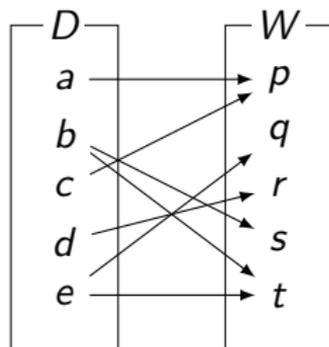


Funktionen

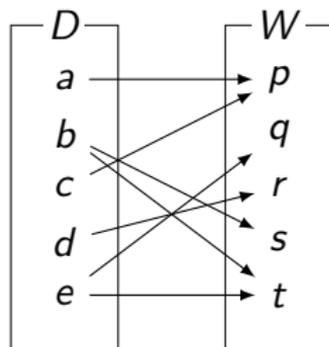
Übungen

1.1–1.6: Handelt es sich bei den Pfeildiagrammen um eine Funktion? Begründe.

Aufgabe 1.1

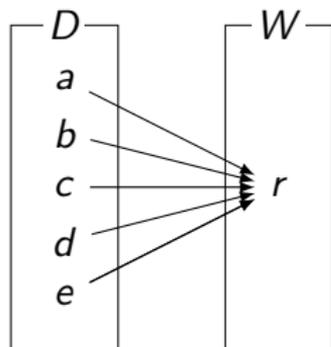


Aufgabe 1.1

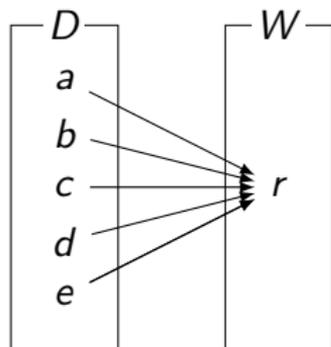


Nein, denn den Elementen b und e werden mehr als ein Element zugeordnet.

Aufgabe 1.2

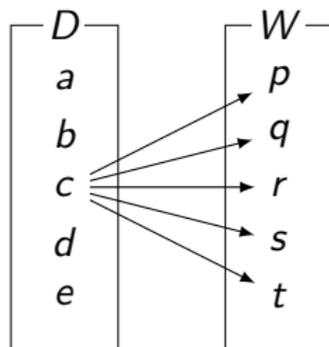


Aufgabe 1.2

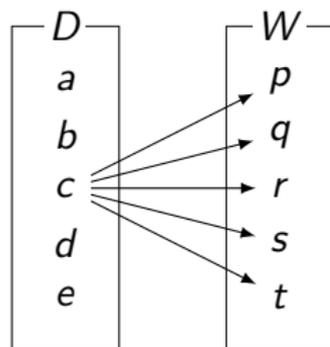


Ja, denn jedem Element aus D wird genau ein Element aus W zugeordnet.

Aufgabe 1.3

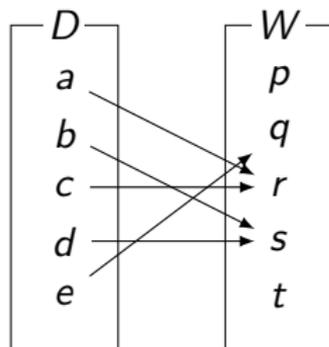


Aufgabe 1.3

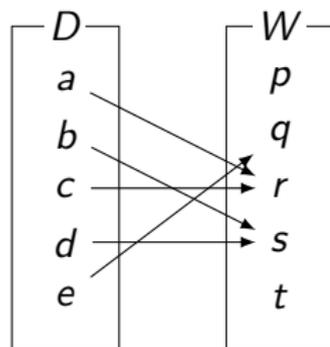


Nein, denn dem Element $a \in D$ wird kein Element der Wertemenge zugeordnet und den Elementen a , b , d , e wird jeweils kein Element zugeordnet.

Aufgabe 1.4

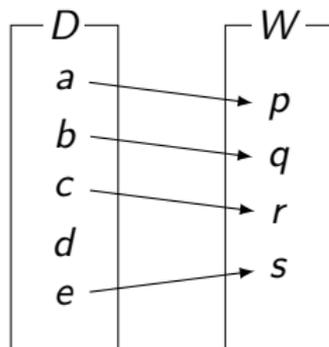


Aufgabe 1.4

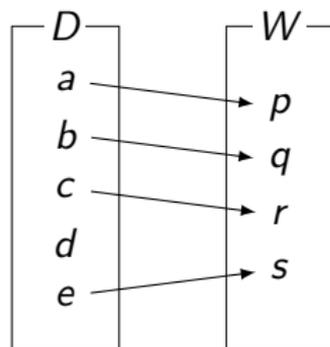


Ja, denn jedem Element von D wird genau ein Element von W zugeordnet.

Aufgabe 1.5

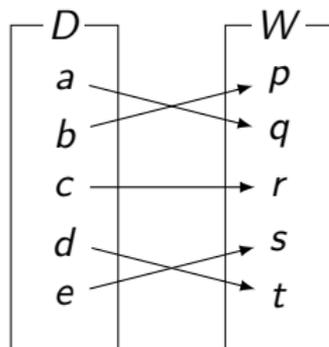


Aufgabe 1.5

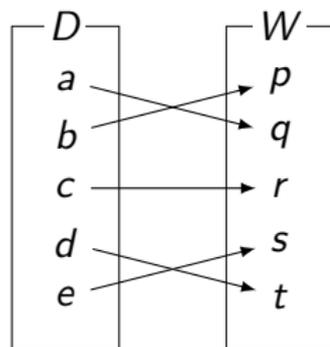


Nein, denn dem Element $d \in D$ wird kein Element zugeordnet.

Aufgabe 1.6



Aufgabe 1.6



Ja, denn jedem Element aus D wird genau ein Element aus W zugeordnet.

1.7–1.9: Definiert die Wertetabelle eine Funktion $f: D \rightarrow W$?
Begründe.

Aufgabe 1.7

$$D = \{a, b, c, d, e, f\}, W = \{p, q, r, s, t\}$$

x	a	b	c	d	e
y	p	q	s	r	s

Aufgabe 1.7

x	a	b	c	d	e
y	p	q	s	r	s

Nein, dem Element f wird kein Wert zugeordnet.

Aufgabe 1.8

$$D = \{a, b, c, d, e\}, W = \{p, q, r, s, t\}$$

x	a	b	c	d	e
y	p	r	s	p	s

Aufgabe 1.8

x	a	b	c	d	e
y	p	r	s	p	s

Ja

Aufgabe 1.9

$$D = \{a, b, c, d\}, W = \{p, q, r, s, t\}$$

x	a	b	c	d	b
y	p	r	p	q	s

Aufgabe 1.9

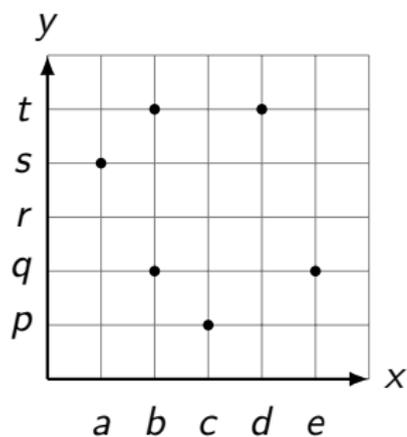
4	x	a	b	c	d	b
	y	p	r	p	q	s

Nein, dem Element b werden zwei verschiedene Werte zugeordnet.

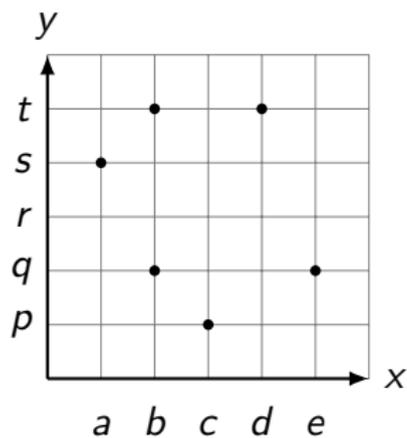
1.10–1.11: Definiert der Graph eine Funktion $f: D \rightarrow W$?
Begründe.

Aufgabe 1.10

$$D = \{a, b, c, d, e\}, W = \{p, q, r, s, t\}$$



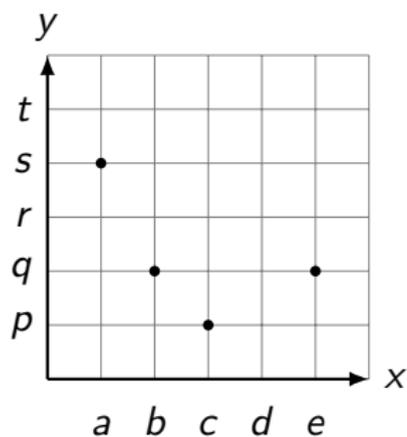
Aufgabe 1.10



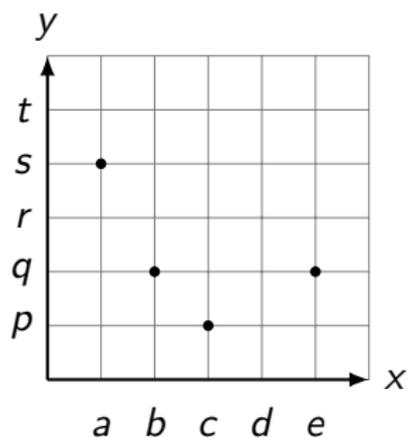
Nein, denn dem Element b werden zwei Werte zugeordnet.

Aufgabe 1.11

$$D = \{a, b, c, d, e\}, W = \{p, q, r, s, t\}$$



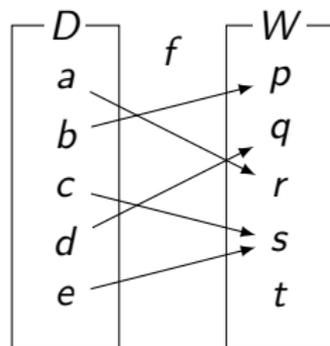
Aufgabe 1.11



Nein, denn dem Element d wird kein Werte zugeordnet.

Aufgabe 1.12

Bestimme die Urbilder der Funktion f aus dem Pfeildiagramm.

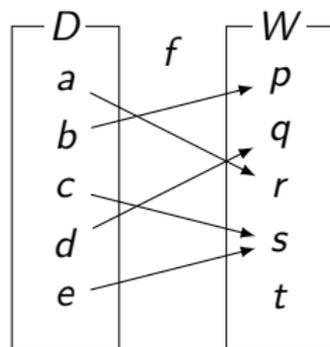


(a) $f^{-1}(s)$

(b) $f^{-1}(t)$

(c) $f^{-1}(p)$

Aufgabe 1.12



(a) $f^{-1}(s) = \{c, e\}$

(b) $f^{-1}(t) = \{\}$

(c) $f^{-1}(p) = \{b\}$

Aufgabe 1.13

Bestimme die Urbilder der Funktion f aus der Wertetabelle.

$$D = \{a, b, c, d, e\}, W = \{p, q, r, s, t\}$$

x	a	b	c	d	e
y	s	t	q	p	q

(a) $f^{-1}(p)$

(b) $f^{-1}(q)$

(c) $f^{-1}(r)$

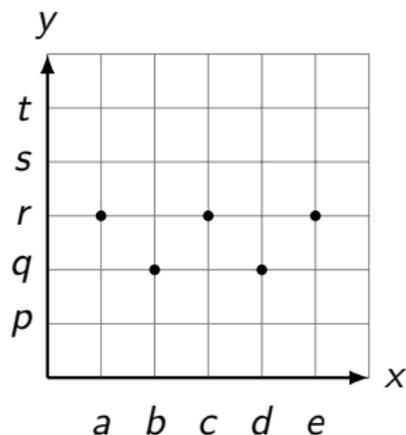
Aufgabe 1.13

x	a	b	c	d	e
y	s	t	q	p	q

(a) $f^{-1}(p) = \{d\}$ (b) $f^{-1}(q) = \{c, e\}$ (c) $f^{-1}(r) = \{\}$

Aufgabe 1.14

Bestimme die Urbilder der Funktion f aus dem Graphen.

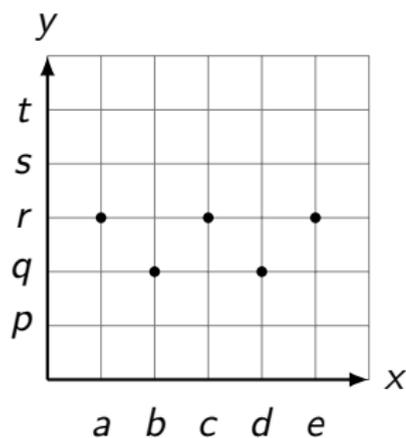


(a) $f^{-1}(p)$

(b) $f^{-1}(q)$

(c) $f^{-1}(r)$

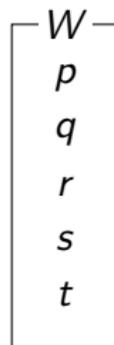
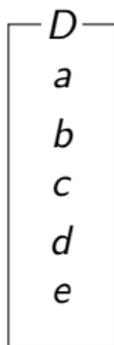
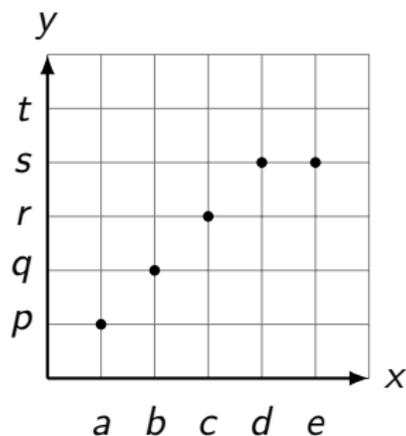
Aufgabe 1.14



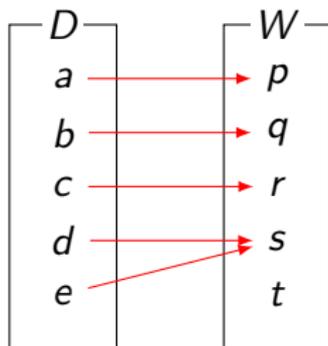
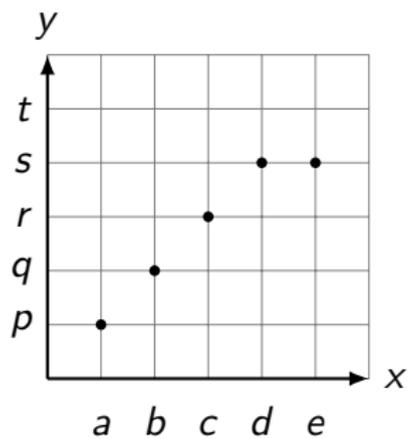
- (a) $f^{-1}(p) = \{\}$
- (b) $f^{-1}(q) = \{b, d\}$
- (c) $f^{-1}(r) = \{a, c, e\}$

Aufgabe 1.15

Stelle die durch den Graphen definierte Funktion $f: D \rightarrow W$ als Pfeildiagramm dar.



