Wachstum und Zerfall

Wachstumsfunktion

$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Wachstumskonstante

b^k: Wachstumsfaktor (zur Basis b)

t: Zeit

Zerfallsfunktion

$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Zerfallskonstante

b^{-k}: Zerfallsfaktor (zur Basis b)

t: Zeit

Beispiel 1

Bei einer Bakterienkultur ohne Raum- und Nahrungsmangel wächst die Individuenzahl exponentiell. Um 8 Uhr waren es 2300 und um 12 Uhr 36 800 Individuen. Welches war die Individuenzahl um 9 Uhr?

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

Beispiel 3

Ein Jungwald, in dem kein Holz geschlagen wird, wächst exponentiell. Der Waldbestand beträgt heute $72\,342\,\mathrm{m}^3$. Vor 12 Jahren betrug er $48\,128\,\mathrm{m}^3$.

(a) Welches war der Waldbestand heute vor 5 Jahren?

(b) Welches wird der Waldbestand in 7 Jahren sein?

Beispiel 4

In einem grösseren Gebiet der Alpen sollen wieder Steinböcke angesiedelt werden. Das Gebiet kann ca. 5000 Steinböcke ohne Störung des biologischen Gleichgewichtes ernähren. Es kann mit einem jährlichen Zuwachs von 6% gerechnet werden, und der maximale Bestand soll erst in 30 Jahren erreicht werden. Wie viele Tiere sind auszusetzen?

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Franken.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.

(b) Nach wie vielen Jahren hat sich der Wert des Autos halbiert?