

Aufgabe 1

Berechne die Skalarprodukte in \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 und \mathbb{R}^4 . Vereinfache Ausdrücke mit Parametern.

$$(a) \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 2a \\ a \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ -a \\ a \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} x \\ \sqrt{2} \\ y \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ y \\ -\sqrt{2} \\ x \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Sind die Vektoren \vec{a} und \vec{b} orthogonal?

$$(a) \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \vec{a} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ p \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} q \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Bestimme den Wert des Parameters c so, dass die beiden Vektoren orthogonal sind.

$$(a) \vec{a} = \begin{pmatrix} c \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

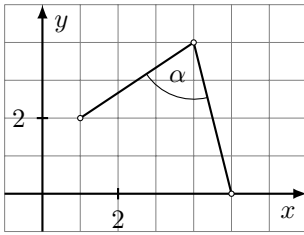
$$(b) \vec{a} = \begin{pmatrix} c \\ -11 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} c \\ c \\ 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Berechne den Winkel zwischen dem Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$ und der y -Achse.

Aufgabe 5

Berechne den Winkel α .



Aufgabe 6

Berechne den Winkel β im Dreieck mit den Ecken $A(3, 4, 2)$, $B(8, 12, 6)$ und $C(7, 5, 7)$.

Aufgabe 7

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ z \end{pmatrix}$. Welchen Wert muss die Komponente z haben, damit \vec{a} und \vec{b} einen Winkel von 45° einschliessen?

Aufgabe 8

Zerlege den Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ in eine zu $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ parallele und eine zu \vec{b} senkrechte Komponente.

Aufgabe 9

Vereinfache den Term $(3\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$, wenn $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$ und $\vec{a} \perp \vec{b}$ gilt.

Aufgabe 10

Berechne.

(a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$

Aufgabe 11

Bestimme alle Vektoren, die zu $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ senkrecht stehen und die Länge 30 haben.

Aufgabe 12

Gegeben: Dreieck $\triangle ABC$ mit $A(2, 1, 2)$, $B(9, 5, 6)$ und $C(6, 9, 5)$. Gesucht:

(a) Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle ABC$

(b) Höhe h_c des Dreiecks $\triangle ABC$

Aufgabe 13

Die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ spannen ein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt $A = 15$ auf. Bestimme die x -Komponente von \vec{b} .

Aufgabe 14

Bestimme im Tetraeder $ABCD$ mit $A(2, 2, 2)$, $B(4, 9, 10)$, $C(6, 6, 8)$ und $D(8, 9, 9)$ die Höhe h von D auf die gegenüberliegende Dreiecksfläche ABC .

Aufgabe 15

Berechne möglichst effizient den Flächeninhalt des Polygons mit folgenden Ecken .

$$P_1(3, 1)$$

$$P_2(5, 3)$$

$$P_3(7, 2)$$

$$P_4(9, 5)$$

$$P_5(8, 7)$$

$$P_6(4, 5)$$

$$P_7(2, 6)$$

$$P_8(1, 4)$$