Aufgabe 1.15

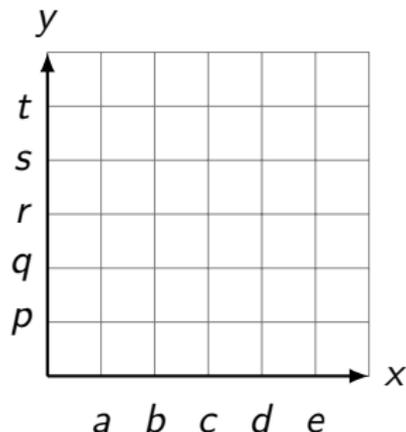


Aufgabe 1.16

Stelle die durch die Wertetabelle

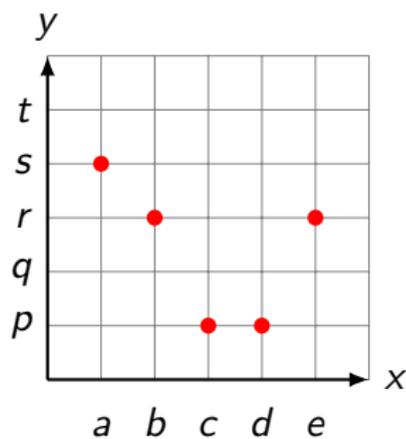
x	d	e	a	c	b
y	p	r	s	p	r

gegebene Funktion $f: \{a, b, c, d, e\} \rightarrow \{p, q, r, s, t\}$ als Graph dar.

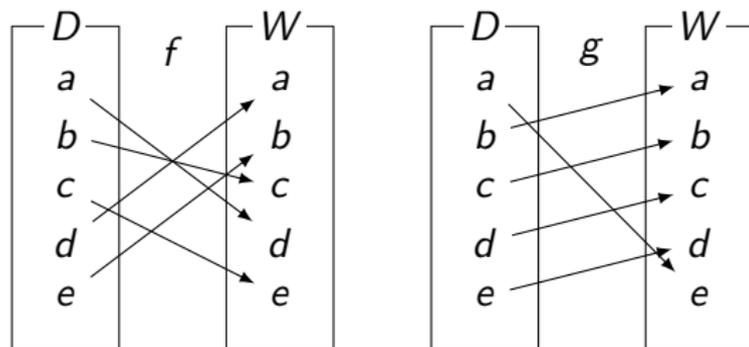


Aufgabe 1.16

x	d	e	a	c	b
y	p	r	s	p	r



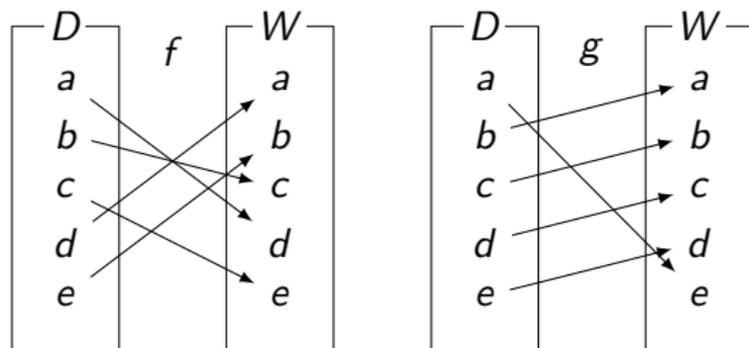
Aufgabe 1.17



Bestimme den Wert der komponierten Funktion an der gegebenen Stelle.

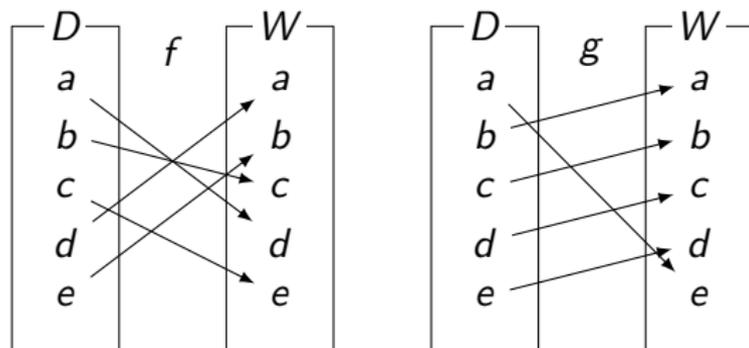
- (a) $(g \circ f)(b)$
- (b) $(f \circ g)(b)$
- (c) $f^3(c)$

Aufgabe 1.17



(a) $(g \circ f)(b) = g(f(b)) = g(c) = b$

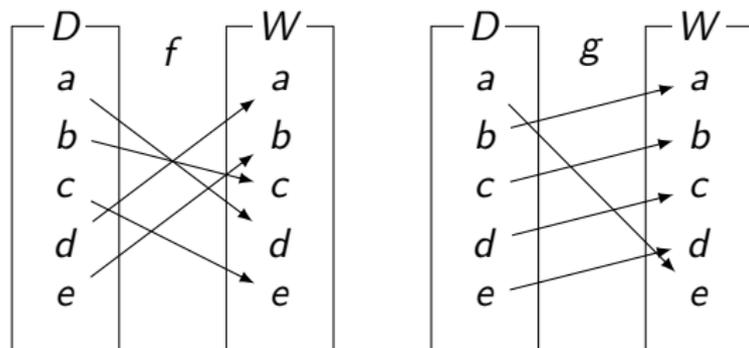
Aufgabe 1.17



(a) $(g \circ f)(b) = g(f(b)) = g(c) = b$

(b) $(f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = d$

Aufgabe 1.17



(a) $(g \circ f)(b) = g(f(b)) = g(c) = b$

(b) $(f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = d$

(c) $f^3(c) = f(f(f(c))) = f(f(e)) = f(b) = c$

Aufgabe 1.18

x	a	b	c	d
$f(x)$	c	d	a	b
x	a	b	c	d
$h(x)$	b	c	d	a

x	a	b	c	d
$g(x)$	c	b	d	a

Bestimme den Wert der komponierten Funktion an der gegebenen Stelle.

- (a) $(h \circ g \circ f)(c)$
- (b) $(f \circ g \circ h)(c)$
- (c) $(g \circ h \circ f)(c)$

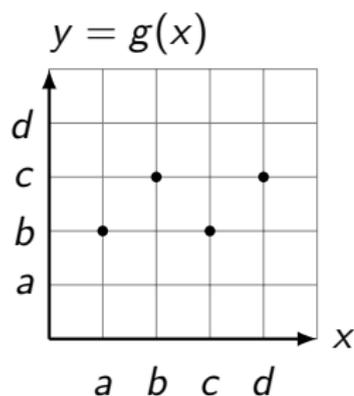
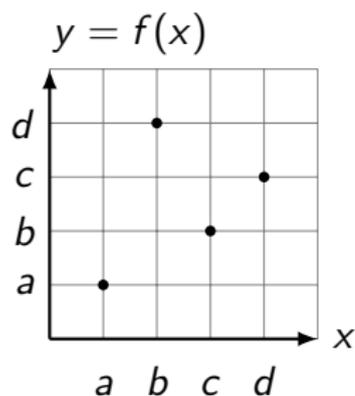
Aufgabe 1.18

x	a	b	c	d
$f(x)$	c	d	a	b
x	a	b	c	d
$h(x)$	b	c	d	a

x	a	b	c	d
$g(x)$	c	b	d	a

- (a) $(h \circ g \circ f)(c) = h(g(f(c))) = h(g(a)) = h(c) = d$
- (b) $(f \circ g \circ h)(c) = f(g(h(c))) = f(g(d)) = f(a) = c$
- (c) $(g \circ h \circ f)(c) = g(h(f(c))) = g(h(a)) = g(b) = b$

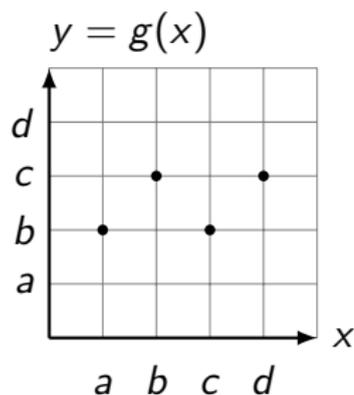
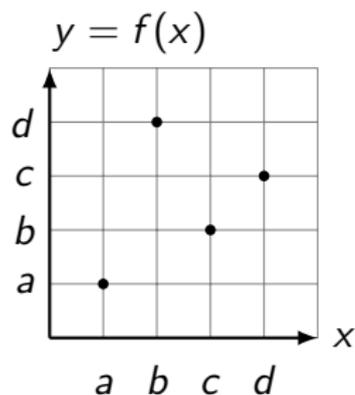
Aufgabe 1.19



Bestimme den Wert der komponierten Funktion an der gegebenen Stelle.

- (a) $(g \circ f)(b)$
- (b) $(f \circ g)(b)$
- (c) $f^{10}(c)$
- (d) $g^{42}(c)$

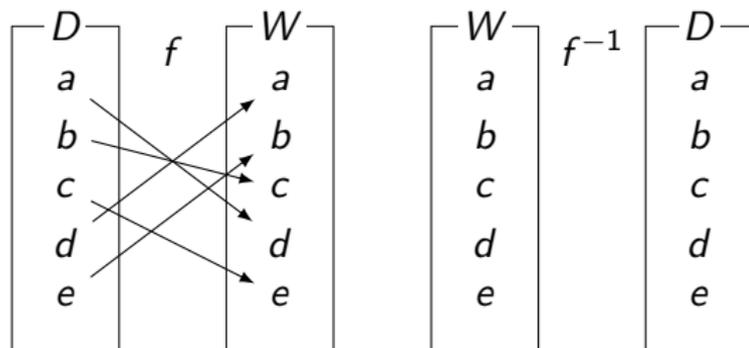
Aufgabe 1.19



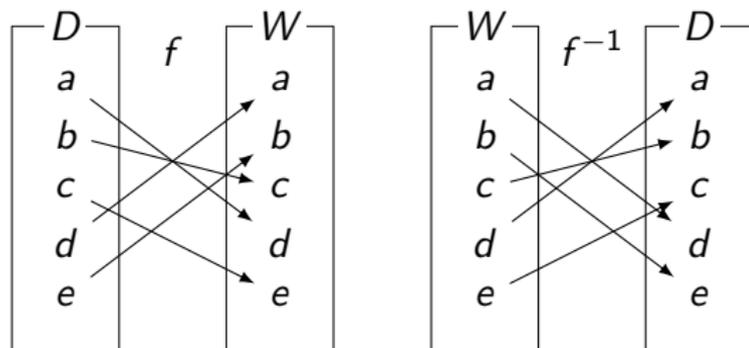
- (a) $(g \circ f)(b) = g(f(b)) = g(d) = c$
(b) $(f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(c) = b$
(c) $f^{10}(c) = f^9(b) = f^8(d) = f^7(c) = \dots = f^4(c) = f^1(c) = b$
(d) $g^{42}(c) = g^{41}(b) = g^{40}(c) = \dots = g^1(b) = c$

1.20–1.23: Bestimme zur Funktion $f: D \rightarrow W$ die Umkehrfunktion $f^{-1}: W \rightarrow D$. Falls f nicht umkehrbar ist, sind vorher aus dem Werte- und dem Definitionsbereich möglichst wenig Elemente zu streichen, bis eine Umkehrfunktion definiert werden kann.

Aufgabe 1.20

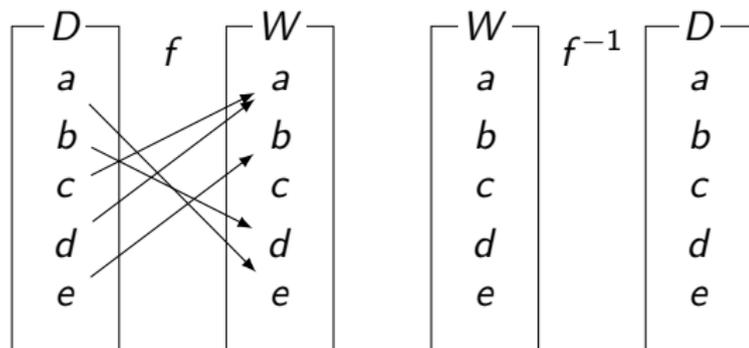


Aufgabe 1.20

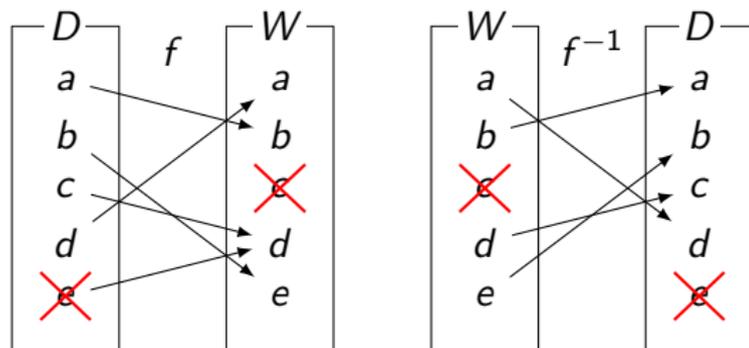


Die Funktion ist umkehrbar.

Aufgabe 1.21



Aufgabe 1.21



Die Funktion ist nur eingeschränkt umkehrbar.

Aufgabe 1.22

$$D = \{a, b, c, d\}, W = \{a, b, c, d\}$$

x	a	b	c	d	y				
$y = f(x)$	c	a	a	c	$x = f^{-1}(y)$				

Aufgabe 1.22

$$D = \{a, b, c, d\}, W = \{a, b, c, d\}$$

x	a	b	c	d	y	a	c		
$y = f(x)$	c	a	a	c	$x = f^{-1}(y)$	b	a		

f ist nur eingeschränkt umkehrbar.

Aufgabe 1.23

$$D = \{a, b, c, d\}, W = \{a, b, c, d\}$$

x	a	b	c	d	y				
$y = f(x)$	c	d	b	a	$x = f^{-1}(y)$				

Aufgabe 1.23

$$D = \{a, b, c, d\}, W = \{a, b, c, d\}$$

x	a	b	c	d	y	a	b	c	d
$y = f(x)$	c	d	b	a	$x = f^{-1}(y)$	d	c	a	b

f ist umkehrbar

Aufgabe 2.1

Gegeben ist die Funktion $c: p = c(t)$. Gib einen richtigen Fachbegriff für den Term an.

- (a) c
- (b) p
- (c) $p = c(t)$
- (d) t
- (e) $c(t)$

Aufgabe 2.1

$$c: p = c(t)$$

- (a) c : Funktionsname
- (b) p : abhängige Variable, Wert
- (c) $p = c(t)$: Funktionsgleichung
- (d) t : unabhängige Variable, Argument, Stelle
- (e) $c(t)$: Funktionsterm

Aufgabe 2.2

Werte die Funktion mit der Gleichung $f(x) = -3x + 4$ an folgenden Stellen aus.

