Binärdarstellung von Zahlen

Übungen

Aufgabe 1.1

Benenne die Platzhalter mit den richtigen Fachausdrücken.

(a) $a^b = c$

a:

b:

c:

(b) $\sqrt[a]{b} = c$

a:

b:

c:

(c) $\log_a b = c$

a:

b:

c:

Aufgabe 1.1

Benenne die Platzhalter in den Termen mit den richtigen Fachausdrücken.

(a) $a^b = c$

a:	Basis
b:	Exponent
c:	Potenz

(b) $\sqrt[a]{b} = c$

a:	Wurzelexponent
b:	Radikand
c:	Wurzel

(c) $\log_a b = c$

a:	Basis
b:	Numerus
c:	Logarithmus

Aufgabe 1.2

Eine Multiplikation gleicher Zahlen z. B. $2 \cdot 2 \cdot 2$ wird als .... geschrieben.

Aufgabe 1.2

Eine Multiplikation gleicher Zahlen z. B. $2 \cdot 2 \cdot 2$ wird als 2^3 geschrieben.

Aufgabe 1.3

(a) $2^7 =$

(b) $2^1 =$

(c) $2^0 =$

(d) $2^{-4} =$

(e) $2^5 =$

(f) $2^{10} =$

Aufgabe 1.3

(a) $2^7 = 128$

(b) $2^1 = 2$

(c) $2^0 = 1$

(d) $2^{-4} = \frac{1}{32}$

(e) $2^5 = 64$

(f) $2^{10} = 1024$

Aufgabe 1.4

(a) $2^x = 512 \qquad x =$

(b) $2^x = 128 \qquad x =$

(c) $2^x = 16 \qquad x =$

(d) $2^x = 1 \qquad x =$

(e) $2^x = \frac{1}{8} \qquad x =$

(f) $2^x = \frac{1}{64} \qquad x =$

Aufgabe 1.4

(a) $2^x = 512 \qquad x = 9$

(b) $2^x = 128 \qquad x = 7$

(c) $2^x = 16 \qquad x = 4$

(d) $2^x = 1 \qquad x = 0$

(e) $2^x = \frac{1}{8} \qquad x = -3$

(f) $2^x = \frac{1}{64} \qquad x = -6$

Aufgabe 1.5

(a) $\log_3 9 =$

(b) $\log_4 64 =$

(c) $\log_2 64 =$

(d) $\log_2 32 =$

(e) $\log_3 81 =$

(f) $\log_3 1 =$

Aufgabe 1.5

(a) $\log_3 9 = 2$

(b) $\log_4 64 = 3$

(c) $\log_2 64 = 6$

(d) $\log_2 32 = 5$

(e) $\log_3 81 = 3$

(f) $\log_3 1 = 0$

Aufgabe 1.6

(a) $\sqrt[7]{128} =$

(b) $\sqrt[10]{1024} =$

(c) $\sqrt[2]{256} =$

(d) $\sqrt[3]{27} =$

(e) $\sqrt[4]{256} =$

(f) $\sqrt[2]{64} =$

Aufgabe 1.6

(a) $\sqrt[7]{128} = 2$

(b) $\sqrt[10]{1024} = 2$

(c) $\sqrt[2]{256} = 16$

(d) $\sqrt[3]{27} = 3$

(e) $\sqrt[4]{256} = 4$

(f) $\sqrt[2]{64} = 8$

Aufgabe 1.7

Bestimme den kleinsten Exponenten, der die Ungleichung erfüllt.

(a) $10^x > 555\,000$ $\quad x =$

(b) $500 < 2^x$ $\quad x =$

(c) $4^x > 64$ $\quad x =$

(d) $256 \leq 2^x$ $\quad x =$

Aufgabe 1.7

Bestimme den kleinsten Exponenten, der die Ungleichung erfüllt.

(a) $10^x > 555\,000 \qquad x = 6$

(b) $500 < 2^x \qquad x = 9$

(c) $4^x > 64 \qquad x = 4$

(d) $256 \leq 2^x \qquad x = 8$

Aufgabe 1.8

(a) $25 \bmod 3 =$

(b) $25 \bmod 5 =$

(c) $22 \bmod 6 =$

(d) $125 \bmod 7 =$

(e) $64 \bmod 3 =$

(f) $1 \bmod 4 =$

(g) $53\,475 \bmod 2 =$

(h) $47\,906 \bmod 2 =$

(i) $94\,371 \bmod 1000 =$

(j $44\,555 \bmod 3 =$

Aufgabe 1.8

(a) $25 \bmod 3 = 1$

(b) $25 \bmod 5 = 0$

(c) $22 \bmod 6 = 4$

(d) $125 \bmod 7 = 6$

(e) $64 \bmod 3 = 1$

(f) $1 \bmod 5 = 1$

(g) $53\,475 \bmod 2 = 1$

(h) $47\,906 \bmod 2 = 0$

(i) $94\,371 \bmod 1000 = 371$

(j $44\,555 \bmod 3 = 0$

Aufgabe 1.9

(a) $\lceil 2.7 \rceil =$

(b) $\lfloor -5.0001 \rfloor =$

(c) $\lceil -92 \rceil =$

(d) $\lfloor 2^6 \rfloor =$

(e) $\left\lceil \sqrt{17} \right\rceil =$

(f) $\left\lfloor \sqrt{401} \right\rfloor =$

(g) $\left\lceil -\frac{193}{100} \right\rceil =$

(h) $\left\lfloor \frac{13}{2} \right\rfloor =$

(i) $\lceil \log_2 100 \rceil =$

(j) $\lfloor \log_2 255 \rfloor =$

Aufgabe 1.9

(a) $\lceil 2.7 \rceil = 3$

(b) $\lfloor -5.0001 \rfloor = -6$

(c) $\lceil -92 \rceil = -92$

(d) $\lfloor 2^6 \rfloor = 64$

(e) $\lceil \sqrt{17} \rceil = 5$

(f) $\lfloor \sqrt{401} \rfloor = 20$

(g) $\lceil -\frac{193}{100} \rceil = -1$

(h) $\lfloor \frac{13}{2} \rfloor = 6$

(i) $\lceil \log_2 100 \rceil = 7$

(j) $\lfloor \log_2 255 \rfloor = 7$

Aufgabe 1.10

Gegeben ist das Alphabet $\Sigma = \{e, n\}$.

(a) Zähle alle Wörter der Länge 3 mit Zeichen aus Σ auf.
(Beispiel: *enn*)

(b) Mit welcher Formel kann man die Anzahl aller Wörter der Länge 3 berechnen, ohne sie einzeln aufzuzählen?

(c) Wie viele Wörter der Länge 6 (auch „sinnlose") lassen sich aus den Zeichen von Σ bilden?

(d) Gib ein deutsches Wort der Länge 6 an, dessen Zeichen aus Σ stammen.

Aufgabe 1.10

$\Sigma = \{e, n\}$.

(a) *eee*, *een*, *ene*, *enn*, *nee*, *nen*, *nne*, *nnn*

(b) $2^3 = 8$

(c) $2^6 = 64$

(d) *nennen*

Aufgabe 1.11

Gegeben ist das Alphabet $\Sigma = \{e, r, t\}$.

(a) Zähle alle Wörter der Länge 2 mit Zeichen aus Σ auf.
(Beispiel: *rr*)

(b) Mit welcher Formel kann man die Anzahl aller Wörter der Länge 2 berechnen, ohne sie einzeln aufzuzählen?

(c) Wie viele Wörter der Länge 4 (auch „sinnlose") lassen sich aus den Zeichen von Σ bilden?

(d) Gib ein deutsches Wort der Länge 6 an, dessen Zeichen aus Σ stammen.

