzw. verdreifacht.
- (c) Man hat vor, in 3 Jahren 3000m^3 Holz zu schlagen. Wann wird dieser Wald den heutigen Holzbestand wieder erreichen?

Aufgabe 7

(a) $7000 \cdot 1.035^{10} \approx 9880$

Aufgabe 7

(a) $7000 \cdot 1.035^{10} \approx 9880$

(b) Verdopplung:

$$2 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 2 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 20 \text{ Jahre}$$

Verdreifachung

$$3 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 3 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 32 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 7

(a) $7000 \cdot 1.035^{10} \approx 9880$

(b) Verdopplung:

$$2 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 2 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 20 \text{ Jahre}$$

Verdreifachung

$$3 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 3 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 32 \text{ Jahre}$$

(c) Bestand in 3 Jahren: $H(3) = 9880 \cdot 1.035^3 = 10\,954 \text{ m}^3$

Aufgabe 7

(a) $7000 \cdot 1.035^{10} \approx 9880$

(b) Verdopplung:

$$2 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 2 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 20 \text{ Jahre}$$

Verdreifachung

$$3 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 3 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 32 \text{ Jahre}$$

(c) Bestand in 3 Jahren: $H(3) = 9880 \cdot 1.035^3 = 10\,954 \text{ m}^3$

Nach dem Holzschlag: $10\,954 \text{ m}^3 - 3000 \text{ m}^3 = 7954 \text{ m}^3$

Aufgabe 7

(a) $7000 \cdot 1.035^{10} \approx 9880$

(b) Verdopplung:

$$2 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 2 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 20 \text{ Jahre}$$

Verdreifachung

$$3 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 3 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 32 \text{ Jahre}$$

(c) Bestand in 3 Jahren: $H(3) = 9880 \cdot 1.035^3 = 10\,954 \text{ m}^3$

Nach dem Holzschlag: $10\,954 \text{ m}^3 - 3000 \text{ m}^3 = 7954 \text{ m}^3$

$$9880 = 7954 \cdot 1.035^t$$

Aufgabe 7

(a) $7000 \cdot 1.035^{10} \approx 9880$

(b) Verdopplung:

$$2 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 2 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 20 \text{ Jahre}$$

Verdreifachung

$$3 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 3 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 32 \text{ Jahre}$$

(c) Bestand in 3 Jahren: $H(3) = 9880 \cdot 1.035^3 = 10\,954 \text{ m}^3$

Nach dem Holzschlag: $10\,954 \text{ m}^3 - 3000 \text{ m}^3 = 7954 \text{ m}^3$

$$9880 = 7954 \cdot 1.035^t$$

$$1.2421 = 1.035^t$$

Aufgabe 7

(a) $7000 \cdot 1.035^{10} \approx 9880$

(b) Verdopplung:

$$2 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 2 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 20 \text{ Jahre}$$

Verdreifachung

$$3 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 3 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 32 \text{ Jahre}$$

(c) Bestand in 3 Jahren: $H(3) = 9880 \cdot 1.035^3 = 10\,954 \text{ m}^3$

Nach dem Holzschlag: $10\,954 \text{ m}^3 - 3000 \text{ m}^3 = 7954 \text{ m}^3$

$$9880 = 7954 \cdot 1.035^t$$

$$1.2421 = 1.035^t$$

$$t = \lg(1.421) / \lg(1.035) \approx 6.3 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 7

(a) $7000 \cdot 1.035^{10} \approx 9880$

(b) Verdopplung:

$$2 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 2 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 20 \text{ Jahre}$$

Verdreifachung

$$3 = 1 \cdot 1.035^t$$

$$\ln 3 = t \cdot \ln 1.035$$

$$t \approx 32 \text{ Jahre}$$

(c) Bestand in 3 Jahren: $H(3) = 9880 \cdot 1.035^3 = 10\,954 \text{ m}^3$

Nach dem Holzschlag: $10\,954 \text{ m}^3 - 3000 \text{ m}^3 = 7954 \text{ m}^3$

$$9880 = 7954 \cdot 1.035^t$$

$$1.2421 = 1.035^t$$

$$t = \lg(1.421) / \lg(1.035) \approx 6.3 \text{ Jahre}$$

Der aktuelle Holzbestand wird etwa in 9.3 Jahren wieder erreicht.

Aufgabe 8

Bestimme die Werte in den leeren Feldern.

Element	$T_{1/2}$	λ	Abnahme pro Zeiteinheit	Wann ist 1% übrig?
Radium	1620 y			
Caesium 137		0.0231 y^{-1}		
Phosphor 32		0.0485 y^{-1}		
Jod 131	8 d			
Polonium 218			20% pro min	

Aufgabe 8

Element	$T_{1/2}$	λ	Abnahme pro Zeiteinheit	Wann ist 1% übrig?
Radium	1620 y	0.0004279 y^{-1}	0.043%	10763 y
Caesium 137	30 y	0.0231 y^{-1}	2.28%	199 y
Phosphor 32	14.3 y	0.0485 y^{-1}	4.73%	95 y
Jod 131	8 d	0.08664 d^{-1}	8.3%	53 d
Polonium 218	3.1 min	0.2231 min^{-1}	20%	20.6 min