

Logarithmusgleichungen

Übungen

Aufgabe 1

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $\log_3 x = 4$

Aufgabe 1

$$\log_3 x \stackrel{(*)}{=} 4 \quad \text{schreibe } 4 = \log_3 3^4$$

$$\log_3 x = \log_3(3^4) \quad \text{setze Numeri gleich}$$

$$x = 3^4$$

$$x = 81 \quad \text{Probe in } (*): \text{ ok}$$

$$L = \{81\}$$

Aufgabe 2

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung

$$\ln(x + 1) = \ln(4)$$

Aufgabe 2

$$\ln(x+1) \stackrel{(*)}{=} \ln(4) \quad \text{setze Numeri gleich}$$

$$x+1=4 \quad \text{löse Gleichung ...}$$

$$x=3 \quad \text{Probe in } (**) : \text{ok}$$

$$L = \{3\}$$

Aufgabe 3

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung

$$\log_4(x - 5) = \log_4(3 - x)$$

Aufgabe 3

$$\log_4(x-5) \stackrel{(*)}{=} \log_4(3-x) \quad \text{setze Numeri gleich}$$

$$x-5=3-x \quad \text{löse Gleichung ...}$$

$$2x=8$$

$$x=4 \quad \text{Probe: keine Lösung}$$

$$L = \{ \}$$

Aufgabe 4

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $\lg(x + 9) = 2$

Aufgabe 4

$$\lg(x+9) \stackrel{(*)}{=} 2 \quad \text{schreibe } 2 = \lg 10^2$$

$$\lg(x+9) = \lg(10^2)$$

$$\lg(x+9) = \lg(100) \quad \text{setze Numeri gleich}$$

$$x+9 = 100 \quad \text{löse Gleichung ...}$$

$$x = 91 \quad \text{Probe in } (*): \text{ ok}$$

$$L = \{91\}$$

Aufgabe 5

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung
 $\log_2(3x - 2) + 3 = \log_2(21x + 5)$

Aufgabe 5

$$\log_2(3x - 2) + 3 = \log_2(21x + 5) \quad \text{schreibe } 3 = \log_2(2^3)$$

$$\log_2(3x - 2) + \log_2(8) = \log_2(21x + 5) \quad \text{Logarithmengesetze anwenden}$$

$$\log_2((3x - 2) \cdot 8) \stackrel{(*)}{=} \log_2(21x + 5) \quad \text{setze Numeri gleich}$$

$$(3x - 2) \cdot 8 = 21x + 5 \quad \text{löse Gleichung ...}$$

$$24x - 16 = 21x + 5$$

$$3x = 21$$

$$x = 7 \quad \text{Probe in } (*): \text{ ok}$$

$$L = \{7\}$$

Aufgabe 6

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung

$$\lg(x + 6) - \lg(x - 3) = 1$$

Aufgabe 6

$$\lg(x+6) - \lg(x-3) \stackrel{(*)}{=} 1 \quad \text{schreibe } 1 = \ln(10^1); \text{ Logarithmengesetze}$$

$$\lg \frac{x+6}{x-3} = \lg(10) \quad \text{Numeri gleichsetzen}$$

$$\frac{x+6}{x-3} = 10 \quad \text{löse Gleichung ...}$$

$$x+6 = 10(x-3)$$

$$x+6 = 10x-30$$

$$36 = 9x$$

$$x = 4 \quad \text{Probe in } (*): \text{ ok}$$

$$L = \{4\}$$

Aufgabe 7

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung

$$2 \log_4(x) = \log_4(2x + 35)$$

Aufgabe 7

$$2 \log_4(x) \stackrel{(*)}{=} \log_4(2x + 35) \quad \text{Logarithmengesetze}$$

$$\log_4(x^2) = \log_4(2x + 35) \quad \text{Numeri gleichsetzen}$$

$$x^2 = 2x + 35 \quad \text{Gleichung lösen ...}$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0 \quad \text{in Linearfaktoren zerlegen ...}$$

$$(x + 5)(x - 7) = 0$$

$$x_1 = -5 \quad \text{Probe in } (*): \text{ falsch}$$

$$x_2 = 7 \quad \text{Probe in } (*): \text{ wahr}$$

$$L = \{7\}$$