Aufgabe 1.11

$\Sigma = \{e, r, t\}$.

(a)

ee	*re*	*te*
er	*rr*	*tr*
et	*rt*	*tt*

(b) $3^2 = 9$

(c) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 = 81$

(c) *retten*, *entern*, *ernten*, ... ?

Aufgabe 1.12

Gegeben ist die Menge der Ziffern $\Sigma = \{1, 3, 4, 7\}$.

(a) Zähle alle zweistelligen Zahlen mit Ziffern aus Σ auf. Wie viele sind es?

(b) Wie viele vierstellige Zahlen mit Ziffern aus Σ gibt es?

(c) Wie viele dreistellige Zahlen mit Ziffern aus Σ sind gerade, d. h. durch 2 teilbar?

Aufgabe 1.12

$\Sigma = \{1, 3, 4, 7\}$.

(a) Zweistellige Zahlen mit Ziffern aus Σ:

- 11
- 13
- 14
- 17
- 31
- 33
- 34
- 37
- 41
- 43
- 44
- 47
- 71
- 73
- 74
- 77

Es sind $4^2 = 16$ Wörter (Zahlen).

(b) Anzahl vierstelliger Zahlen mit Ziffern aus Σ:
$4^4 = (4 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 4) = 16 \cdot 16 = 256$

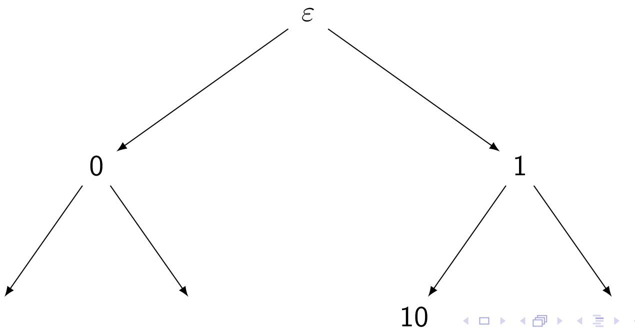
(c) Wie viele dreistellige Zahlen mit Ziffern aus Σ sind gerade, d. h. durch 2 teilbar?

Es gibt $4^3 = 64$ dreistellige Zahlen mit Ziffern aus Σ.
Weil jede der vier Ziffern an jeder Stelle gleich häufig vorkommen muss, und nur die Ziffer 4 gerade ist, gibt es 16 gerade dreistellige Zahlen mit Ziffern aus Σ.

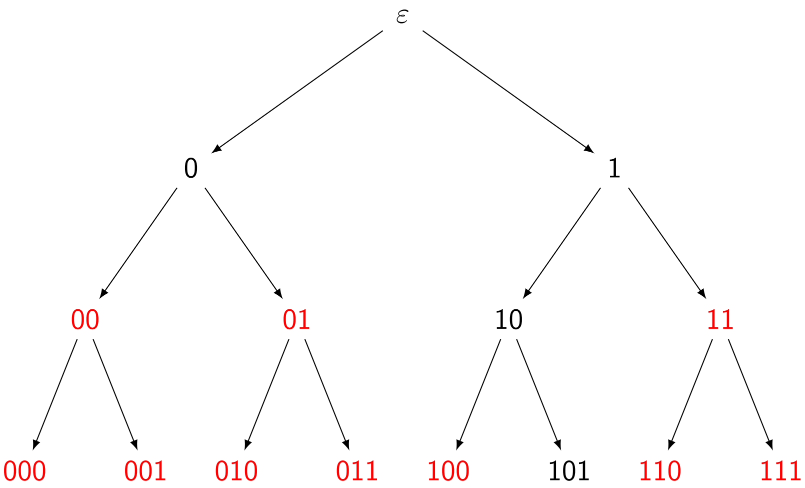
Aufgabe 2.1

Mit Hilfe eines *Binärbaums* können systematisch alle Bitfolgen, d. h. alle Wörter der Länge 1, 2, 3, ... über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ bestimmt werden: Man beginnt an der Wurzel des Baumes mit dem leeren Wort ε und hängt dann jeweils an das aktuelle Wort eine 0 an, wenn man der Kante nach links unten folgt und eine 1, wenn man der Kante nach rechts unten folgt.

Aufgabe: Ergänze die fehlenden Wörter im Baum.



Aufgabe 2.1



Aufgabe 2.2

Wie viele Bits sind mindestens nötig, um den Ausgang eines Münzwurfs (Kopf, Zahl) digital darzustellen?

Aufgabe 2.2

$\lceil \log_2 2 \rceil = 1\,\text{Bit}$

Aufgabe 2.3

Bestimme einen Binärcode mit Wörtern gleicher Länge, um die Himmelsrichtungen *Norden*, *Westen*, *Süden*, *Osten* binär zu codieren. Wie lange müssen diese Binärwörter mindestens sein?

Aufgabe 2.3

Um die die 4 Himmelsrichtungen digital zu codieren, sind mindestens 2 Bit nötig, denn 2 Bit können gerade $2^2 = 4$ Zustände codieren.

Himmelsrichtung	N	W	S	O
Binärwort	00	01	10	11

Aufgabe 2.4

Bestimme einen Binärcode mit Wörtern gleicher Länge, um die Wochentage *Montag*, *Dienstag*, *Mittwoch*, *Donnerstag*, *Freitag*, *Samstag* und *Sonntag* binär zu codieren. Wie lange müssen diese Binärwörter mindestens sein?

Aufgabe 2.4

Um die die 7 Wochentage digital zu codieren, sind mindestens 3 Bit nötig, denn 2 Bit können nur $2^2 = 4$ Zustände codieren aber 3 Bit schon $2^3 = 8$ Zustände.

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
Binärwort	000	001	010	011	100	101	110

Aufgabe 2.5

Bestimme einen Binärcode mit Wörtern gleicher Länge, um die Ziffern *0*, *1*, ..., *9* digital zu codieren. Wie lange müssen diese Binärwörter mindestens sein?

Aufgabe 2.5

Um die 10 Ziffern digital zu codieren, sind mindestens 4 Bit nötig, denn 3 Bit können nur $2^3 = 8$ Zustände codieren aber 4 Bit schon $2^4 = 16$ Zustände.

Ziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
Binärwort	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1

Bemerkung: In diesem Beispiel (und auch in den anderen Beispielen) erfolgt die Codierung in einer „natürlichen“ Reihenfolge. Dies ist jedoch nicht vorgeschrieben. Zur Codierung der zehn Ziffern kann auch ein anderer Code mit anderen Eigenschaften verwendet werden. Der folgende Code hat beispielsweise die Eigenschaft, dass sich zwei aufeinanderfolgende Ziffern immer um jeweils ein Bit unterscheiden.

Ziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Binärwort	0000	0001	0011	0010	0110	0111	0101	1101	1111	

Aufgabe 2.6

Wie viele Bits sind mindestens nötig, um die Menge der folgenden Spielkarten digital darzustellen?

A♣	K♣	Q♣	J♣	10♣	9♣	8♣	7
A♥	K♥	Q♥	J♥	10♥	9♥	8♥	7
A♠	K♠	Q♠	J♠	10♠	9♠	8♠	7
A♦	K♦	Q♦	J♦	10♦	9♦	8♦	7

Aufgabe 2.6

Es müssen 36 Karten codiert werden: $\lceil \log_2 36 \rceil = 6\,\mathrm{Bit}$

oder mit „Raten“:	4 Bit:	$2^4 = 16$ Zustände	reicht nicht
	5 Bit:	$2^5 = 32$ Zustände	reicht nicht
	6 Bit:	$2^6 = 64$ Zustände	reicht

Aufgabe 2.7

Wie viele Bits sind mindestens nötig, um alle schweizerischen Auto-Kontrollschilder mit einer maximal sechsstelligen Nummer digital darzustellen?