(a) $x = 1$

(b) $x = 0$

(c) $x = \frac{4}{3}$

(d) $x = -\frac{1}{2}$

Aufgabe 2.2

$$f(x) = -3x + 4$$

$$(a) f(1) = (-3) \cdot 1 + 4 = 1$$

Aufgabe 2.2

$$f(x) = -3x + 4$$

$$(a) f(1) = (-3) \cdot 1 + 4 = 1$$

$$(b) f(0) = (-3) \cdot 0 + 4 = 4$$

Aufgabe 2.2

$$f(x) = -3x + 4$$

$$(a) f(1) = (-3) \cdot 1 + 4 = 1$$

$$(b) f(0) = (-3) \cdot 0 + 4 = 4$$

$$(c) f\left(\frac{4}{3}\right) = (-3) \cdot \frac{4}{3} + 4 = 0$$

Aufgabe 2.2

$$f(x) = -3x + 4$$

$$(a) f(1) = (-3) \cdot 1 + 4 = 1$$

$$(b) f(0) = (-3) \cdot 0 + 4 = 4$$

$$(c) f\left(\frac{4}{3}\right) = (-3) \cdot \frac{4}{3} + 4 = 0$$

$$(d) f\left(-\frac{1}{2}\right) = -3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = \frac{3}{2} + \frac{8}{2} = \frac{11}{2}$$

Aufgabe 2.3

Werte die Funktion mit der Gleichung $f(x) = x^2 - x - 6$ an folgenden Stellen aus.

(a) $x = 5$

(b) $x = 0$

(c) $x = -2$

(d) $x = 2$

Aufgabe 2.3

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

$$(a) f(5) = 25 - 5 - 6 = 14$$

Aufgabe 2.3

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

$$(a) f(5) = 25 - 5 - 6 = 14$$

$$(b) f(0) = 0 - 0 - 6 = -6$$

Aufgabe 2.3

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

$$(a) f(5) = 25 - 5 - 6 = 14$$

$$(b) f(0) = 0 - 0 - 6 = -6$$

$$(c) f(-2) = 4 + 2 - 6 = 0$$

Aufgabe 2.3

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

$$(a) f(5) = 25 - 5 - 6 = 14$$

$$(b) f(0) = 0 - 0 - 6 = -6$$

$$(c) f(-2) = 4 + 2 - 6 = 0$$

$$(d) f(2) = 4 - 2 - 6 = -4$$

Aufgabe 2.4

Werte die Funktion mit der Gleichung $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ an folgenden Stellen aus.

(a) $x = 2$

(b) $x = 0$

(c) $x = -3$

(d) $x = -1$

Aufgabe 2.4

$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

$$(a) f(2) = \frac{2+3}{2+1} = \frac{5}{3}$$

Aufgabe 2.4

$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

$$(a) f(2) = \frac{2+3}{2+1} = \frac{5}{3}$$

$$(b) f(0) = \frac{0+3}{0+1} = 3$$

Aufgabe 2.4

$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

$$(a) f(2) = \frac{2+3}{2+1} = \frac{5}{3}$$

$$(b) f(0) = \frac{0+3}{0+1} = 3$$

$$(c) f(-3) = \frac{-3+3}{-3+1} = \frac{0}{-2} = 0$$

Aufgabe 2.4

$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

$$(a) f(2) = \frac{2+3}{2+1} = \frac{5}{3}$$

$$(b) f(0) = \frac{0+3}{0+1} = 3$$

$$(c) f(-3) = \frac{-3+3}{-3+1} = \frac{0}{-2} = 0$$

$$(d) f(-1) = \frac{-1+3}{-1+1} = \frac{2}{0} \text{ nicht definiert}$$

Aufgabe 2.5

Werte die Funktion mit der Gleichung $f(x) = (x - 2)(x + 5)$ an folgenden Stellen aus.

(a) $x = 0$

(b) $x = 3$

(c) $x = 2$

(d) $x = \frac{5}{2}$

Aufgabe 2.5

$$f(x) = (x - 2)(x + 5)$$

$$(a) f(0) = (0 - 2)(0 + 5) = -10$$

Aufgabe 2.5

$$f(x) = (x - 2)(x + 5)$$

$$(a) f(0) = (0 - 2)(0 + 5) = -10$$

$$(b) f(3) = (3 - 2)(3 + 5) = 8$$

Aufgabe 2.5

$$f(x) = (x - 2)(x + 5)$$

$$(a) f(0) = (0 - 2)(0 + 5) = -10$$

$$(b) f(3) = (3 - 2)(3 + 5) = 8$$

$$(c) f(2) = (2 - 2)(2 + 5) = 0$$

Aufgabe 2.5

$$f(x) = (x - 2)(x + 5)$$

$$(a) f(0) = (0 - 2)(0 + 5) = -10$$

$$(b) f(3) = (3 - 2)(3 + 5) = 8$$

$$(c) f(2) = (2 - 2)(2 + 5) = 0$$

$$(d) f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{2}\right) \left(\frac{5}{2} + \frac{10}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2} = \frac{15}{4}$$

Aufgabe 2.6

Werte die Funktion mit der Gleichung $f(x) = \sqrt{7 - \sqrt{x}}$ an folgenden Stellen aus.

- (a) $x = 0$
- (b) $x = 9$
- (c) $x = 36$
- (d) $x = 100$

Aufgabe 2.6

$$f(x) = \sqrt{7 - \sqrt{x}}$$

$$(a) f(0) = \sqrt{7 - \sqrt{0}} = \sqrt{7}$$

Aufgabe 2.6

$$f(x) = \sqrt{7 - \sqrt{x}}$$

$$(a) f(0) = \sqrt{7 - \sqrt{0}} = \sqrt{7}$$

$$(b) f(9) = \sqrt{7 - \sqrt{9}} = \sqrt{7 - 3} = \sqrt{4} = 2$$

Aufgabe 2.6

$$f(x) = \sqrt{7 - \sqrt{x}}$$

$$(a) f(0) = \sqrt{7 - \sqrt{0}} = \sqrt{7}$$

$$(b) f(9) = \sqrt{7 - \sqrt{9}} = \sqrt{7 - 3} = \sqrt{4} = 2$$

$$(c) f(36) = \sqrt{7 - \sqrt{36}} = \sqrt{7 - 6} = \sqrt{1} = 1$$

Aufgabe 2.6

$$f(x) = \sqrt{7 - \sqrt{x}}$$

$$(a) f(0) = \sqrt{7 - \sqrt{0}} = \sqrt{7}$$

$$(b) f(9) = \sqrt{7 - \sqrt{9}} = \sqrt{7 - 3} = \sqrt{4} = 2$$

$$(c) f(36) = \sqrt{7 - \sqrt{36}} = \sqrt{7 - 6} = \sqrt{1} = 1$$

$$(d) f(100) = \sqrt{7 - \sqrt{100}} = \sqrt{7 - 10} = \sqrt{-3} \quad \text{nicht definiert}$$

Aufgabe 2.7

Werte die Funktion mit der Gleichung $f(x) = \frac{5x}{1+x^2}$ an folgenden Stellen aus.

(a) $x = 1$

(b) $x = 0$

(c) $x = 7$

(d) $x = \frac{1}{2}$

Aufgabe 2.7

$$f(x) = \frac{5x}{1+x^2}$$

$$(a) f(1) = \frac{5 \cdot 1}{1+1^2} = \frac{5}{2}$$

Aufgabe 2.7

$$f(x) = \frac{5x}{1+x^2}$$

$$(a) f(1) = \frac{5 \cdot 1}{1+1^2} = \frac{5}{2}$$

$$(b) f(0) = \frac{2 \cdot 0}{1+0^2} = \frac{0}{1} = 0$$

Aufgabe 2.7

$$f(x) = \frac{5x}{1+x^2}$$

$$(a) f(1) = \frac{5 \cdot 1}{1+1^2} = \frac{5}{2}$$

$$(b) f(0) = \frac{2 \cdot 0}{1+0^2} = \frac{0}{1} = 0$$

$$(c) f(7) = \frac{5 \cdot 7}{1+7^2} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

Aufgabe 2.7

$$f(x) = \frac{5x}{1+x^2}$$

$$(a) f(1) = \frac{5 \cdot 1}{1+1^2} = \frac{5}{2}$$

$$(b) f(0) = \frac{2 \cdot 0}{1+0^2} = \frac{0}{1} = 0$$

$$(c) f(7) = \frac{5 \cdot 7}{1+7^2} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$(d) f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5 \cdot \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{5}{2} : \frac{5}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = 2$$

Aufgabe 2.8

Werte die Funktion mit der Gleichung $f(x, y) = 2x - 3y + 1$ an folgenden Stellen aus.

(a) $(x, y) = (0, 0)$

(b) $(x, y) = (4, 3)$

(c) $(x, y) = (2, -1)$

Aufgabe 2.8

$$f(x, y) = 2x - 3y + 1$$

$$(a) f(0, 0) = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$$

Aufgabe 2.8

$$f(x, y) = 2x - 3y + 1$$

$$(a) f(0, 0) = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$(b) f(4, 3) = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 3 + 1 = 0$$

Aufgabe 2.8

$$f(x, y) = 2x - 3y + 1$$

$$(a) f(0, 0) = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$(b) f(4, 3) = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 3 + 1 = 0$$

$$(c) f(2, -1) = 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) + 1 = 8$$

Aufgabe 2.9

Werte die Funktion mit der Gleichung $f(r, s, t) = \frac{r - s}{s + t}$ an folgenden Stellen aus.

(a) $(r, s, t) = (2, 1, 1)$

(b) $(r, s, t) = (5, -3, -5)$

(c) $(r, s, t) = (2, -1, 3)$

Aufgabe 2.9

$$f(r, s, t) = \frac{r - s}{s + t}$$

$$(a) f(2, 1, 1) = \frac{2 - 1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 2.9

$$f(r, s, t) = \frac{r - s}{s + t}$$

$$(a) f(2, 1, 1) = \frac{2 - 1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$(b) f(5, -3, -5) = \frac{5 + 3}{-3 - 5} = \frac{8}{-8} = -1$$

Aufgabe 2.9

$$f(r, s, t) = \frac{r - s}{s + t}$$

$$(a) f(2, 1, 1) = \frac{2 - 1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$(b) f(5, -3, -5) = \frac{5 + 3}{-3 - 5} = \frac{8}{-8} = -1$$

$$(c) f(2, -1, 3) = \frac{2 + 1}{-1 + 3} = \frac{3}{2}$$

Aufgabe 2.10

Gegeben: $f: y = x + 3$ und $g: y = \sqrt{x}$

Werte die Funktion $(g \circ f)$ an den folgenden Stellen aus.

(a) $x = 1$

(b) $x = -2$

(c) $x = a^2 - 3$

Aufgabe 2.10

Gegeben: $f: y = x + 3$ und $g: y = \sqrt{x}$

(a) $g(f(1)) = g(1 + 3) = g(4) = \sqrt{4} = 2$

Aufgabe 2.10

Gegeben: $f: y = x + 3$ und $g: y = \sqrt{x}$

$$(a) \quad g(f(1)) = g(1 + 3) = g(4) = \sqrt{4} = 2$$

$$(b) \quad g(f(-2)) = g(-2 + 3) = g(1) = \sqrt{1} = 1$$

Aufgabe 2.10

Gegeben: $f: y = x + 3$ und $g: y = \sqrt{x}$

$$(a) \quad g(f(1)) = g(1 + 3) = g(4) = \sqrt{4} = 2$$

$$(b) \quad g(f(-2)) = g(-2 + 3) = g(1) = \sqrt{1} = 1$$

$$(c) \quad g(f(a^2 - 3)) = g(a^2 - 3 + 3) = g(a^2) = \sqrt{a^2} = |a|$$

Aufgabe 2.11

Gegeben: $f: y = x + 2$ und $g: y = \frac{x + 1}{x - 1}$

Werte die folgenden Funktionen an der Stelle $x = 3$ aus.

(a) $(g \circ f)$

(b) $(f \circ g)$

(c) f^2

(d) g^2

Aufgabe 2.11

Gegeben: $f: y = x + 2$ und $g: y = \frac{x + 1}{x - 1}$

$$(a) \quad g(f(3)) = g(3 + 2) = g(5) = \frac{5 + 1}{5 - 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Aufgabe 2.11

Gegeben: $f: y = x + 2$ und $g: y = \frac{x + 1}{x - 1}$

$$(a) \quad g(f(3)) = g(3 + 2) = g(5) = \frac{5 + 1}{5 - 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$(b) \quad f(g(3)) = g\left(\frac{3 + 1}{3 - 1}\right) = g(2) = 2 + 2 = 4$$

Aufgabe 2.11

Gegeben: $f: y = x + 2$ und $g: y = \frac{x + 1}{x - 1}$

$$(a) \quad g(f(3)) = g(3 + 2) = g(5) = \frac{5 + 1}{5 - 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$(b) \quad f(g(3)) = f\left(\frac{3 + 1}{3 - 1}\right) = f(2) = 2 + 2 = 4$$

$$(c) \quad f(f(3)) = f(3 + 2) = f(5) = 5 + 2 = 7$$

Aufgabe 2.11

Gegeben: $f: y = x + 2$ und $g: y = \frac{x+1}{x-1}$

$$(a) \quad g(f(3)) = g(3+2) = g(5) = \frac{5+1}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$(b) \quad f(g(3)) = f\left(\frac{3+1}{3-1}\right) = f(2) = 2+2 = 4$$

$$(c) \quad f(f(3)) = f(3+2) = f(5) = 5+2 = 7$$

$$(d) \quad g(g(3)) = g(2) = \frac{2+1}{2-1} = 3$$

Aufgabe 2.12

Gegeben: $f: y = 3 - x$ und $g: y = x^2 - 2.5x + 1$

Werte die folgenden Funktionen an der Stelle $x = 1$ aus.

- (a) f^2
- (b) f^{23}
- (c) g^3
- (d) g^{38}

Aufgabe 2.12

Gegeben: $f: y = 3 - x$ und $g: y = x^2 - 2.5x + 1$

(a) $f^2(1) = f(f(1)) = f(2) = 1$

Aufgabe 2.12

Gegeben: $f: y = 3 - x$ und $g: y = x^2 - 2.5x + 1$

(a) $f^2(1) = f(f(1)) = f(2) = 1$

(b) $f^{23}(1) = f^{21}(1) = \dots = f^1(1) = 2$

Aufgabe 2.12

Gegeben: $f: y = 3 - x$ und $g: y = x^2 - 2.5x + 1$

(a) $f^2(1) = f(f(1)) = f(2) = 1$

(b) $f^{23}(1) = f^{21}(1) = \dots = f^1(1) = 2$

(c) $g^3(1) = g^2(-0.5) = g(2.5) = 1$

Aufgabe 2.12

Gegeben: $f: y = 3 - x$ und $g: y = x^2 - 2.5x + 1$

(a) $f^2(1) = f(f(1)) = f(2) = 1$

(b) $f^{23}(1) = f^{21}(1) = \dots = f^1(1) = 2$

(c) $g^3(1) = g^2(-0.5) = g(2.5) = 1$

(d) $g^{38}(1) = g^{35}(1) = \dots = g^2(1) = g(-0.5) = 2.5$

Aufgabe 2.13

Berechne folgende Urbilder der Funktion $f: y = 2x + 3$.

