Aufgabe 8.1

sechs aufeinanderfolgende Zahlen mit der kleinsten Zahl a:

$a,\ a+1,\ a+2,\ a+3,\ a+4,\ a+5$

Das Produkt der beiden kleinsten Zahlen:

$a\cdot(a+1)=a^2+a$

Die Summe der vier übrigen Zahlen:

$(a+2)+(a+3)+(a+4)+(a+5)=4a+14$

Gleichung:

$$\begin{aligned}
\underbrace{a^2+a}_{\text{grösser}} &= 3\cdot\underbrace{(4a+14)}_{\text{kleiner}}\\
a^2+a &= 12a+42\\
a^2-11a-42 &= 0\\
(a+3)(a-14) &= 0\\
a_1 &= -3\\
a_2 &= 14
\end{aligned}$$

1. Lösung: $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$
2. Lösung: $14,\ 15,\ 16,\ 17,\ 18,\ 19$

Aufgabe 8.2

Gesuchter Bruch: x

$$\begin{aligned}
\frac{4}{9}\cdot x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x} &= 1 \quad ||\cdot 18x\\
8x^2+9 &= 18x\\
8x^2-18x+9 &= 0
\end{aligned}$$

$D=b^2-4ac=324-4\cdot 8\cdot 9=36=6^2$

$$x_1=\frac{18+6}{16}=\frac{24}{16}=\frac{3}{2}$$

$$x_2=\frac{18-6}{16}=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$$

Die Lösungen sind entweder $\frac{3}{2}$ oder $\frac{3}{4}$.

Aufgabe 8.3

Anzahl der Ecken: n

Ein konvexes n-Eck hat $\frac{n(n-3)}{2}$ Diagonalen.

$$\frac{n(n-3)}{2} = 350$$

$$n(n-3) = 700$$

$n^2 - 3n - 700 = 0$

$a = 1$, $b = -3$, $c = -700$

$D = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-700) = 2809 = 53^2$

$n_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 + 53}{2} = 28$

$n_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 - 53}{2} = \frac{-50}{2} = -25$ (sinnlos)

Es handelt sich um ein 28-Eck.

Aufgabe 8.4

Anzahl Ecken: n

Anzahl Diagonalen: $\frac{n(n-3)}{2}$

$100n = \frac{n(n-3)}{2}$

$200n = n(n-3) \quad || : n$

$200 = n - 3$

$n = 203$

Wenn wir durch n dividieren, verlieren wir die Lösung $n = 0$, was aber hier unproblematisch ist, ein 0-Eck sinnlos ist,

Es handelt sich um ein 203-Eck.

Aufgabe 8.5

Flächeninhalt des ursprünglichen Rechtecks: $8 \cdot 20 = 160$

Flächeninhalt des veränderten Rechtecks: $(8 + x)(20 - x) = 160 - 12x - x^2$

neuer Flächeninhalt = 0.6 · alter Flächeninhalt

$$\begin{aligned} 160 - 12x - x^2 &= 0.6 \cdot 160 \\ 160 - 12x - x^2 &= 96 \\ 0 &= x^2 + 12x - 64 \end{aligned}$$

$D = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-64) = 400$

$$x_1 = \frac{-12 + 20}{2} = 4$$
$$x_2 = \frac{-12 - 20}{2} = -16 \text{ (sinnlos)}$$

Die neuen Seitenlängen betragen 12 cm und 24 cm

Aufgabe 8.7

Länge einer Kathete: a

Länge der Hypothenuse: $c = a + 1$

Länge der anderen Kathete: $b = 20 - a - (a + 1) = 20 - a - a - 1 = 19 - 2a$

Satzs des Pythagoras:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ a^2 + (19 - 2a)^2 &= (a + 1)^2 \\ a^2 + 361 - 76a + 4a^2 &= a^2 + 2a + 1 \\ 4a^2 - 78a + 360 &= 0 \\ 2a^2 - 39a + 180 &= 0 \end{aligned}$$

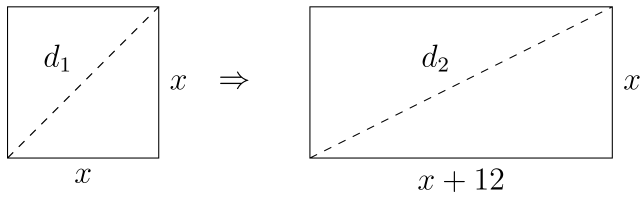
$D = b^2 - 4ac = 324$

$$a_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{78 + 18}{8} = 12 \quad \Rightarrow \quad b_1 = 19 - 2a_1 = 19 - 24 = -5 \text{ (sinnlos)}$$
$$a_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{78 - 18}{8} = \frac{60}{8} = 7.5 \quad \Rightarrow \quad b_2 = 19 - 2a_2 = 19 - 14 = 5$$

Die Länge der Hypotenuse beträgt $7.5\,\text{cm} + 1\,\text{cm} = 8.5\,\text{cm}$.

Aufgabe 8.8

Seitenlänge des Quadrats: x



Gleichung:

$$\begin{aligned}
5d_1 &= d_2 \\
5\sqrt{x^2 + x^2} &= \sqrt{(x+12)^2 + x^2} \\
5\sqrt{2x^2} &= \sqrt{x^2 + 24x + 144 + x^2} \\
5\sqrt{2x^2} &= \sqrt{2x^2 + 24x + 144} \quad ||\,^2 \\
25 \cdot 2x^2 &= 2x^2 + 24x + 144 \\
50x^2 &= 2x^2 + 24x + 144
\end{aligned}$$

$$48x^2 - 24x - 144 = 0 \quad || : 24$$

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49 = 7^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{1+7}{4} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{1-7}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2} \text{ (geometrisch sinnlos)}$$

Die Quadratseite ist 2 cm lang.