NW • 123456

Hinweis: Codiere die Abkürzung für den Kanton und die Nummern separat.

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Kantonskürzel:

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Kantonskürzel: $\lceil \log_2 26 \rceil = 5\,\mathrm{Bit}$

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Kantonskürzel: $\lceil \log_2 26 \rceil = 5\,\mathrm{Bit}$

sechsstellige Nummer:

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Kantonskürzel: $\lceil \log_2 26 \rceil = 5\,\mathrm{Bit}$

sechsstellige Nummer: $\lceil \log_2 999\,999 \rceil = 20\,\mathrm{Bit}$, denn ...

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Kantonskürzel: $\lceil \log_2 26 \rceil = 5\,\text{Bit}$

sechsstellige Nummer: $\lceil \log_2 999\,999 \rceil = 20\,\text{Bit}$, denn ...

$2^{20} = 2^{10} \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 1024 > 10^6$ genügt sicher

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Kantonskürzel: $\lceil \log_2 26 \rceil = 5\,\mathrm{Bit}$

sechsstellige Nummer: $\lceil \log_2 999\,999 \rceil = 20\,\mathrm{Bit}$, denn ...

$2^{20} = 2^{10} \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 1024 > 10^6$ genügt sicher

$2^{19} = 2^{10} \cdot 2^{9} = 1024 \cdot 512 < 10^6$ genügt nicht

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Kantonskürzel: $\lceil \log_2 26 \rceil = 5\,\mathrm{Bit}$

sechsstellige Nummer: $\lceil \log_2 999\,999 \rceil = 20\,\mathrm{Bit}$, denn ...

$2^{20} = 2^{10} \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 1024 > 10^6$ genügt sicher

$2^{19} = 2^{10} \cdot 2^{9} = 1024 \cdot 512 < 10^6$ genügt nicht

insgesamt: $25\,\mathrm{Bit}$

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Kantonskürzel: $\lceil \log_2 26 \rceil = 5\,\text{Bit}$

sechsstellige Nummer: $\lceil \log_2 999\,999 \rceil = 20\,\text{Bit}$, denn ...

$2^{20} = 2^{10} \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 1024 > 10^6$ genügt sicher

$2^{19} = 2^{10} \cdot 2^{9} = 1024 \cdot 512 < 10^6$ genügt nicht

insgesamt: 25 Bit

Hinweis: Fasst man beide Teile vor dem Codieren zusammen, erhält man ebenfalls 25 Bit:

Aufgabe 2.7

Bei getrennter Codierung ergibt sich:

Kantonskürzel: $\lceil \log_2 26 \rceil = 5\,\mathrm{Bit}$

sechsstellige Nummer: $\lceil \log_2 999\,999 \rceil = 20\,\mathrm{Bit}$, denn ...

$2^{20} = 2^{10} \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 1024 > 10^6$ genügt sicher

$2^{19} = 2^{10} \cdot 2^{9} = 1024 \cdot 512 < 10^6$ genügt nicht

insgesamt: 25 Bit

Hinweis: Fasst man beide Teile vor dem Codieren zusammen, erhält man ebenfalls 25 Bit:

$\lceil \log_2 (26 \cdot 999\,999) \rceil = 25\,\mathrm{Bit}$

Aufgabe 2.8

Wie viele Bits sind mindestens nötig, um eine Datumsangabe mit maximal vierstelliger Jahreszahl digital darzustellen, wenn die Datumsbestandteile (Tag, Monat, Jahr) getrennt codiert werden?

Aufgabe 2.8

Tag, Monat, und Jahr getrennt codieren

Aufgabe 2.8

Tag, Monat, und Jahr getrennt codieren

31 Tage:

Aufgabe 2.8

Tag, Monat, und Jahr getrennt codieren

31 Tage:	5 Bit

Aufgabe 2.8

Tag, Monat, und Jahr getrennt codieren

31 Tage:	5 Bit
12 Monate:	

Aufgabe 2.8

Tag, Monat, und Jahr getrennt codieren

31 Tage:	5 Bit
12 Monate:	4 Bit

Aufgabe 2.8

Tag, Monat, und Jahr getrennt codieren

31 Tage:	5 Bit
12 Monate:	4 Bit
9999 Jahre:	

Aufgabe 2.8

Tag, Monat, und Jahr getrennt codieren

31 Tage:	5 Bit
12 Monate:	4 Bit
9999 Jahre:	14 Bit

Aufgabe 2.8

Tag, Monat, und Jahr getrennt codieren

31 Tage:	5 Bit
12 Monate:	4 Bit
9999 Jahre:	14 Bit
Summe:	

Aufgabe 2.8

Tag, Monat, und Jahr getrennt codieren

31 Tage:	5 Bit
12 Monate:	4 Bit
9999 Jahre:	14 Bit
Summe:	23 Bit

Aufgabe 2.9

Wie viele Bits sind mindestens nötig, um eine 12-stellige Bankkonto-Nummer, die nur aus den 10 Ziffern besteht, digital darzustellen? *Hinweis:* Schätze das Resultat mit der Näherung $10^3 \approx 2^{10}$ ab.

Aufgabe 2.9

$$\lceil \log_2 10^{12} \rceil$$

Aufgabe 2.9

$$\left\lceil \log_2 10^{12} \right\rceil = \left\lceil \log_2 \left(10^3\right)^4 \right\rceil$$

Aufgabe 2.9

$$\lceil \log_2 10^{12} \rceil = \lceil \log_2 (10^3)^4 \rceil < \lceil \log_2 (2^{10})^4 \rceil$$

Aufgabe 2.9

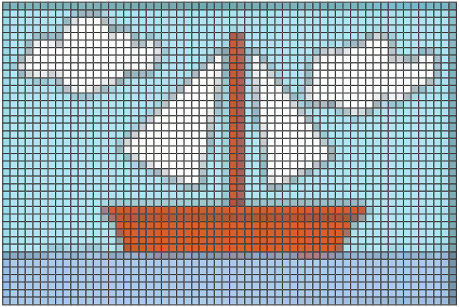
$$\lceil \log_2 10^{12} \rceil = \lceil \log_2 (10^3)^4 \rceil < \lceil \log_2 (2^{10})^4 \rceil = \lceil \log_2 2^{40} \rceil$$

Aufgabe 2.9

$$\lceil \log_2 10^{12} \rceil = \lceil \log_2 (10^3)^4 \rceil < \lceil \log_2 (2^{10})^4 \rceil = \lceil \log_2 2^{40} \rceil = 40$$

Aufgabe 2.10

Ein digitales Bild besteht aus vielen einzelnen Bildpunkten (Pixeln), die in einem rechteckigen Raster angeordnet sind. Das unten dargestellte Bild ist 60 Pixel breit und 40 Pixel hoch und besteht somit aus 2400 Pixeln.



Bei einem Farbbild wird die Farbe eines Pixels meist mit 24 Bit codiert. Wie viele Bytes benötigt ein solches Farbbild, das 3000 Pixel breit und 2000 Pixel hoch ist? Verwende eine geeignete Einheit (kB, MB, GB, . . .), um das Resultat mit möglichst wenig

Aufgabe 2.10

24 Bit = 8 Byte

$3000 \cdot 2000 \cdot 8\,\text{Bytes} = 6\,000\,000 \cdot 8\,\text{Bytes} = 48\,000\,000\,\text{Bytes} = 48\,\text{MB}$

Aufgabe 2.11

Wie lange dauert die Übertragung einer 12.5 MB grossen Datei über eine (A)DSL-Verbindung mit einer Übertragungsleistung von 1 Mbit pro Sekunde?