(a) $f^{-1}(7)$

(b) $f^{-1}(0)$

(c) $f^{-1}(-1)$

Aufgabe 2.13

$$f: y = 2x + 3.$$

$$(a) \quad 7 = 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(7) = \{2\}$$

$$4 = 2x$$

$$x = 2$$

Aufgabe 2.13

$$f: y = 2x + 3.$$

$$(a) \quad 7 = 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(7) = \{2\}$$

$$4 = 2x$$

$$x = 2$$

$$(b) \quad 0 = 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(0) = \{-\frac{3}{2}\}$$

$$-3 = 2x$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

Aufgabe 2.13

$$f: y = 2x + 3.$$

$$(a) \quad 7 = 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(7) = \{2\}$$

$$4 = 2x$$

$$x = 2$$

$$(b) \quad 0 = 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(0) = \{-\frac{3}{2}\}$$

$$-3 = 2x$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$(c) \quad -1 = 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(-1) = \{-2\}$$

$$-4 = 2x$$

$$x = -2$$

Aufgabe 2.14

Berechne folgende Urbilder der Funktion $f: y = x^2 + 5$.

(a) $f^{-1}(14)$

(b) $f^{-1}(5)$

(c) $f^{-1}(4)$

Aufgabe 2.14

$$f: y = x^2 + 5.$$

$$(a) \quad 14 = x^2 + 5 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(14) = \{-3, 3\}$$

$$9 = x^2$$

$$x = \pm 3$$

Aufgabe 2.14

$$f: y = x^2 + 5.$$

$$(a) \quad 14 = x^2 + 5 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(14) = \{-3, 3\}$$

$$9 = x^2$$

$$x = \pm 3$$

$$(b) \quad 5 = x^2 + 5 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(5) = \{0\}$$

$$0 = x^2$$

$$x = 0$$

Aufgabe 2.14

$$f: y = x^2 + 5.$$

$$(a) \quad 14 = x^2 + 5 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(14) = \{-3, 3\}$$

$$9 = x^2$$

$$x = \pm 3$$

$$(b) \quad 5 = x^2 + 5 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(5) = \{0\}$$

$$0 = x^2$$

$$x = 0$$

$$(c) \quad 4 = x^2 + 5 \quad \Rightarrow \quad \text{keine Urbilder}$$

$$-4 = x^2$$

Aufgabe 2.15

Bestimme die Umkehrfunktion von $f: y = \frac{1}{2}x + 3$.

Aufgabe 2.15

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

$$2y = x + 6$$

$$x = 2y - 6$$

Aufgabe 2.15

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

$$2y = x + 6$$

$$x = 2y - 6$$

... und Variablen vertauschen:

Aufgabe 2.15

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

$$2y = x + 6$$

$$x = 2y - 6$$

... und Variablen vertauschen:

$$f^{-1}: y = 2x - 6$$

Aufgabe 2.16

Bestimme die Umkehrfunktion von $f: y = \frac{x+2}{x-3}$.

Aufgabe 2.16

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \frac{x + 2}{x - 3}$$

$$y(x - 3) = x + 2$$

$$xy - 3y = x + 2$$

$$xy - x = 3y + 2$$

$$x(y - 1) = 3y + 2$$

$$x = \frac{3y + 2}{y - 1}$$

Aufgabe 2.16

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \frac{x + 2}{x - 3}$$

$$y(x - 3) = x + 2$$

$$xy - 3y = x + 2$$

$$xy - x = 3y + 2$$

$$x(y - 1) = 3y + 2$$

$$x = \frac{3y + 2}{y - 1}$$

... und Variablen vertauschen:

Aufgabe 2.16

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \frac{x + 2}{x - 3}$$

$$y(x - 3) = x + 2$$

$$xy - 3y = x + 2$$

$$xy - x = 3y + 2$$

$$x(y - 1) = 3y + 2$$

$$x = \frac{3y + 2}{y - 1}$$

... und Variablen vertauschen:

$$f^{-1}: y = \frac{3x - 2}{x - 1}$$

Aufgabe 2.17

Bestimme die Umkehrfunktion von $f: y = \sqrt{x + 3}$

Aufgabe 2.17

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \sqrt{x + 3}$$

$$y^2 = x + 3$$

$$y^2 - 3 = x$$

$$x = y^2 - 3$$

Aufgabe 2.17

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \sqrt{x + 3}$$

$$y^2 = x + 3$$

$$y^2 - 3 = x$$

$$x = y^2 - 3$$

... und Variablen vertauschen:

Aufgabe 2.17

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \sqrt{x + 3}$$

$$y^2 = x + 3$$

$$y^2 - 3 = x$$

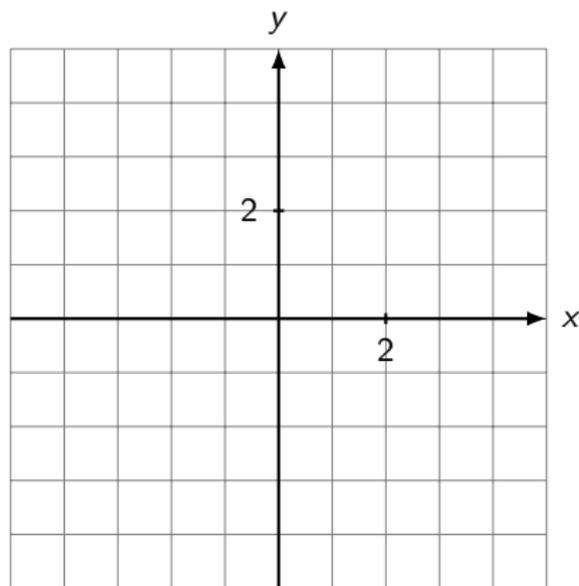
$$x = y^2 - 3$$

... und Variablen vertauschen:

$$f^{-1}: y = x^2 - 3$$

Aufgabe 3.1

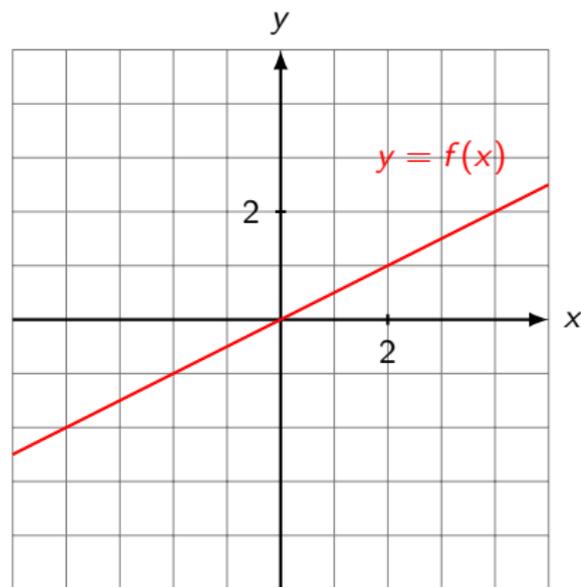
Skizziere den Graphen der Funktion $f: y = \frac{1}{2}x$ ins vorbereitete Koordinatensystem.



Aufgabe 3.1

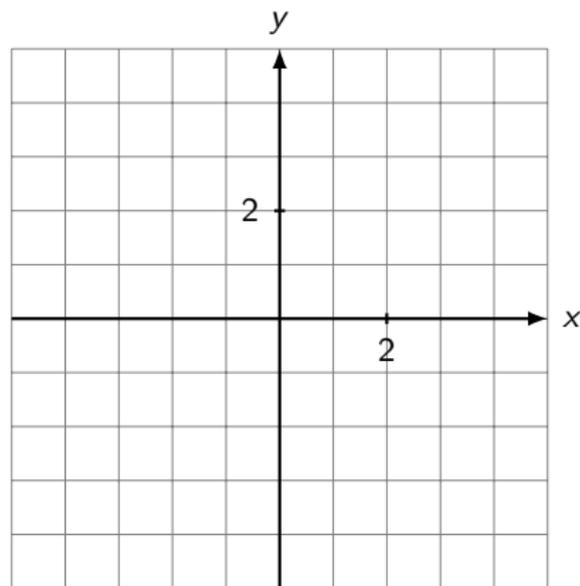
$$f(x) = \frac{1}{2}x$$

x	-4	-2	0	2	4
y	-2	-1	0	1	2



Aufgabe 3.2

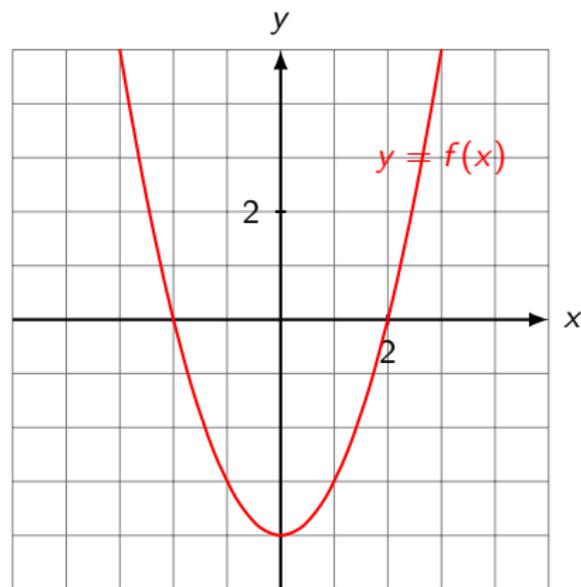
Skizziere den Graphen der Funktion $f: y = x^2 - 4$ ins vorbereitete Koordinatensystem.



Aufgabe 3.2

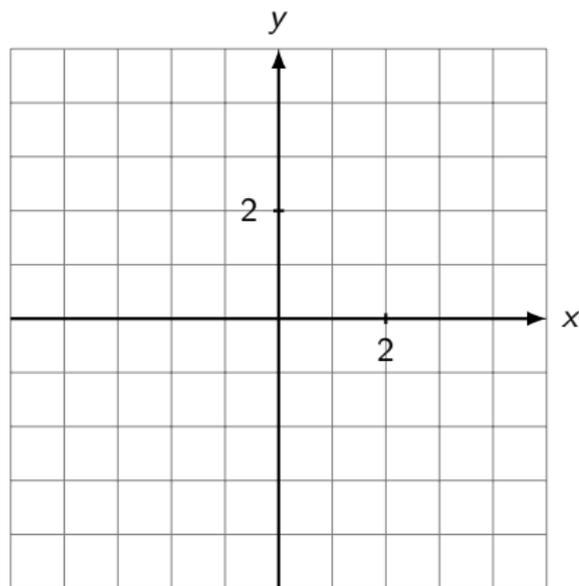
$$f(x) = x^2 - 4$$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	21	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12	21



Aufgabe 3.3

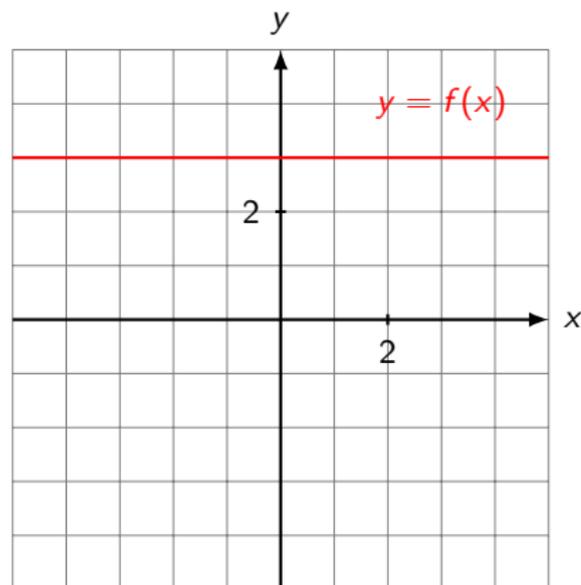
Skizziere den Graphen der Funktion $f: y = 3$ in das vorbereitete Koordinatensystem.



Aufgabe 3.3

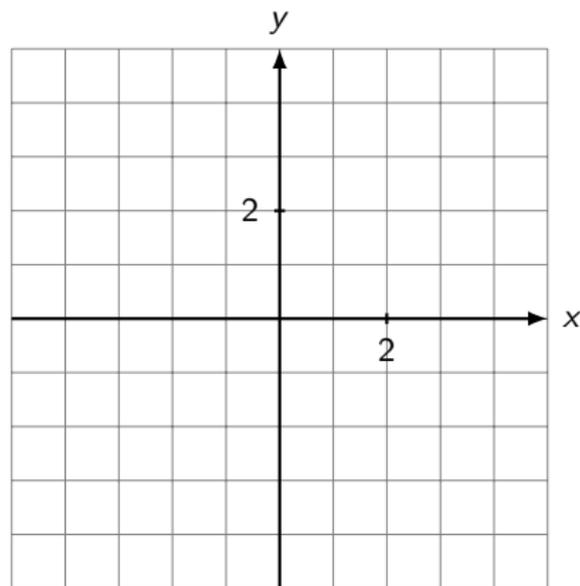
$$f(x) = 3$$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3



Aufgabe 3.4

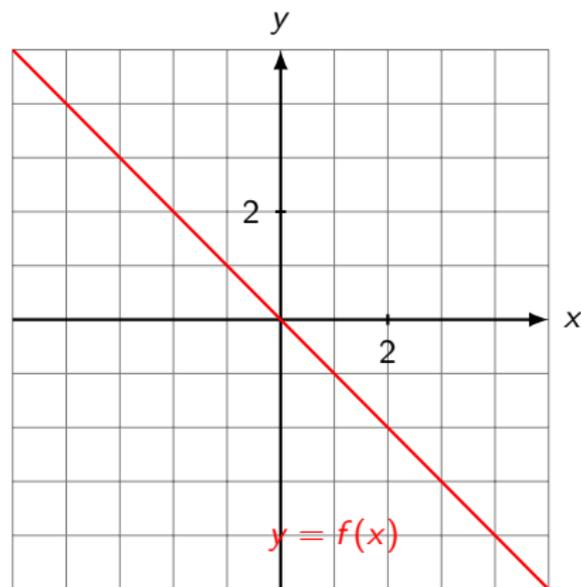
Skizziere den Graphen der Funktion $f: y = -x$ in das vorbereitete Koordinatensystem.