Aufgabe 2.11

t

Aufgabe 2.11

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^6}$$

Aufgabe 2.11

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^6} = \frac{10^8}{10^6}$$

Aufgabe 2.11

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^6} = \frac{10^8}{10^6} = 10^2$$

Aufgabe 2.11

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^6} = \frac{10^8}{10^6} = 10^2 = 100\,\text{Sekunden}$$

Aufgabe 2.11

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^6} = \frac{10^8}{10^6} = 10^2 = 100\,\text{Sekunden} \approx 1.6\,\text{Minuten}$$

Aufgabe 2.12

Wie lange dauert die Übertragung einer 12.5 MB grossen Datei über eine Ethernet-Verbindung mit 100 Mbit/s?

Aufgabe 2.12

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^8}$$

Aufgabe 2.12

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^8} = \frac{10^8}{10^8}$$

Aufgabe 2.12

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^8} = \frac{10^8}{10^8} = 10^0$$

Aufgabe 2.12

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^8} = \frac{10^8}{10^8} = 10^0 = 1\,\text{Sekunde}$$

Aufgabe 2.13

Wie lange dauert die Übertragung einer 12.5 MB grossen Datei über einen Lichtwellenleiter mit einer Übertragungsleistung von 1 GBit/s?

Aufgabe 2.13

t

Aufgabe 2.13

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^9}$$

Aufgabe 2.13

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^9} = \frac{10^8}{10^9}$$

Aufgabe 2.13

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^9} = \frac{10^8}{10^9} = \frac{1}{10}$$

Aufgabe 2.13

$$t = \frac{12.5 \cdot 10^6 \cdot 8}{10^9} = \frac{10^8}{10^9} = \frac{1}{10} = 0.1\,\text{Sekunden}$$

Aufgabe 2.14

Für die Speicherung eines Textes, der aus grossen und kleinen lateinischen Buchstaben, Satzzeichen, Sonderzeichen (Leerzeichen, Zeilenschaltungen) sowie den 10 arabischen Ziffern besteht, wird normalerweise 1 Byte pro Zeichen benötigt.

Wie viel Speicherplatz benötigen die gesammelten Werke von Shakespeare[1] wenn diese auf etwa 3000 DIN-A4-Seiten Platz haben und eine Seite im Mittel 1800 Zeichen (mit Leerzeichen und Zeilenschaltungen) enthält? Verwende eine möglichst praktische Einheit (kB, MB, GB, ...) für die Darstellung des Resultats.

[1] `https://www.gutenberg.org/cache/epub/100/pg100.txt` (28.8.2022)

Aufgabe 2.14

$$3000 \cdot 1800\,\mathrm{B} = 5\,400\,000\,\mathrm{B} = 5\,400\,\mathrm{kB} = 5.4\,\mathrm{MB}$$

Aufgabe 3.1

Stelle die Zahl 171_{10} im 2er-System dar.

Aufgabe 3.1

$$\begin{array}{rcrcrcr}
171 & : & 2 & = & 85 & \mathrm{R} & 1 \\
85 & : & 2 & = & 42 & \mathrm{R} & 1 \\
42 & : & 2 & = & 21 & \mathrm{R} & 0 \\
21 & : & 2 & = & 10 & \mathrm{R} & 1 \\
10 & : & 2 & = & 5 & \mathrm{R} & 0 \\
5 & : & 2 & = & 2 & \mathrm{R} & 1 \\
2 & : & 2 & = & 1 & \mathrm{R} & 0 \\
1 & : & 2 & = & 0 & \mathrm{R} & 1
\end{array}$$

Aufgabe 3.1

$$\begin{array}{rcrcrcc}
171 & : & 2 & = & 85 & R & 1 \\
85 & : & 2 & = & 42 & R & 1 \\
42 & : & 2 & = & 21 & R & 0 \\
21 & : & 2 & = & 10 & R & 1 \\
10 & : & 2 & = & 5 & R & 0 \\
5 & : & 2 & = & 2 & R & 1 \\
2 & : & 2 & = & 1 & R & 0 \\
1 & : & 2 & = & 0 & R & 1
\end{array}$$

$171_{10} = 10101011_2$

Aufgabe 3.2

Stelle die Zahl 73_{10} im 2er-System dar.

Aufgabe 3.2

$$\begin{array}{rcrcrcc}
73 & : & 2 & = & 36 & \mathrm{R} & 1 \\
36 & : & 2 & = & 18 & \mathrm{R} & 0 \\
18 & : & 2 & = & 9 & \mathrm{R} & 0 \\
9 & : & 2 & = & 4 & \mathrm{R} & 1 \\
4 & : & 2 & = & 2 & \mathrm{R} & 0 \\
2 & : & 2 & = & 1 & \mathrm{R} & 0 \\
1 & : & 2 & = & 0 & \mathrm{R} & 1
\end{array}$$

Aufgabe 3.2

$$\begin{array}{rcrcrcl}
73 & : & 2 & = & 36 & R & 1 \\
36 & : & 2 & = & 18 & R & 0 \\
18 & : & 2 & = & 9 & R & 0 \\
9 & : & 2 & = & 4 & R & 1 \\
4 & : & 2 & = & 2 & R & 0 \\
2 & : & 2 & = & 1 & R & 0 \\
1 & : & 2 & = & 0 & R & 1
\end{array}$$

$$73_{10} = 1001001_2$$

Aufgabe 3.3

Stelle die Zahl 198_{10} im 16er-System dar.

Aufgabe 3.3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 198 & : & 16 & = & 12 & \mathrm{R} & 6 \\ 12 & : & 16 & = & 0 & \mathrm{R} & 12 \end{array}$$

Aufgabe 3.3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 198 & : & 16 & = & 12 & \mathrm{R} & 6 \\ 12 & : & 16 & = & 0 & \mathrm{R} & 12 \end{array}$$

$198_{10} = \mathrm{C}6_{16}$

Aufgabe 3.4

Stelle die Zahl 55_{10} im 16er-System dar.

Aufgabe 3.4

$$\begin{array}{rcrcrcr} 55 & : & 16 & = & 3 & \mathrm{R} & 7 \\ 3 & : & 16 & = & 0 & \mathrm{R} & 3 \end{array}$$

Aufgabe 3.4

$$\begin{array}{rcrclcr} 55 & : & 16 & = & 3 & R & 7 \\ 3 & : & 16 & = & 0 & R & 3 \end{array}$$

$55_{10} = 37_{16}$

Aufgabe 3.5

Stelle die Zahl 165_{10} im 8er-System dar.

Aufgabe 3.5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 165 & : & 8 & = & 20 & \mathrm{R} & 5 \\ 20 & : & 8 & = & 2 & \mathrm{R} & 4 \\ 2 & : & 8 & = & 0 & \mathrm{R} & 2 \end{array}$$

Aufgabe 3.5

$$\begin{array}{rcccrcc}
165 & : & 8 & = & 20 & R & 5 \\
20 & : & 8 & = & 2 & R & 4 \\
2 & : & 8 & = & 0 & R & 2
\end{array}$$

$165_{10} = 245_8$

Aufgabe 3.6

Stelle die Zahl 11001000_2 im 10er-System dar.

Aufgabe 3.6

$$1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 200_{10}$$

Aufgabe 3.7

Stelle die Zahl AB_{16} im 10er-System dar.

Aufgabe 3.7

$$10 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 171_{10}$$

Aufgabe 3.8

Stelle die Zahl 1101001001101_2 im 16er-System dar.

Aufgabe 3.8

0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
1				A				4				D			

Aufgabe 3.8

0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
1				A				4				D			

$1101001001101_2 = 1A4D_{16}$

Aufgabe 3.9

Stelle die Zahl 11010110111_2 im 8er-System dar.

Aufgabe 3.9

0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
3			2			6			7		

Aufgabe 3.9

0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
3			2			6			7		

$11010110111_2 = 3267_8$

Aufgabe 3.10

Stelle die Zahl $3A7E_{16}$ im 8er-System dar.

Aufgabe 3.10

<table>
<tr><td colspan="4">3</td><td colspan="4">A</td><td colspan="4">7</td><td colspan="4">E</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">3</td><td colspan="3">5</td><td colspan="3">1</td><td colspan="3">7</td><td colspan="3">6</td></tr>
</table>

Aufgabe 3.10

<table>
<tr><td colspan="4">3</td><td colspan="4">A</td><td colspan="4">7</td><td colspan="4">E</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">3</td><td colspan="3">5</td><td colspan="3">1</td><td colspan="3">7</td><td colspan="3">6</td></tr>
</table>

$3A7E_{16} = 11101001111110_2 = 35176_8$

Aufgabe 4.1

Zähle alle Binärzahlen von 0 bis 31 auf.

Aufgabe 4.1

0	1000	10000	11000
1	1001	10001	11001
10	1010	10010	11010
11	1011	10011	11011
100	1100	10100	11100
101	1101	10101	11101
110	1110	10110	11110
111	1111	10111	11111

Aufgabe 4.2

Zähle binär von 64 bis 70.

Aufgabe 4.2

$$64 = 2^6 \quad \Rightarrow \quad 64 = 1000000_2$$

1000000	1000100
1000001	1000101
1000010	1000110
1000011	1000111

Aufgabe 4.3

Zähle binär von 11011011_2 bis 11100001_2

Aufgabe 4.3

11011011
11011100
11011101
11011110
11011111
11100000
11100001

Aufgabe 4.4

Addiere binär und vorzeichenlos: $10111 + 100110$

Aufgabe 4.4

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1
\end{array}
$$

Aufgabe 4.5

Addiere binär und vorzeichenlos: $11110011 + 10011000$

Aufgabe 4.5

$$
\begin{array}{c|ccccccccc}
 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
+ & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1
\end{array}
$$

Aufgabe 4.6

Bestimme das Zweierkomplement von 00100000.

Aufgabe 4.6

0	0	1	0	0	0	0	0	x
1	1	0	1	1	1	1	1	$\overline{x}$
1	1	1	0	0	0	0	0	$\overline{x}+1$

Aufgabe 4.7

Bestimme das Zweierkomplement von `10010101`.

Aufgabe 4.7

1	0	0	1	0	1	0	1	x
0	1	1	0	1	0	1	0	$\overline{x}$
0	1	1	0	1	0	1	1	$\overline{x}+1$

Aufgabe 4.8

Bestimme die Gegenzahl von 67 in 8-Bit-Binärform.

Aufgabe 4.8

$67_{10} = 01000011_2$

$$\begin{array}{ccccccccl}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & x \\
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \overline{x} \\
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & \overline{x}+1
\end{array}$$

Aufgabe 4.9

Bestimme die Gegenzahl von 82 in 8-Bit-Binärform.

Aufgabe 4.9

$82_{10} = 01010010_2$

$$\begin{array}{cccccccccl} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & x \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & \overline{x} \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \overline{x}+1 \end{array}$$

Aufgabe 4.10

Bestimme den Wertebereich für ganze Zahlen, die mit 7 Bit im Zweierkomplement dargestellt werden können.

Aufgabe 4.10

kleinste Zahl: $-2^6 = -64$

grösste Zahl: $2^6 - 1 = 63$

Aufgabe 4.11

Bestimme den Wertebereich für ganze Zahlen, die mit 4 Byte im Zweierkomplement dargestellt werden können.

Aufgabe 4.11

kleinste Zahl: $-2^{31} = -2147483648$

grösste Zahl: $2^{31} - 1 = 2147483647$

Aufgabe 4.12

Welche ganze 8-Bit-Zahl stellt das im Zweierkomplement codierte Bitmuster `11101111` dar?

Aufgabe 4.12

$$\begin{array}{cccccccc l} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & A \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{A} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \overline{A}+1 \end{array}$$

$$10001_2 = 17_{10} \quad \Rightarrow \quad 11101111_2 = -17_{10}$$

Aufgabe 4.13

Welche ganze 8-Bit-Zahl stellt das im Zweierkomplement codierte Bitmuster 10010000 dar?

Aufgabe 4.13

$$\begin{array}{ccccccccl} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & A \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \overline{A} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{A}+1 \end{array}$$

$$1110000_2 = 2^6 + 2^5 + 2^4 = 112_{10} \quad \Rightarrow \quad 10010000_2 = -112_{10}$$

Aufgabe 4.14

Zeige, wie ein Computer die Rechnung $44 - 17$ mit Hilfe des Zweierkomplements im 8-Bit Format durchführt.

Aufgabe 4.14

f 0	0	1	0	1	1	0	0	44_{10}

Aufgabe 4.14

f 0	0	1	0	1	1	0	0	44_{10}
0	0	0	1	0	0	0	1	17_{10}
0	0	0	1	0	0	0	0	
1	1	1	0	1	1	1	1	-17_{10}

Aufgabe 4.14

f 0	0	1	0	1	1	0	0	44_{10}

0	0	0	1	0	0	0	1	17_{10}
0	0	0	1	0	0	0	0	
1	1	1	0	1	1	1	1	-17_{10}

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 44_{10} \\
+ & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -17_{10} \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 27_{10}
\end{array}
$$

Aufgabe 4.15

Zeige, wie ein Computer die Rechnung $77 - 102$ mit Hilfe des Zweierkomplements im 8-Bit Format durchführt.

Aufgabe 4.15

0	1	0	0	1	1	0	1	77_{10}

0	1	1	0	0	1	1	0	102_{10}
0	1	1	0	0	1	0	1	
1	0	0	1	1	0	1	0	-102_{10}

$$
\begin{array}{c cccccccc r}
 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 77_{10} \\
+ & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & -102_{10} \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -25_{10}
\end{array}
$$

Aufgabe 4.16

Zeige, wie ein Computer die Rechnung $-63 - 48$ mit Hilfe des Zweierkomplements im 8-Bit Format durchführt.

Aufgabe 4.16

0	0	1	1	1	1	1	1	63_{10}
0	0	1	1	1	1	1	0	
1	1	0	0	0	0	0	1	-63_{10}

0	0	1	1	0	0	0	0	48_{10}
0	0	1	0	1	1	1	1	
1	1	0	1	0	0	0	0	-48_{10}

$$
\begin{array}{rcccccccccr}
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & & -63_{10} \\
+ & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & & -48_{10} \\
\hline
 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & & -111_{10}
\end{array}
$$

Aufgabe 4.17

Zeige, wie ein Computer die Rechnung $-128 + 64$ mit Hilfe des Zweierkomplements im 8-Bit Format durchführt.

Aufgabe 4.17

1	0	0	0	0	0	0	0	128_{10}
0	1	1	1	1	1	1	1	
1	0	0	0	0	0	0	0	-128_{10}

0	1	0	0	0	0	0	0	64_{10}

$$
\begin{array}{c|cccccccc|r}
 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -128_{10} \\
+ & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 64_{10} \\
\hline
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -64_{10}
\end{array}
$$

Aufgabe 4.18

Berechne das Produkt 1101×11001 der vorzeichenlosen Binärzahlen.

Aufgabe 4.18

$$
\begin{array}{cccccccccccccc}
1 & 1 & 0 & 1 & \times & & & & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 & & & & & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
 & & & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1
\end{array}
$$

Aufgabe 4.19

Berechne das Produkt 1011×10101 der vorzeichenlosen Binärzahlen.