Aufgabe 3.4

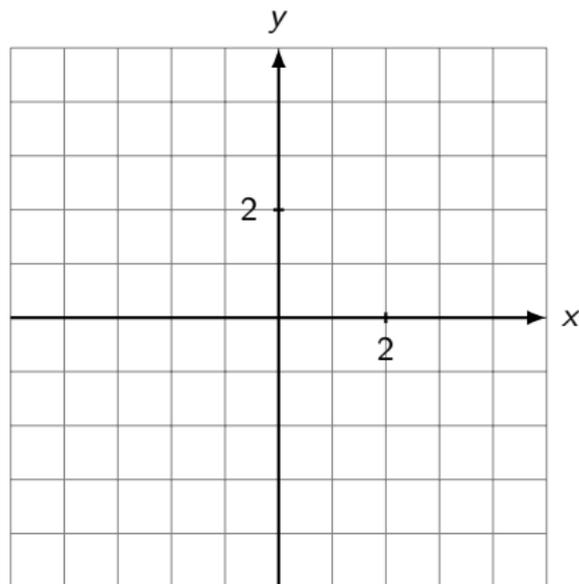
$$f(x) = -x$$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5



Aufgabe 3.5

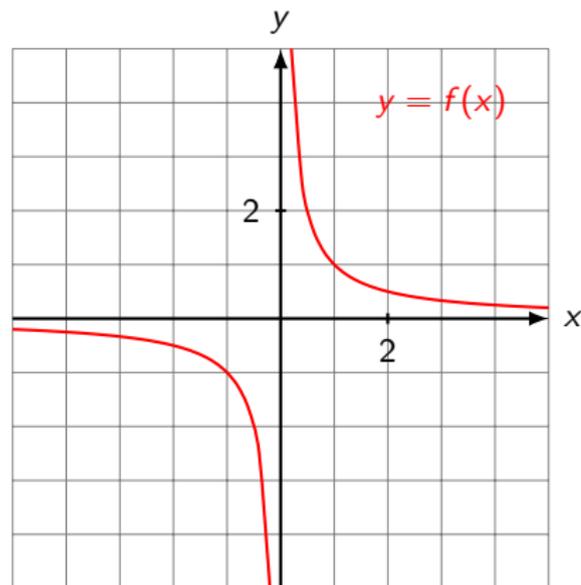
Skizziere den Graphen der Funktion $f: y = \frac{1}{x}$ ins vorbereitete Koordinatensystem.



Aufgabe 3.5

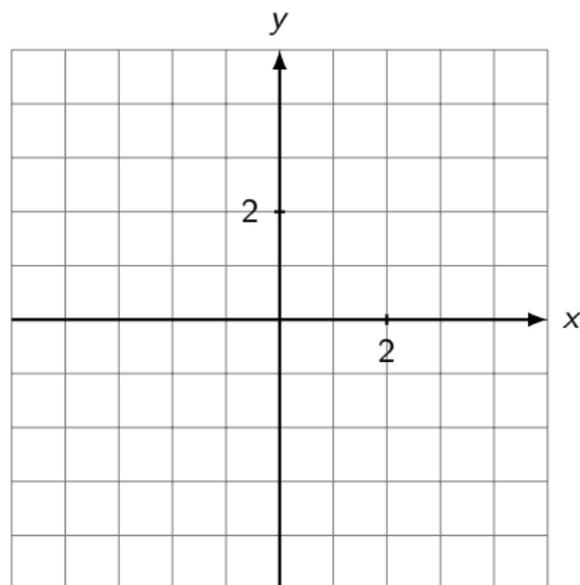
$$f(x) = 1/x$$

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	-	-4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$



Aufgabe 3.6

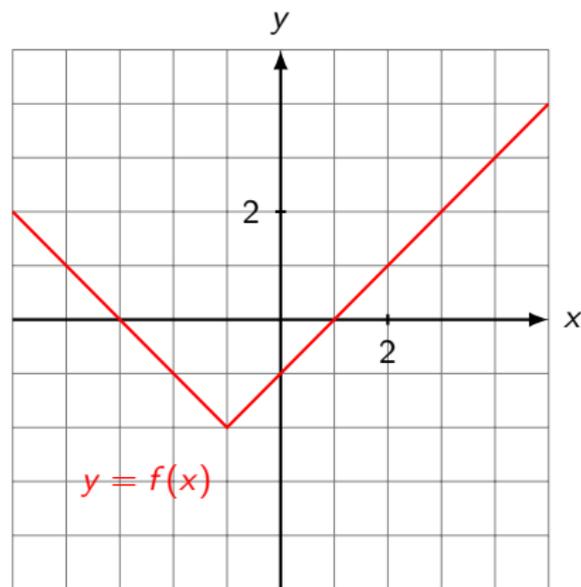
Skizziere den Graphen der Funktion $f: y = |x + 1| - 2$ ins leere Koordinatensystem.



Aufgabe 3.6

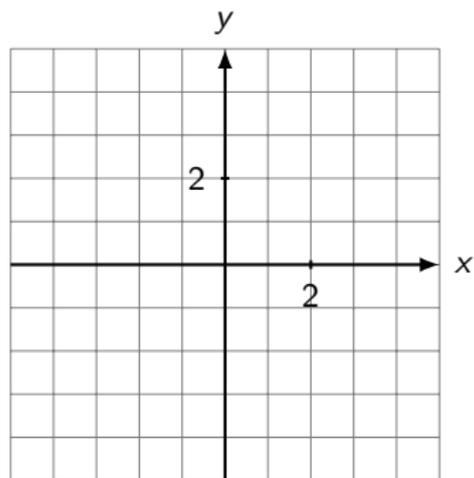
$$f(x) = |x + 1| - 2$$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	2	1	0	-1	-2	-1	0	1	2	3	4



Aufgabe 3.7

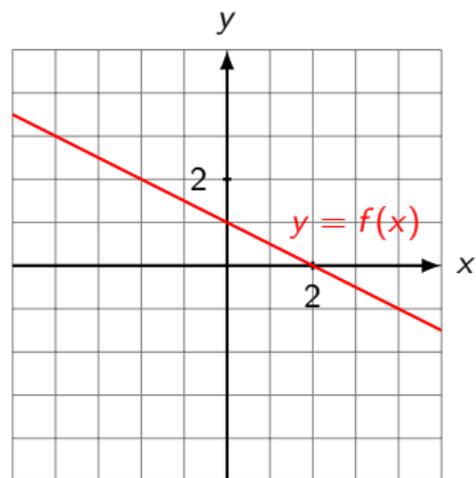
Skizziere den Graphen der Funktion $f: y = 1 - \frac{1}{2}x$ ins vorbereitete Koordinatensystem.



Aufgabe 3.7

$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x$$

x	-4	-2	0	2	4
y	3	2	1	0	-1



Aufgabe 3.8

Berechne Ordinatenabschnitt und Nullstellen der Funktion

$$f: y = 2x - 3.$$

Aufgabe 3.8

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$

Aufgabe 3.8

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$

Nullstelle(n): $0 = 2x - 3$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Aufgabe 3.9

Berechne Ordinatenabschnitt und Nullstellen der Funktion

$$f: y = x^2 - 1.44.$$

Aufgabe 3.9

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 - 1.44 = -1.44$

Aufgabe 3.9

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 - 1.44 = -1.44$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$x^2 - 1.44 = 0$$

$$x^2 = 1.44$$

$$x_1 = 1.2$$

$$x_2 = -1.2$$

Aufgabe 3.10

Berechne Ordinatenabschnitt und Nullstellen der Funktion

$$f: y = \frac{x - 1}{x + 1}.$$

Aufgabe 3.10

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{0 - 1}{0 + 1} = -1$

Aufgabe 3.10

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{0 - 1}{0 + 1} = -1$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$\frac{x - 1}{x + 1} = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

Aufgabe 3.11

Berechne Ordinatenabschnitt und Nullstellen der Funktion

$$f: y = 4 - \sqrt{x + 3}.$$

Aufgabe 3.11

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 4 - \sqrt{0 + 3} = 4 - \sqrt{3}$

Aufgabe 3.11

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 4 - \sqrt{0 + 3} = 4 - \sqrt{3}$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$4 - \sqrt{x + 3} = 0$$

$$4 = \sqrt{x + 3}$$

$$16 = x + 3$$

$$x = 13$$

Aufgabe 3.11

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 4 - \sqrt{0 + 3} = 4 - \sqrt{3}$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$4 - \sqrt{x + 3} = 0$$

$$4 = \sqrt{x + 3}$$

$$16 = x + 3$$

$$x = 13$$

Probe: $4 - \sqrt{13 + 3} = 4 - \sqrt{16} = 4 - 4 = 0$ (ok)

Aufgabe 3.12

Berechne Ordinatenabschnitt und Nullstellen der Funktion

$$f: y = \frac{4 - x}{x} + 3.$$

Aufgabe 3.12

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{4 - 0}{0} + 3$ nicht definiert

Aufgabe 3.12

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{4-0}{0} + 3$ nicht definiert

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$\frac{4-x}{x} + 3 = 0 \quad || \cdot x$$

$$4 - x + 3x = 0$$

$$4 + 2x = 0$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

Aufgabe 3.13

Berechne Ordinatenabschnitt und Nullstellen der Funktion

$$f: y = \frac{3-x}{1+x} - 2.$$

Aufgabe 3.13

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{3 - 0}{1 + 0} - 2 = 3 - 2 = 1$

Aufgabe 3.13

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{3-0}{1+0} - 2 = 3 - 2 = 1$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$\frac{3-x}{1+x} - 2 = 0$$

$$\frac{3-x}{1+x} = 2$$

$$3-x = 2(1+x)$$

$$3-x = 2+2x$$

$$1 = 3x$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 3.14

Berechne Ordinatenabschnitt und Nullstellen der Funktion

$$f: y = x^2 + 4.$$

Aufgabe 3.14

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 + 4 = 4$

Aufgabe 3.14

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 + 4 = 4$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = -4$$

Aufgabe 3.14

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 + 4 = 4$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = -4$$

keine Lösung – keine Nullstelle

Aufgabe 3.15

Berechne Ordinatenabschnitt und Nullstellen der Funktion

$$f: y = (x - 1)(x + 2)(x - 4).$$

Aufgabe 3.15

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = (0 - 1)(0 + 2)(0 - 4) = 8$

Aufgabe 3.15

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = (0 - 1)(0 + 2)(0 - 4) = 8$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$(x - 1)(x + 2)(x - 4) = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -2$$

$$x_3 = 4$$

Aufgabe 3.16

Berechne Ordinatenabschnitt und Nullstellen der Funktion

$$f: y = x^2 - 3x.$$

Aufgabe 3.16

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 = 0$

Aufgabe 3.16

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 = 0$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3$$

Aufgabe 3.17

Liegt der Punkt $P(3, 7)$ auf dem Graphen der Funktion
 $f: y = x^2 - 2x + 4$?

Aufgabe 3.17

$P(3,7) \in G_f \Leftrightarrow x = 3$ und $y = 7$ erfüllen $y = f(x)$

Aufgabe 3.17

$$P(3,7) \in G_f \Leftrightarrow x = 3 \text{ und } y = 7 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$7 = 3^2 - 2 \cdot 3 + 4$$

$$7 = 7$$

$$P \in G_f$$

Aufgabe 3.18

Liegt der Punkt $P(\frac{1}{4}, 2)$ auf dem Graphen der Funktion
 $f: y = \sqrt{6+x} - \sqrt{2+x}$?

Aufgabe 3.18

$$P\left(\frac{1}{4}, 2\right) \in G_f \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ und } y = 2 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

Aufgabe 3.18

$$P\left(\frac{1}{4}, 2\right) \in G_f \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ und } y = 2 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$2 = \sqrt{6 + 0.25} - \sqrt{2 + 0.25}$$

$$2 = \sqrt{6.25} - \sqrt{2.25}$$

$$2 = 2.5 - 1.5$$

$$2 = 1$$

$$P \notin G_f$$

Aufgabe 3.19

Liegt der Punkt $P(-2, 4)$ auf dem Graphen der Funktion

$$f: y = \frac{5x - 2}{2x + 1}?$$

Aufgabe 3.19

$P(-2, 4) \in G_f \Leftrightarrow x = -2$ und $y = 4$ erfüllen $y = f(x)$

Aufgabe 3.19

$$P(-2, 4) \in G_f \Leftrightarrow x = -2 \text{ und } y = 4 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$4 = \frac{5 \cdot (-2) - 2}{2 \cdot (-2) + 1}$$

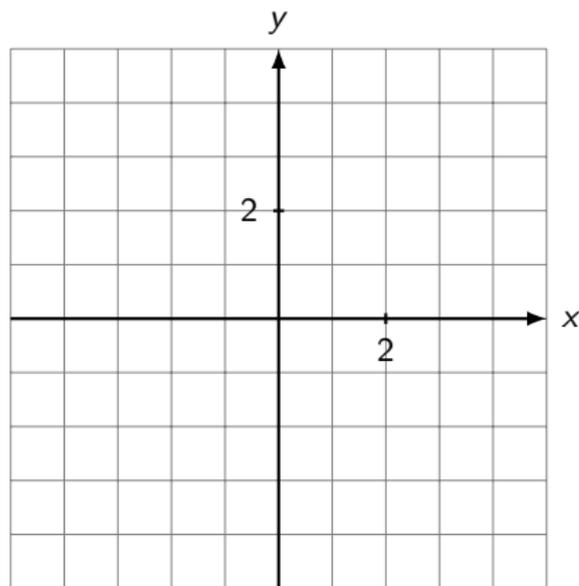
$$4 = \frac{-12}{-3}$$

$$4 = 4$$

$$P \in G_f$$

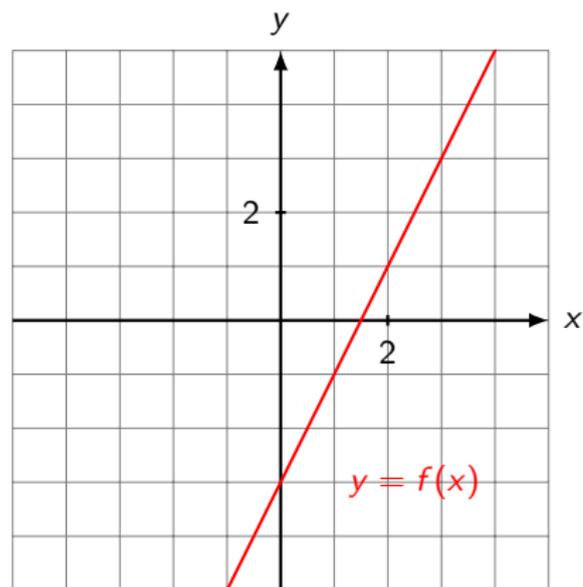
Aufgabe 4.1

Skizziere die affine Funktion $f(x) = 2x - 3$ in das vorbereitete Koordinatensystem.