Aufgabe 4.19

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
1 & 0 & 1 & 1 & \times & & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & & & & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 & & & & & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 & & & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
 & & & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

Aufgabe 4.20

Bestimme den Wertebereich für ganze Zahlen, die mit 7 Bit im Zweierkomplement dargestellt werden können.

Aufgabe 4.20

kleinste Zahl: $-2^6 = -64$

grösste Zahl: $2^6 - 1 = 63$

Aufgabe 4.21

Multipliziere die vorzeichenlose Binärzahl 1101_2 mit 16_{10}.

Aufgabe 4.21

$$16_{10} \times 1101_2 = 10000_2 \times 1101_2 = 11010000_2$$

Aufgabe 5.1

Stelle die Dezimalzahl 0.125 im Binärsystem dar.

Aufgabe 5.1

$$0.125 = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 0.001_2$$

Aufgabe 5.2

Stelle die Dezimalzahl 5.75 im Binärsystem dar.

Aufgabe 5.2

$$5.75 = 4 + 1 + 0.5 + 0.25 = 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} = 101.11_2$$

Aufgabe 5.3

Stelle die Zahl 17.325 im Dezimalsystem dar.

Aufgabe 5.3

$$17.375 = 16 + 2 + 0.25 + 0.125 = 2^4 + 2^1 + 2^{-2} + 2^{-3} = 1001.011_2$$

Aufgabe 5.4

Wie lautet die Binärdarstellung der Zahl 0.03125?

Aufgabe 5.4

$$
\begin{array}{ccccccc}
2 & \cdot & 0.03125 & = & 0 & + & 0.0625 \\
2 & \cdot & 0.0625 & = & 0 & + & 0.125 \\
2 & \cdot & 0.125 & = & 0 & + & 0.25 \\
2 & \cdot & 0.25 & = & 0 & + & 0.5 \\
2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0
\end{array}
$$

Aufgabe 5.4

$$\begin{array}{ccccccccc} 2 & \cdot & 0.03125 & = & 0 & + & 0.0625 \\ 2 & \cdot & 0.0625 & = & 0 & + & 0.125 \\ 2 & \cdot & 0.125 & = & 0 & + & 0.25 \\ 2 & \cdot & 0.25 & = & 0 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.03125 = 0.00001_2$

Die Binärziffern werden von oben nach unten abgelesen.

Aufgabe 5.5

Stelle die Binärzahl 0.11_2 im Dezimalsystem dar.

Aufgabe 5.5

$$0.11_2 = 0 + 2^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0.5 + 0.25 = 0.75$$

Aufgabe 5.6

Stelle die Binärzahl 101.101 im Dezimalsystem dar.

Aufgabe 5.6

$$
\begin{aligned}
101.101_2 &= 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-3} \\
&= 4 + 1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{8} = 5 + 0.5 + 0.125 = 5.625
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5.7

Wie lautet die Binärdarstellung der Zahl 0.4?

Aufgabe 5.7

$$
\begin{array}{cccccc}
2 & \cdot & 0.4 & = & \color{blue}{0} & + & 0.8 \\
2 & \cdot & 0.8 & = & \color{blue}{1} & + & 0.6 \\
2 & \cdot & 0.6 & = & \color{blue}{1} & + & 0.2 \\
2 & \cdot & 0.2 & = & \color{blue}{0} & + & 0.4 \\
2 & \cdot & 0.4 & = & \color{red}{0} & + & 0.8 \\
2 & \cdot & 0.8 & = & \color{red}{1} & + & 0.6 \\
2 & \cdot & 0.6 & = & \color{red}{1} & + & 0.2 \\
2 & \cdot & 0.2 & = & \color{red}{0} & + & 0.4 \\
2 & \cdot & \ldots & = & \color{blue}{\ldots} & + & \ldots
\end{array}
$$

Aufgabe 5.7

$$
\begin{array}{ccccccc}
2 & \cdot & 0.4 & = & 0 & + & 0.8 \\
2 & \cdot & 0.8 & = & 1 & + & 0.6 \\
2 & \cdot & 0.6 & = & 1 & + & 0.2 \\
2 & \cdot & 0.2 & = & 0 & + & 0.4 \\
2 & \cdot & 0.4 & = & 0 & + & 0.8 \\
2 & \cdot & 0.8 & = & 1 & + & 0.6 \\
2 & \cdot & 0.6 & = & 1 & + & 0.2 \\
2 & \cdot & 0.2 & = & 0 & + & 0.4 \\
2 & \cdot & \ldots & = & \ldots & + & \ldots
\end{array}
$$

$$0.4 = 0.01100110\ldots_2 = 0.\overline{0110}_2$$

Aufgabe 5.8

Berechne die Binärdarstellung der Zahl 0.35.

Aufgabe 5.8

$$\begin{array}{cccccc}
2 & \cdot & 0.35 & = & \color{green}{0} & + & 0.7 \\
2 & \cdot & 0.7 & = & \color{green}{1} & + & 0.4 \\
2 & \cdot & 0.4 & = & \color{blue}{0} & + & 0.8 \\
2 & \cdot & 0.8 & = & \color{blue}{1} & + & 0.6 \\
2 & \cdot & 0.6 & = & \color{blue}{1} & + & 0.2 \\
2 & \cdot & 0.2 & = & \color{blue}{0} & + & 0.4 \\
2 & \cdot & 0.4 & = & \color{red}{0} & + & 0.8 \\
2 & \cdot & 0.8 & = & \color{red}{1} & + & 0.6 \\
2 & \cdot & 0.6 & = & \color{red}{1} & + & 0.2 \\
2 & \cdot & 0.2 & = & \color{red}{0} & + & 0.4 \\
2 & \cdot & \ldots & = & \color{blue}{\ldots} & + & \ldots
\end{array}$$

Aufgabe 5.8

$$\begin{array}{cccccc}
2 & \cdot & 0.35 & = & 0 & + & 0.7 \\
2 & \cdot & 0.7 & = & 1 & + & 0.4 \\
2 & \cdot & 0.4 & = & 0 & + & 0.8 \\
2 & \cdot & 0.8 & = & 1 & + & 0.6 \\
2 & \cdot & 0.6 & = & 1 & + & 0.2 \\
2 & \cdot & 0.2 & = & 0 & + & 0.4 \\
2 & \cdot & 0.4 & = & 0 & + & 0.8 \\
2 & \cdot & 0.8 & = & 1 & + & 0.6 \\
2 & \cdot & 0.6 & = & 1 & + & 0.2 \\
2 & \cdot & 0.2 & = & 0 & + & 0.4 \\
2 & \cdot & \ldots & = & \ldots & + & \ldots
\end{array}$$

$$0.35 = 0.01011001100110\ldots = 0.01\overline{0110}_2$$

Achtung: Der periodische Anteil beginnt erst bei der dritten Nachkommastelle!

Aufgabe 5.9

Stelle die Zahl -1024 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.9

- Vorzeichen: $-1024 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$ (*sign*)
- Binärdarstellung: $1024 = 2^{10} = 10000000000_2$
- Normalisieren: $10000000000 = 1.0_2 \cdot 2^{10} = m \cdot 2^e$
- Mantisse: $m = 1.0_2 \quad \Rightarrow \quad M = 0_2$
  (Die 1 vor dem Dezimalpunkt wird nicht gespeichert.)
- Exponent: $e = 10 \quad \Rightarrow \quad E = e + \text{bias} = 10 + 127$
  $$= 137 = 128 + 8 + 1$$
  $$= 2^7 + 2^3 + 2^0 = 10001001_2$$
  (Der verschobene Exponent E besteht aus 8 Bit.)