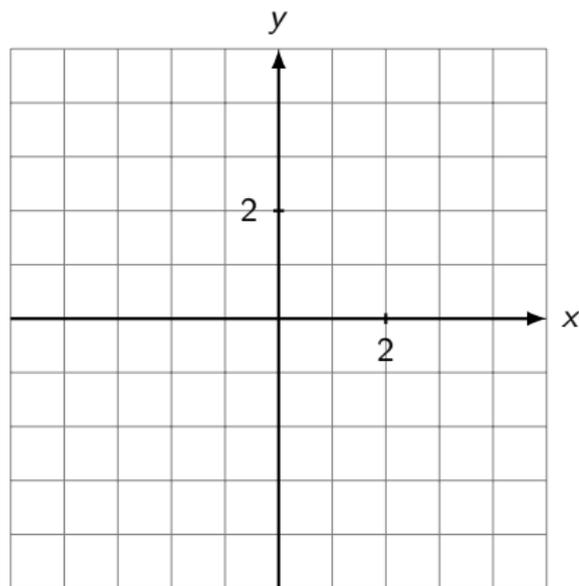
Aufgabe 4.1

$$f(x) = 2x - 3$$



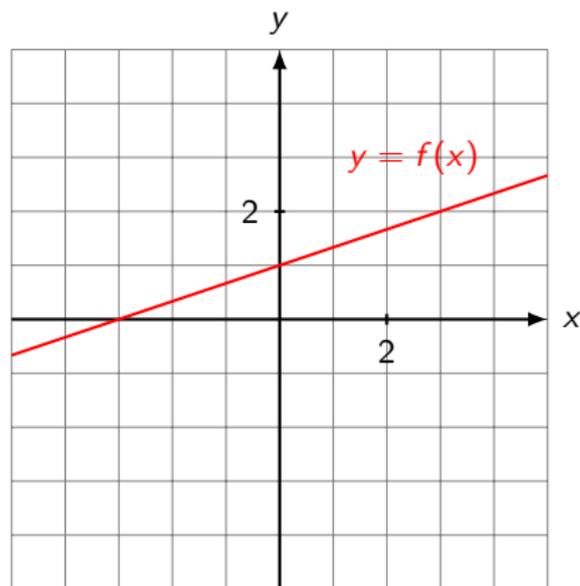
Aufgabe 4.2

Skizziere die affine Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$ in das vorbereitete Koordinatensystem.



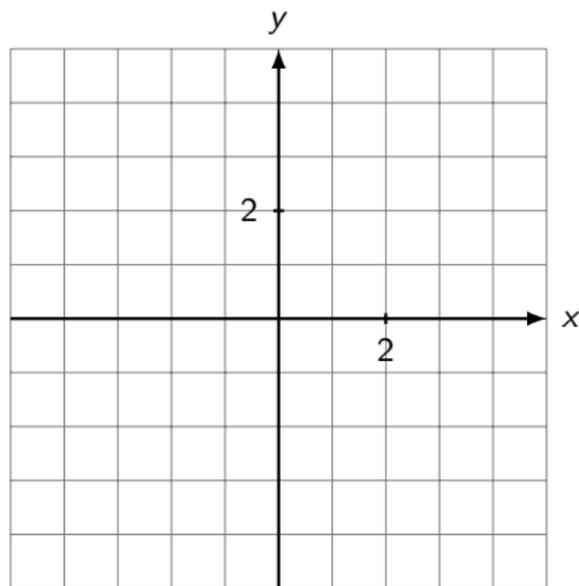
Aufgabe 4.2

$$f(x) = \frac{1}{3}x + 1$$



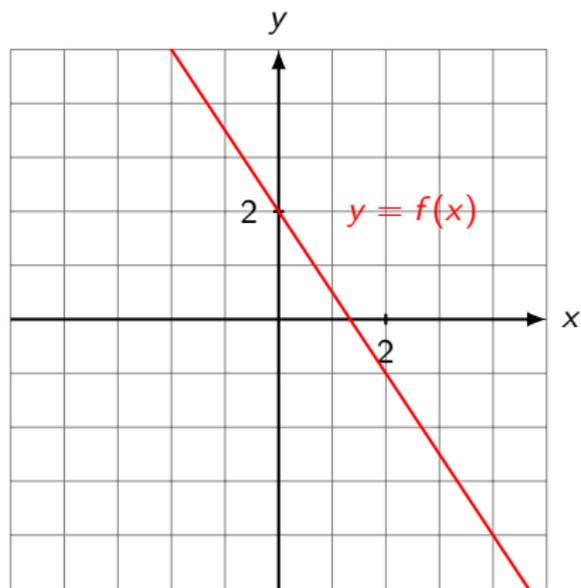
Aufgabe 4.3

Skizziere die affine Funktion $f(x) = -\frac{3}{2}x + 2$ in das vorbereitete Koordinatensystem.



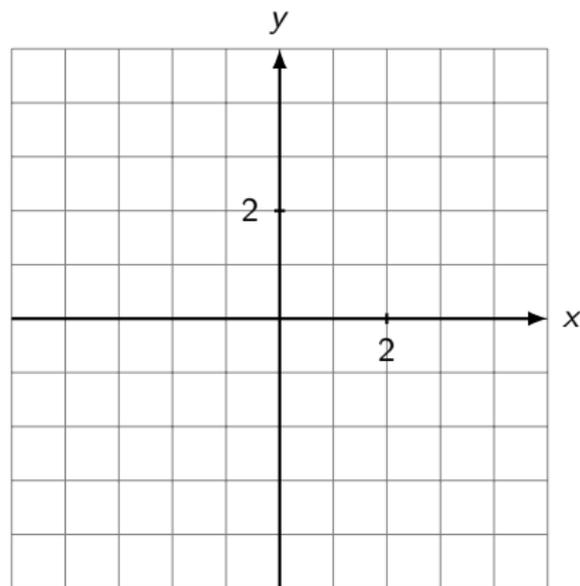
Aufgabe 4.3

$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 2$$



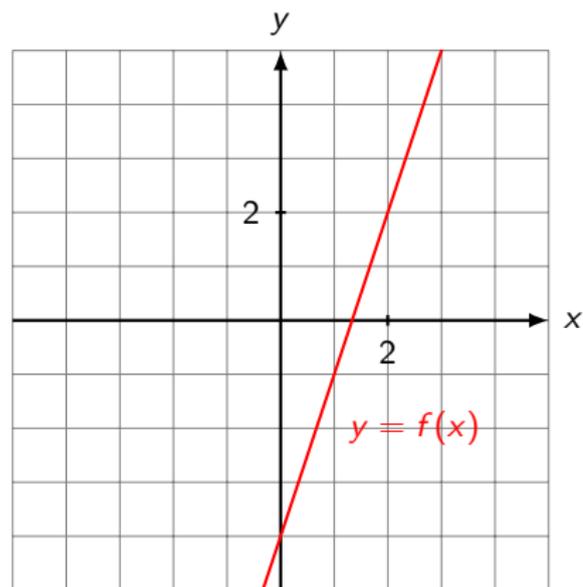
Aufgabe 4.4

Skizziere die affine Funktion $f(x) = 3x - 4$ in das vorbereitete Koordinatensystem.



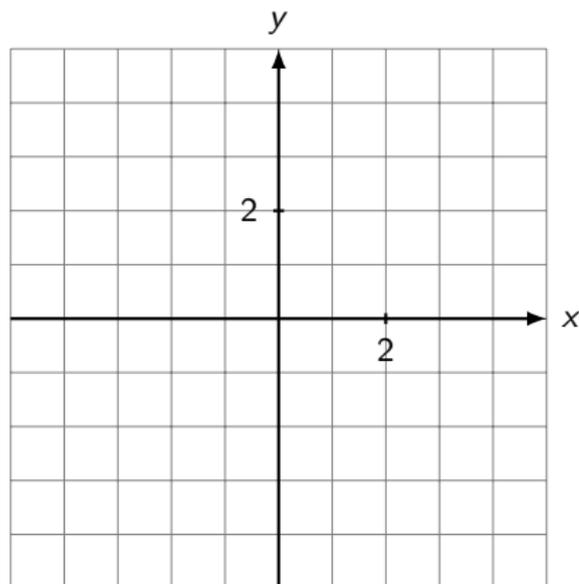
Aufgabe 4.4

$$f(x) = 3x - 4$$



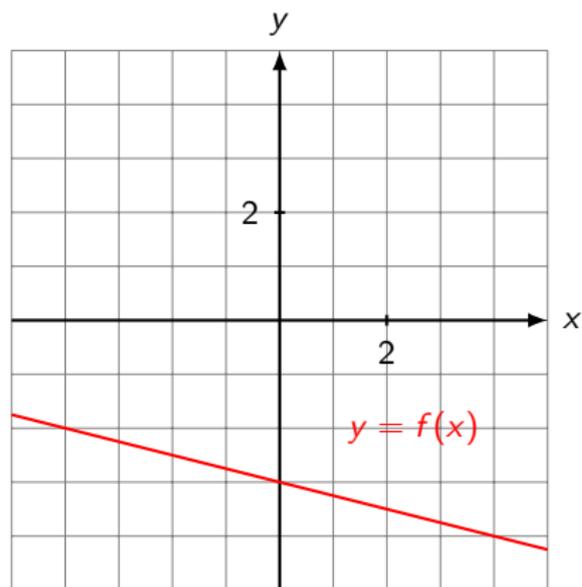
Aufgabe 4.5

Skizziere die affine Funktion $f(x) = -\frac{1}{4}x - 3$ in das vorbereitete Koordinatensystem.



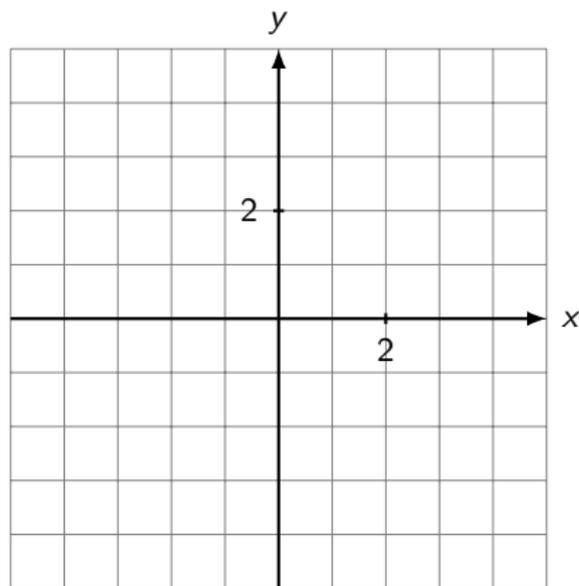
Aufgabe 4.5

$$f(x) = -\frac{1}{4}x - 3$$



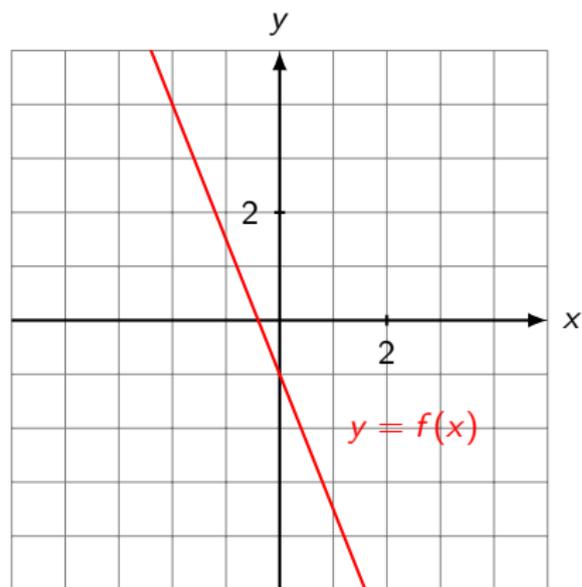
Aufgabe 4.6

Skizziere die affine Funktion $f(x) = -\frac{5}{2}x - 1$ in das vorbereitete Koordinatensystem.



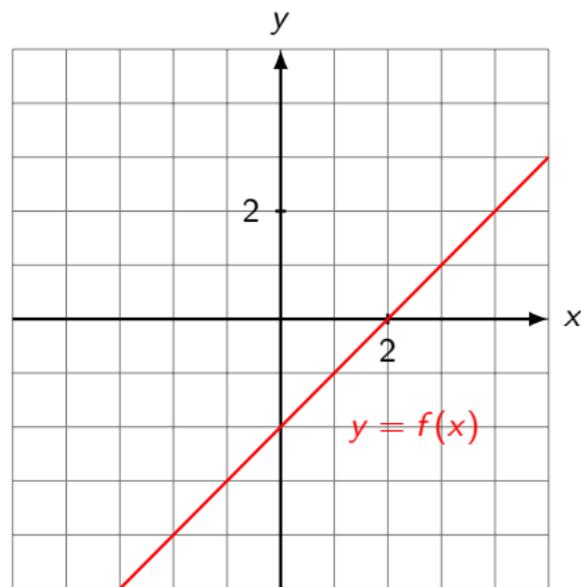
Aufgabe 4.6

$$f(x) = -\frac{5}{2}x - 1$$



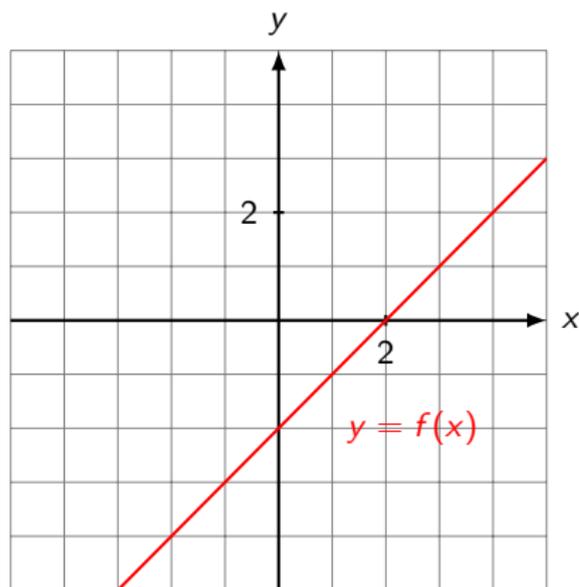
Aufgabe 4.7

Bestimme die Gleichung der affinen Funktion aus dem Graphen.



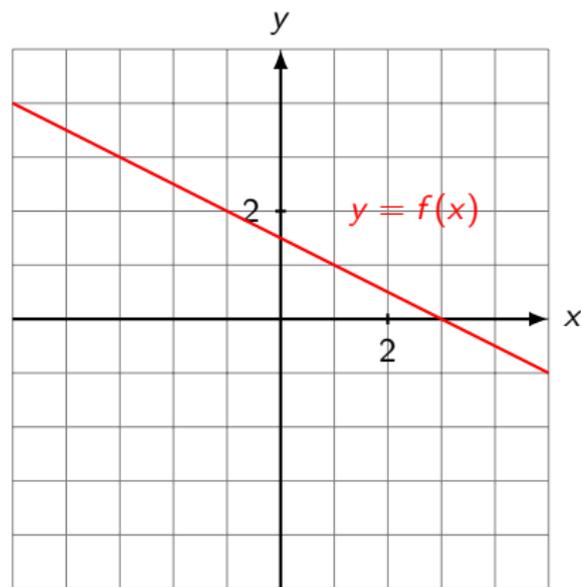
Aufgabe 4.7

$$f(x) = x - 2$$



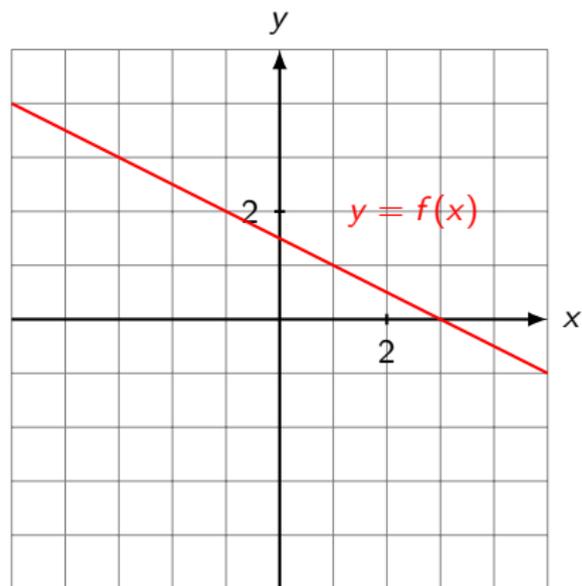
Aufgabe 4.8

Bestimme die Gleichung der affinen Funktion aus dem Graphen.



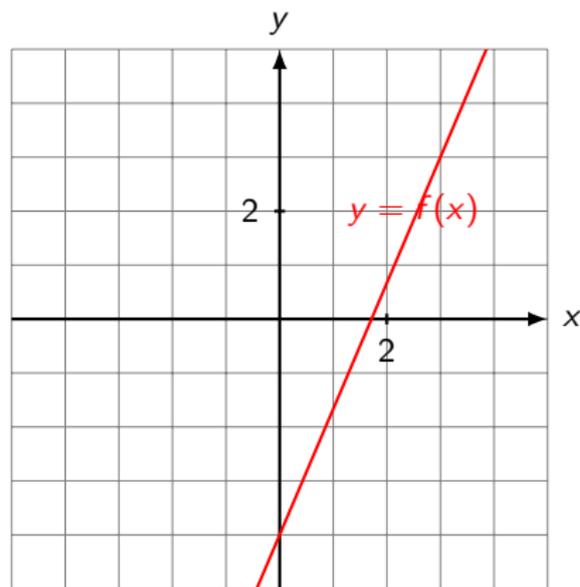
Aufgabe 4.8

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$



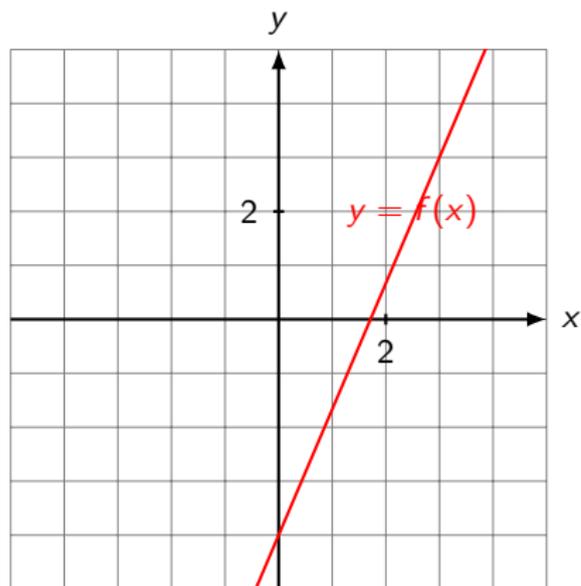
Aufgabe 4.9

Bestimme die Gleichung der affinen Funktion aus dem Graphen.



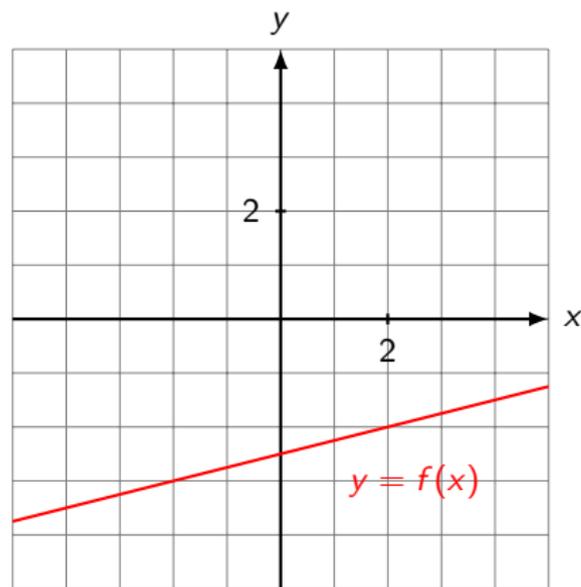
Aufgabe 4.9

$$f(x) = \frac{7}{3}x - 4$$



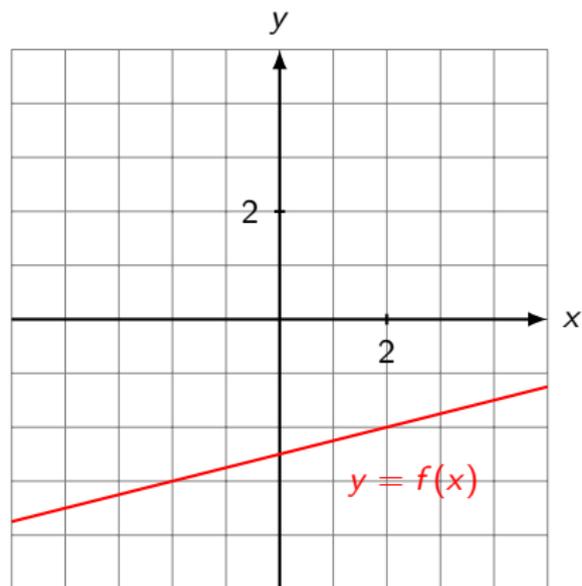
Aufgabe 4.10

Bestimme die Gleichung der affinen Funktion aus dem Graphen.



Aufgabe 4.10

$$f(x) = \frac{1}{4}x - \frac{5}{2}$$



Aufgabe 4.11

Bestimme die fehlende Koordinate von $P(6, y)$, so dass P auf dem Graphen der Funktion mit der Gleichung $y = \frac{5}{3}x + 7$ liegt.

Aufgabe 4.11

$$y = f(6) = \frac{5}{3} \cdot 6 + 7 = 17$$

Aufgabe 4.12

Bestimme die fehlende Koordinate von $P(x, -5)$ so dass P auf dem Graphen der Funktion mit der Gleichung $y = -\frac{3}{4}x + 1$ liegt.

Aufgabe 4.12

$$-5 = -\frac{3}{4}x + 1 \quad || \cdot 4$$

$$-20 = -3x + 4$$

$$-24 = -3x$$

$$x = 8$$

Aufgabe 4.13

Gegeben: $f: y = 3x + q$

Gesucht: Wert von q , so dass $P(2, 11) \in G_f$

Aufgabe 4.13

$P(2, 11) \in G_f \Leftrightarrow x = 2, y = 11$ erfüllen $y = f(x)$

Aufgabe 4.13

$$P(2, 11) \in G_f \Leftrightarrow x = 2, y = 11 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$11 = 3 \cdot 2 + q$$

$$11 = 6 + q$$

$$q = 5$$

Aufgabe 4.14

Gegeben: $f: y = mx + 7$

Gesucht: Wert von m , so dass $P(-4, 9) \in G_f$

Aufgabe 4.14

$$P(-4, 9) \in G_f \Leftrightarrow x = -4, y = 9 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

Aufgabe 4.14

$$P(-4, 9) \in G_f \Leftrightarrow x = -4, y = 9 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$9 = m \cdot (-4) + 7$$

$$2 = -4m$$

$$m = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Aufgabe 4.15

Gegeben: $f: y = -\frac{4}{3}x + q$

Gesucht: Wert von q , so dass $P(-5, 7) \in G_f$

Aufgabe 4.15

$P(-5, 7) \in G_f \Leftrightarrow x = -5, y = 7$ erfüllen $y = f(x)$

Aufgabe 4.15

$$P(-5, 7) \in G_f \Leftrightarrow x = -5, y = 7 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$7 = -\frac{4}{3} \cdot (-5) + q \quad || \cdot 3$$

$$21 = 20 + 3q$$

$$1 = 3q$$

$$q = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 4.16

Gegeben: $f: y = mx - 4$

Gesucht: Wert von m , so dass $P(\frac{1}{2}, -3) \in G_f$

Aufgabe 4.16

$$P\left(\frac{1}{2}, -3\right) \in G_f \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}, y = -3 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

Aufgabe 4.16

$$P\left(\frac{1}{2}, -3\right) \in G_f \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}, y = -3 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$-3 = m \cdot \frac{1}{2} - 4$$

$$-6 = m - 8$$

$$m = 2$$

Aufgabe 4.17

Bestimme die Funktionsgleichung der affinen Funktion, deren Graph durch die Punkte $P(2, 3)$ und $Q(4, 4)$ geht.

Aufgabe 4.17

$P(2, 3)$ und $Q(4, 4)$

Aufgabe 4.17

$P(2, 3)$ und $Q(4, 4)$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 4.17

$P(2, 3)$ und $Q(4, 4)$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{1}{2}$$

$$q = y_P - m \cdot x_P = 2$$

Aufgabe 4.17

$P(2, 3)$ und $Q(4, 4)$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{1}{2}$$

$$q = y_P - m \cdot x_P = 2$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

Aufgabe 4.18

Bestimme die Funktionsgleichung der affinen Funktion, deren Graph durch die Punkte $P(-2, 1)$ und $Q(1, -5)$ geht.

Aufgabe 4.18

$P(-2, 1)$ und $Q(1, -5)$

Aufgabe 4.18

$P(-2, 1)$ und $Q(1, -5)$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = -2$$

Aufgabe 4.18

$P(-2, 1)$ und $Q(1, -5)$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = -2$$

$$q = y_P - m \cdot x_P = -3$$

Aufgabe 4.18

$P(-2, 1)$ und $Q(1, -5)$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = -2$$

$$q = y_P - m \cdot x_P = -3$$

$$y = -2x - 3$$

Aufgabe 4.19

Untersuche die Graphen der affinen Funktionen $f: y = 2x + 3$ und $g: y = 3x - 2$ auf allfällige Schnittpunkte.

Aufgabe 4.19

$$f(x) = g(x)$$

$$2x + 3 = 3x - 2$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

$$y = f(5) = 13$$

Aufgabe 4.19

$$f(x) = g(x)$$

$$2x + 3 = 3x - 2$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

$$y = f(5) = 13$$

$$\Rightarrow S(5, 13)$$

Aufgabe 4.20

Untersuche die Graphen der affinen Funktionen $f: y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ und $g: y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ auf allfällige Schnittpunkte.

Aufgabe 4.20

$$f(x) = g(x)$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$3x + 1 = 3x + 5$$

$$1 = 5$$

Aufgabe 4.20

$$f(x) = g(x)$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$3x + 1 = 3x + 5$$

$$1 = 5$$

⇒ keine Lösung

Aufgabe 4.21

Untersuche die Graphen der affinen Funktionen $f: y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{5}$ und $g: y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{5}$ auf allfällige Schnittpunkte.

Aufgabe 4.21

$$f(x) = g(x)$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{5} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{5}$$

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{4}{5}$$

$$x = \frac{8}{5}$$

$$y = f\left(\frac{8}{5}\right) = 1$$

Aufgabe 4.21

$$f(x) = g(x)$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{5} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{5}$$

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{4}{5}$$

$$x = \frac{8}{5}$$

$$y = f\left(\frac{8}{5}\right) = 1$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{8}{5}, 1\right)$$

Aufgabe 4.22

Bestimme die Gleichung der affinen Funktion g , deren Graph parallel zu dem der Funktion $f: y = 2x + 7$ verläuft und durch den Punkt $P(3, 4)$ geht.

Aufgabe 4.22

g hat gleiche Steigung wie $f \Rightarrow g: y = 2x + q$

Aufgabe 4.22

g hat gleiche Steigung wie $f \Rightarrow g: y = 2x + q$

$P(3, 4) \in G_g \Leftrightarrow x = 3, y = 4$ erfüllt $y = g(x)$

Aufgabe 4.22

g hat gleiche Steigung wie $f \Rightarrow g: y = 2x + q$

$P(3, 4) \in G_g \Leftrightarrow x = 3, y = 4$ erfüllt $y = g(x)$

$$4 = 2 \cdot 3 + q$$

$$q = -2$$

Aufgabe 4.22

g hat gleiche Steigung wie $f \Rightarrow g: y = 2x + q$

$P(3, 4) \in G_g \Leftrightarrow x = 3, y = 4$ erfüllt $y = g(x)$

$$4 = 2 \cdot 3 + q$$

$$q = -2$$

$$g: y = 2x - 2$$

Aufgabe 4.23

Bestimme die Gleichung der affinen Funktion g , deren Graph parallel zu dem der Funktion $f: y = -\frac{4}{3}x + 1$ verläuft und durch den Punkt $P(-6, 7)$ geht.

Aufgabe 4.23

g hat gleiche Steigung wie $f \Rightarrow g: y = -\frac{4}{3}x + q$

Aufgabe 4.23

g hat gleiche Steigung wie $f \Rightarrow g: y = -\frac{4}{3}x + q$

$P(-6, 7) \in G_g \Leftrightarrow x = -6, y = 7$ erfüllt $y = g(x)$

Aufgabe 4.23

$$g \text{ hat gleiche Steigung wie } f \quad \Rightarrow \quad g: y = -\frac{4}{3}x + q$$

$$P(-6, 7) \in G_g \quad \Leftrightarrow \quad x = -6, y = 7 \text{ erfüllt } y = g(x)$$

$$7 = -\frac{4}{3} \cdot (-6) + q$$

$$7 = 8 + q$$

$$q = -1$$

Aufgabe 4.23

$$g \text{ hat gleiche Steigung wie } f \quad \Rightarrow \quad g: y = -\frac{4}{3}x + q$$

$$P(-6, 7) \in G_g \quad \Leftrightarrow \quad x = -6, y = 7 \text{ erfüllt } y = g(x)$$

$$7 = -\frac{4}{3} \cdot (-6) + q$$

$$7 = 8 + q$$

$$q = -1$$

$$g: y = -\frac{4}{3}x - 1$$

Aufgabe 4.24

Bestimme die Steigung der Geraden, die senkrecht zum Graphen von f stehen.