S | EEEEEEEE | MMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMM

1 | 10001001 | 00000000000000000000000 (-1024 in IEEE-754)

Aufgabe 5.10

Stelle die Zahl 0.125 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.10

- Vorzeichen: $0.125 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$ (*sign*)
- Binärdarstellung: $0.125 = \frac{1}{8} = 2^{-3} = 0.001_2$
- Normalisieren: $0.001_2 = 1.0_2 \cdot 2^{-3} = m \cdot 2^e$
- Mantisse: $m = 1.0_2 \quad \Rightarrow \quad M = 0_2$

  (Die 1 vor dem Dezimalpunkt wird nicht gespeichert.)
- Exponent: $e = -3 \quad \Rightarrow \quad E = e + \text{bias}$

$$
\begin{aligned}
&= -3 + 127 = 124 \\
&= 64 + 32 + 16 + 8 + 4 \\
&= 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 \\
&= 01111100_2
\end{aligned}
$$

  (Der verschobene Exponent E besteht aus 8 Bit.)

S | EEEEEEEE | MMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMM

0 | 01111100 | 00000000000000000000000 (0.125 in IEEE-754)

Aufgabe 5.11

Stelle die Zahl -75 im IEEE 754-Format mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.11

Vorzeichen:

Aufgabe 5.11

Vorzeichen: $S = 1$

Aufgabe 5.11

Vorzeichen: $S = 1$

$75 =$

Aufgabe 5.11

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 =$

Aufgabe 5.11

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 =$

Aufgabe 5.11

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 = 1.001011 \cdot 2^6$

Aufgabe 5.11

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 = 1.001011 \cdot 2^6$

Mantisse: $M = 001011$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Aufgabe 5.11

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 = 1.001011 \cdot 2^6$

Mantisse: $M = 001011$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Exponent: $E = 6 + 127 = 133 = 128 + 4 + 1 = 10000101$

Aufgabe 5.11

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 = 1.001011 \cdot 2^6$

Mantisse: $M = 001011$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Exponent: $E = 6 + 127 = 133 = 128 + 4 + 1 = 10000101$

1 | 10000101 | 00101100000000000000000

Aufgabe 5.12

Stelle die Zahl 0.1875 im IEEE 754-Format mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.12

Vorzeichen:

Aufgabe 5.12

Vorzeichen: $S = 0$

Aufgabe 5.12

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\ 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.1875 =$

Aufgabe 5.12

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\ 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.1875 = 0.0011_2 =$

Aufgabe 5.12

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\ 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.1875 = 0.0011_2 = (1).1 \cdot 2^{-3}$

Aufgabe 5.12

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\ 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.1875 = 0.0011_2 = (1).1 \cdot 2^{-3}$

Mantisse: $M = 1$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Aufgabe 5.12

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\ 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.1875 = 0.0011_2 = (1).1 \cdot 2^{-3}$

Mantisse: $M = 1$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Exponent:
$E = -3 + 127 = 124 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 = 01111100_2$

Aufgabe 5.12

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{lllllll} 2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\ 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.1875 = 0.0011_2 = (1).1 \cdot 2^{-3}$

Mantisse: $M = 1$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Exponent:
$E = -3 + 127 = 124 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 = 01111100_2$

`0|01111100|10000000000000000000000`

Aufgabe 5.13

Stelle -9 binär als IEEE 754-Gleitkommazahl (32 Bit) dar.

Aufgabe 5.13

- Vorzeichenbit:

Aufgabe 5.13

- Vorzeichenbit: $S = 1$
- Die Zahl 9 binär darstellen und normalisieren:

Aufgabe 5.13

- Vorzeichenbit: $S = 1$
- Die Zahl 9 binär darstellen und normalisieren:

  $9 = 1001_2 = 1.001_2 \cdot 2^3$

Aufgabe 5.13

- Vorzeichenbit: $S = 1$
- Die Zahl 9 binär darstellen und normalisieren:

  $9 = 1001_2 = 1.001_2 \cdot 2^3$

  Mantisse: $M = 001$; Exponent: $e = 3$

Aufgabe 5.13

- Vorzeichenbit: $S = 1$
- Die Zahl 9 binär darstellen und normalisieren:

  $9 = 1001_2 = 1.001_2 \cdot 2^3$

  Mantisse: $M = 001$; Exponent: $e = 3$

- Den um $B = 127$ vergrösserten Exponenten binär darstellen:

Aufgabe 5.13

- Vorzeichenbit: $S = 1$
- Die Zahl 9 binär darstellen und normalisieren:

  $9 = 1001_2 = 1.001_2 \cdot 2^3$

  Mantisse: $M = 001$; Exponent: $e = 3$
- Den um $B = 127$ vergrösserten Exponenten binär darstellen:

  $E = e + B = 3 + 127 = 130 = 128 + 2 = 10000010_2$

Aufgabe 5.13

- Vorzeichenbit: $S = 1$
- Die Zahl 9 binär darstellen und normalisieren:

  $9 = 1001_2 = 1.001_2 \cdot 2^3$

  Mantisse: $M = 001$; Exponent: $e = 3$
- Den um $B = 127$ vergrösserten Exponenten binär darstellen:

  $E = e + B = 3 + 127 = 130 = 128 + 2 = 10000010_2$
- $-9 = 1\,|\,10000010\,|\,00100000000000000000000_2$

Aufgabe 5.14

Stelle 0.15625 binär als IEEE 754-Gleitkommazahl (32 Bit) dar.

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit:

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$0.15625 \quad \cdot \quad 2 \quad = \quad 0 \quad \text{Ü} \quad 0.3125$$

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$\begin{array}{lcccccl} 0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.3125 \\ 0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.625 \end{array}$$

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$\begin{array}{lcccccl} 0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.3125 \\ 0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.625 \\ 0.625 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.25 \end{array}$$

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

0.15625	$\cdot$	2	$=$	0	Ü	0.3125
0.3125	$\cdot$	2	$=$	0	Ü	0.625
0.625	$\cdot$	2	$=$	1	Ü	0.25
0.25	$\cdot$	2	$=$	0	Ü	0.5

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$\begin{array}{llllll}
0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.3125 \\
0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.625 \\
0.625 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.25 \\
0.25 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.5 \\
0.5 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0
\end{array}$$

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$

- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$\begin{array}{lcccccl}
0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.3125 \\
0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.625 \\
0.625 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.25 \\
0.25 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.5 \\
0.5 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0
\end{array}$$

$0.15625 =$

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$\begin{array}{lcccccl} 0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.3125 \\ 0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.625 \\ 0.625 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.25 \\ 0.25 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.5 \\ 0.5 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0 \end{array}$$

$0.15625 = 0.00101_2 =$

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$
\begin{array}{lcccccl}
0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.3125 \\
0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.625 \\
0.625 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.25 \\
0.25 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.5 \\
0.5 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0
\end{array}
$$

$$0.15625 = 0.00101_2 = 1.01_2 \cdot 2^{-3}$$

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$\begin{array}{lcccccl} 0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.3125 \\ 0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.625 \\ 0.625 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.25 \\ 0.25 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.5 \\ 0.5 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0 \end{array}$$

$0.15625 = 0.00101_2 = 1.01_2 \cdot 2^{-3}$

Mantisse: $M = (1.)01_2$;

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$\begin{array}{lccccl} 0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.3125 \\ 0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.625 \\ 0.625 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.25 \\ 0.25 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.5 \\ 0.5 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0 \end{array}$$

  $0.15625 = 0.00101_2 = 1.01_2 \cdot 2^{-3}$

  Mantisse: $M = (1.)01_2$;

- $E = e + B = -3 + 127 = 124 = 127 - 2 - 1 = 01111100_2$

Aufgabe 5.14

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$\begin{array}{llllll} 0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.3125 \\ 0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.625 \\ 0.625 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.25 \\ 0.25 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.5 \\ 0.5 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0 \end{array}$$

  $0.15625 = 0.00101_2 = 1.01_2 \cdot 2^{-3}$

  Mantisse: $M = (1.)01_2$;

- $E = e + B = -3 + 127 = 124 = 127 - 2 - 1 = 01111100_2$
- $0.15625 = 0\,|\,01111100\,|\,01000000000000000000000_2$

Aufgabe 5.15

Stelle 3.8 binär als IEEE 754-Gleitkommazahl (32 Bit) dar.