(a) $f(x) = 2x + 4$

(b) $f(x) = -5x - 3$

(c) $f(x) = x$

(d) $f(x) = \frac{2}{3}x$

(e) $f(x) = -\frac{7}{4}x + \frac{6}{7}$

(f) $f(x) = -x + 9$

Aufgabe 4.24

$$(a) f(x) = 2x + 4 \Rightarrow m_f = 2 \Rightarrow m_g = -\frac{1}{2}$$

Aufgabe 4.24

$$(a) f(x) = 2x + 4 \Rightarrow m_f = 2 \Rightarrow m_g = -\frac{1}{2}$$

$$(b) f(x) = -5x - 3 \Rightarrow m_f = -5 \Rightarrow m_g = \frac{1}{5}$$

Aufgabe 4.24

$$(a) f(x) = 2x + 4 \Rightarrow m_f = 2 \Rightarrow m_g = -\frac{1}{2}$$

$$(b) f(x) = -5x - 3 \Rightarrow m_f = -5 \Rightarrow m_g = \frac{1}{5}$$

$$(c) f(x) = x \Rightarrow m_f = 1 \Rightarrow m_g = -1$$

Aufgabe 4.24

$$(a) f(x) = 2x + 4 \Rightarrow m_f = 2 \Rightarrow m_g = -\frac{1}{2}$$

$$(b) f(x) = -5x - 3 \Rightarrow m_f = -5 \Rightarrow m_g = \frac{1}{5}$$

$$(c) f(x) = x \Rightarrow m_f = 1 \Rightarrow m_g = -1$$

$$(d) f(x) = \frac{2}{3}x \Rightarrow m_f = \frac{2}{3} \Rightarrow m_g = -\frac{3}{2}$$

Aufgabe 4.24

$$(a) f(x) = 2x + 4 \Rightarrow m_f = 2 \Rightarrow m_g = -\frac{1}{2}$$

$$(b) f(x) = -5x - 3 \Rightarrow m_f = -5 \Rightarrow m_g = \frac{1}{5}$$

$$(c) f(x) = x \Rightarrow m_f = 1 \Rightarrow m_g = -1$$

$$(d) f(x) = \frac{2}{3}x \Rightarrow m_f = \frac{2}{3} \Rightarrow m_g = -\frac{3}{2}$$

$$(e) f(x) = -\frac{7}{4}x + \frac{6}{7} \Rightarrow m_f = -\frac{7}{4} \Rightarrow m_g = \frac{4}{7}$$

Aufgabe 4.24

$$(a) f(x) = 2x + 4 \Rightarrow m_f = 2 \Rightarrow m_g = -\frac{1}{2}$$

$$(b) f(x) = -5x - 3 \Rightarrow m_f = -5 \Rightarrow m_g = \frac{1}{5}$$

$$(c) f(x) = x \Rightarrow m_f = 1 \Rightarrow m_g = -1$$

$$(d) f(x) = \frac{2}{3}x \Rightarrow m_f = \frac{2}{3} \Rightarrow m_g = -\frac{3}{2}$$

$$(e) f(x) = -\frac{7}{4}x + \frac{6}{7} \Rightarrow m_f = -\frac{7}{4} \Rightarrow m_g = \frac{4}{7}$$

$$(f) f(x) = -x + 9 \Rightarrow m_f = -1 \Rightarrow m_g = 1$$

Aufgabe 4.25

Bestimme die Gleichung der affinen Funktion g , deren Graph senkrecht zu dem der Funktion $f: y = \frac{1}{2}x - 3$ verläuft und durch den Punkt $P(4, 5)$ geht.

Aufgabe 4.25

$$f: y = \frac{1}{2}x - 3$$

Aufgabe 4.25

$$f: y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$m_g = -1/m_f = -2 \quad \Rightarrow \quad g: y = -2x + q$$

Aufgabe 4.25

$$f: y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$m_g = -1/m_f = -2 \quad \Rightarrow \quad g: y = -2x + q$$

$$P(4, 5) \in G_g \quad \Leftrightarrow \quad x = 4, y = 5 \text{ erfüllt } y = g(x):$$

Aufgabe 4.25

$$f: y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$m_g = -1/m_f = -2 \quad \Rightarrow \quad g: y = -2x + q$$

$$P(4, 5) \in G_g \quad \Leftrightarrow \quad x = 4, y = 5 \text{ erfüllt } y = g(x):$$

$$5 = -2 \cdot 4 + q$$

$$q = 13$$

Aufgabe 4.25

$$f: y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$m_g = -1/m_f = -2 \quad \Rightarrow \quad g: y = -2x + q$$

$$P(4, 5) \in G_g \quad \Leftrightarrow \quad x = 4, y = 5 \text{ erfüllt } y = g(x):$$

$$5 = -2 \cdot 4 + q$$

$$q = 13$$

$$\Rightarrow g: y = -2x + 13$$

Aufgabe 4.26

Bestimme die Gleichung der affinen Funktion g , deren Graph senkrecht zu dem der Funktion $f: y = -\frac{3}{5}x + 7$ verläuft und durch den Punkt $P(3, -1)$ geht.

Aufgabe 4.26

$$f: y = -\frac{3}{5}x + 7$$

Aufgabe 4.26

$$f: y = -\frac{3}{5}x + 7$$

$$m_g = -1/m_f = \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \quad g: y = \frac{5}{3}x + q$$

Aufgabe 4.26

$$f: y = -\frac{3}{5}x + 7$$

$$m_g = -1/m_f = \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \quad g: y = \frac{5}{3}x + q$$

$$P(3, -1) \in G_g \quad \Leftrightarrow \quad x = 3, y = -1 \text{ erfüllt } y = g(x):$$

Aufgabe 4.26

$$f: y = -\frac{3}{5}x + 7$$

$$m_g = -1/m_f = \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \quad g: y = \frac{5}{3}x + q$$

$$P(3, -1) \in G_g \quad \Leftrightarrow \quad x = 3, y = -1 \text{ erfüllt } y = g(x):$$

$$-1 = \frac{5}{3} \cdot 3 + q$$

$$-1 = 5 + q$$

$$q = -6$$

Aufgabe 4.26

$$f: y = -\frac{3}{5}x + 7$$

$$m_g = -1/m_f = \frac{5}{3} \Rightarrow g: y = \frac{5}{3}x + q$$

$$P(3, -1) \in G_g \Leftrightarrow x = 3, y = -1 \text{ erfüllt } y = g(x):$$

$$-1 = \frac{5}{3} \cdot 3 + q$$

$$-1 = 5 + q$$

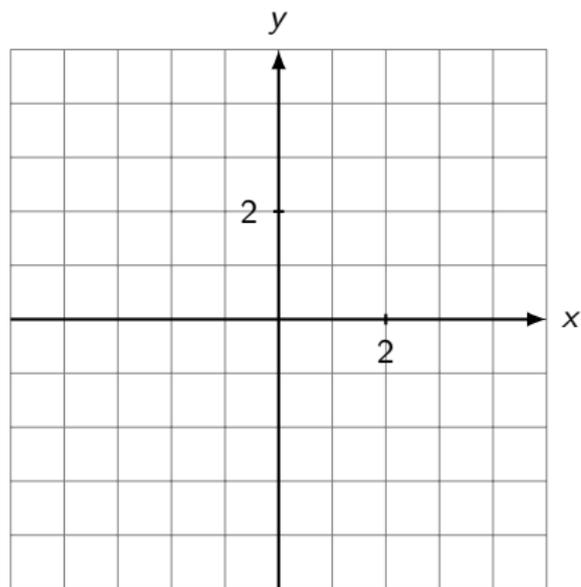
$$q = -6$$

$$\Rightarrow g: y = \frac{5}{3}x - 6$$

4.27–4.30: Bestimme die Umkehrfunktion der affinen Funktion f und stelle den Graphen von f und f^{-1} jeweils im gleichen Koordinatensystem dar.

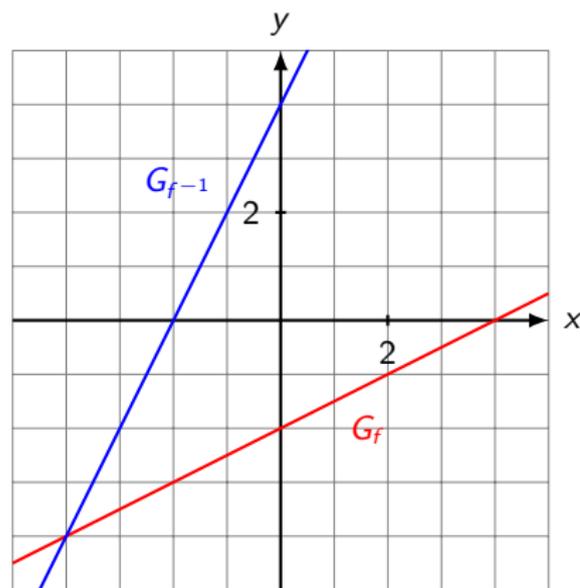
Aufgabe 4.27

$$f: y = \frac{1}{2}x - 2$$



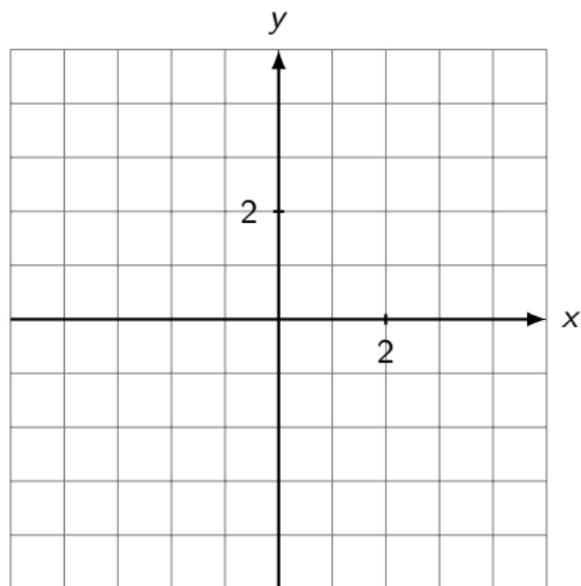
Aufgabe 4.27

$$f: y = \frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow f^{-1}: y = 2x + 4$$
$$2y = x - 4$$
$$x = 2y + 4$$



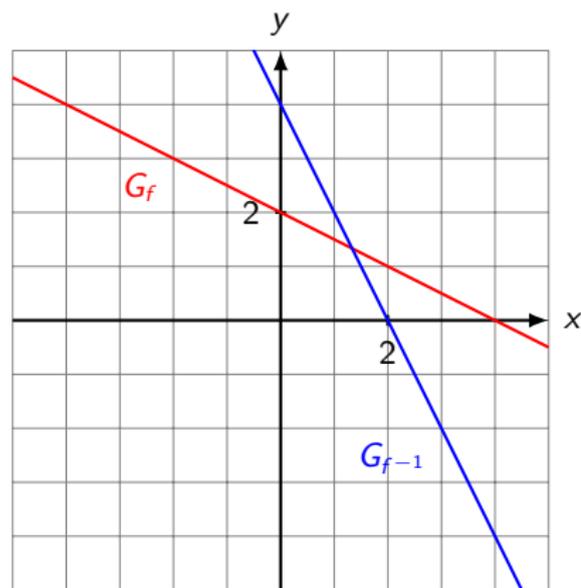
Aufgabe 4.28

$$f: y = -\frac{1}{2}x + 2$$



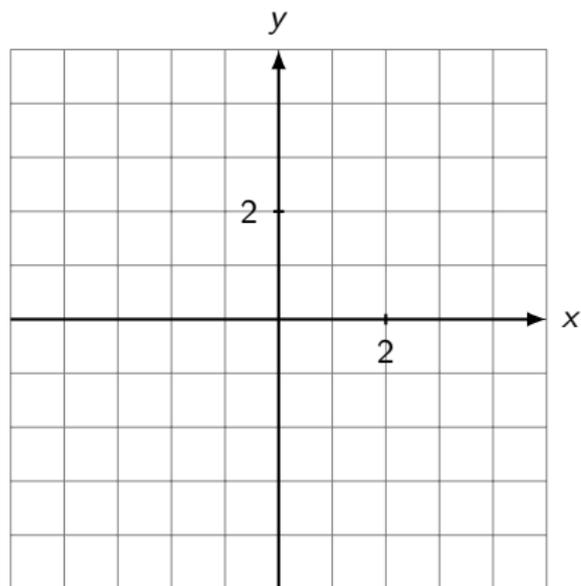
Aufgabe 4.28

$$f: y = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow f^{-1}: y = -2x + 4$$
$$2y = -x + 4$$
$$x = -2y + 4$$



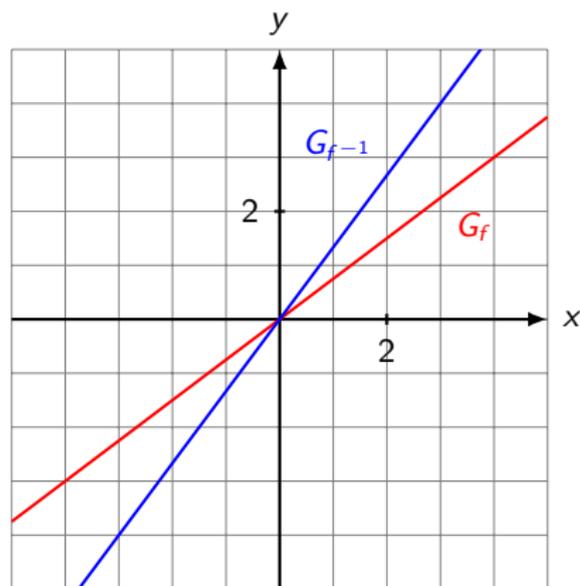
Aufgabe 4.29

$$f: y = \frac{3}{4}x$$



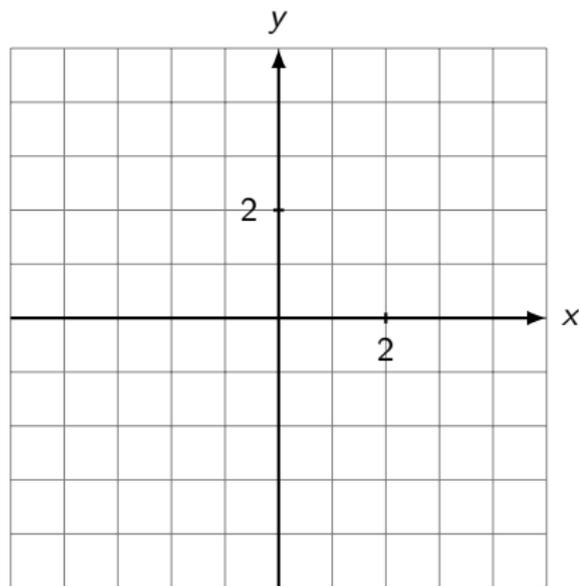
Aufgabe 4.29

$$f: y = \frac{3}{4}x \Rightarrow y = \frac{3}{4}x \Rightarrow f^{-1}: y = \frac{4}{3}x$$
$$\frac{4}{3}y = x$$
$$x = \frac{4}{3}y$$



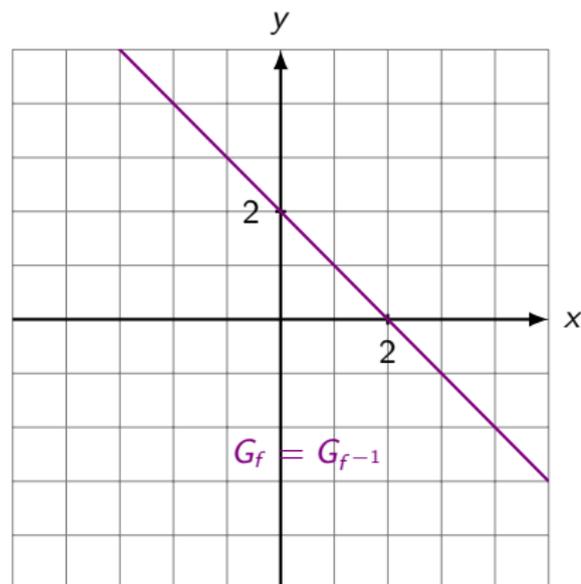
Aufgabe 4.30

$$f: y = -x + 2$$



Aufgabe 4.30

$$f(x) = -x - 2 \Rightarrow y = -x + 2 \Rightarrow f^{-1}: y = -x + 2$$
$$x = -y + 2$$



$(f = f^{-1} \Rightarrow \text{Involution})$