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit:

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil: $0.8 \quad \cdot \quad 2 \quad = \quad 1$ Ü 0.6

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil: $\begin{array}{ccccccc} 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.2 \end{array}$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil:
  $$\begin{array}{lllllll} 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.2 \\ 0.2 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.4 \end{array}$$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil:
  $$\begin{array}{ccccccc} 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.2 \\ 0.2 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.4 \\ 0.4 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.8 \end{array}$$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil:
  $$\begin{array}{ccccccc} 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.2 \\ 0.2 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.4 \\ 0.4 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.8 \\ 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \end{array}$$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil:
$$\begin{array}{ccccccc} 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.2 \\ 0.2 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.4 \\ 0.4 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.8 \\ 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ \ldots & & & & & & \end{array}$$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil:
  $$\begin{array}{cccccccc} 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.2 \\ 0.2 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.4 \\ 0.4 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.8 \\ 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ \ldots & & & & & & \end{array}$$

  $3.8 = 11.\overline{1100}_2 = 1.1\overline{1100}_2 \cdot 2^1$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil:
  $$\begin{array}{lcccccl} 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.2 \\ 0.2 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.4 \\ 0.4 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.8 \\ 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ \ldots & & & & & & \end{array}$$

  $3.8 = 11.\overline{1100}_2 = 1.1\overline{1100}_2 \cdot 2^1$

  $M \approx 11100110011001100110011_2$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil:
  $$\begin{array}{ccccccc} 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.2 \\ 0.2 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.4 \\ 0.4 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.8 \\ 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ \ldots & & & & & & \end{array}$$

  $3.8 = 11.\overline{1100}_2 = 1.1\overline{1100}_2 \cdot 2^1$

  $M \approx 11100110011001100110011_2$

- $E = e + B = 1 + 127 = 128 = 10000000_2$

Aufgabe 5.15

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

  ganzzahliger Anteil: $3 = 11_2$

  gebrochener Anteil:
  $$\begin{array}{cccccccc} 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.2 \\ 0.2 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.4 \\ 0.4 & \cdot & 2 & = & 0 & \text{Ü} & 0.8 \\ 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \text{Ü} & 0.6 \\ \ldots \end{array}$$

  $3.8 = 11.\overline{1100}_2 = 1.1\overline{1100}_2 \cdot 2^1$

  $M \approx 11100110011001100110011_2$
- $E = e + B = 1 + 127 = 128 = 10000000_2$
- $3.8 \approx 0\,|\,10000000\,|\,11100110011001100110011_2$

Aufgabe 5.16

Stelle die folgende IEEE 754-Gleitkommazahl in Dezimalform dar.

11000000110010000000000000000000

Aufgabe 5.16

- Vorzeichen:

Aufgabe 5.16

- Vorzeichen: $S = 1$ (negative Zahl)

Aufgabe 5.16

- Vorzeichen: $S = 1$ (negative Zahl)
- Exponent: $E = 10000001_2 = 129$

Aufgabe 5.16

- Vorzeichen: $S = 1$ (negative Zahl)
- Exponent: $E = 10000001_2 = 129$

  $e = E - B = 129 - 127 = 2$

Aufgabe 5.16

- Vorzeichen: $S = 1$ (negative Zahl)
- Exponent: $E = 10000001_2 = 129$

  $e = E - B = 129 - 127 = 2$
- Mantisse $M = (1.)1001_2$

Aufgabe 5.16

- Vorzeichen: $S = 1$ (negative Zahl)
- Exponent: $E = 10000001_2 = 129$

  $e = E - B = 129 - 127 = 2$
- Mantisse $M = (1.)1001_2$

  $1.1001_2 \cdot 2^2 = 110.01_2 = 4 + 2 + 0.25 = 6.25$

Aufgabe 5.16

- Vorzeichen: $S = 1$ (negative Zahl)
- Exponent: $E = 10000001_2 = 129$

  $e = E - B = 129 - 127 = 2$
- Mantisse $M = (1.)1001_2$

  $1.1001_2 \cdot 2^2 = 110.01_2 = 4 + 2 + 0.25 = 6.25$
- $1\,|\,10000001\,|\,10010000000000000000000_2 = -6.25$

Aufgabe 5.17

Stelle die folgende IEEE 754-Gleitkommazahl in Dezimalform dar.

11000011011010101000000000000000

Aufgabe 5.17

- Vorzeichen: -1

Aufgabe 5.17

- Vorzeichen: -1
- Exponent:
  $e = E - B = 10000110_2 - 127 = 128 + 4 + 2 - 127 = 7$

Aufgabe 5.17

- Vorzeichen: -1
- Exponent:
  $e = E - B = 10000110_2 - 127 = 128 + 4 + 2 - 127 = 7$
- $(1.)11010101 \cdot 2^7$

Aufgabe 5.17

- Vorzeichen: -1
- Exponent:
  $e = E - B = 10000110_2 - 127 = 128 + 4 + 2 - 127 = 7$
- $(1.)11010101 \cdot 2^7 = 11101010.1$

Aufgabe 5.17

- Vorzeichen: -1
- Exponent:
  $e = E - B = 10000110_2 - 127 = 128 + 4 + 2 - 127 = 7$
- $$\begin{aligned}(1.)11010101 \cdot 2^7 &= 11101010.1 \\ &= 128 + 64 + 32 + 8 + 2 + 0.5\end{aligned}$$

Aufgabe 5.17

- Vorzeichen: -1
- Exponent:
  $e = E - B = 10000110_2 - 127 = 128 + 4 + 2 - 127 = 7$
- $$\begin{aligned}(1.)11010101 \cdot 2^7 &= 11101010.1 \\ &= 128 + 64 + 32 + 8 + 2 + 0.5 = 234.5\end{aligned}$$

Aufgabe 5.17

- Vorzeichen: -1
- Exponent:
  $e = E - B = 10000110_2 - 127 = 128 + 4 + 2 - 127 = 7$
- $$(1.)11010101 \cdot 2^7 = 11101010.1$$
  $$= 128 + 64 + 32 + 8 + 2 + 0.5 = 234.5$$
- $v = -234.5$

Aufgabe 5.18

Stelle die folgende IEEE 754-Gleitkommazahl in Dezimalform dar.

01000001110010010000000000000000

Aufgabe 5.18

- Vorzeichen:

Aufgabe 5.18

- Vorzeichen: $S = 0$ (positiv)

Aufgabe 5.18

- Vorzeichen: $S = 0$ (positiv)
- Exponent:

Aufgabe 5.18

- Vorzeichen: $S = 0$ (positiv)
- Exponent:

$$\begin{aligned} e &= E - B = 10000011_2 - 127 \\ &= 128 + 2 + 1 - 127 = 131 - 127 = 4 \end{aligned}$$

Aufgabe 5.18

- Vorzeichen: $S = 0$ (positiv)
- Exponent:

  $$\begin{aligned} e &= E - B = 10000011_2 - 127 \\ &= 128 + 2 + 1 - 127 = 131 - 127 = 4 \end{aligned}$$

- $(1.)10010010000000000000000 \cdot 2^4$

Aufgabe 5.18

- Vorzeichen: $S = 0$ (positiv)
- Exponent:

  $$\begin{aligned} e &= E - B = 10000011_2 - 127 \\ &= 128 + 2 + 1 - 127 = 131 - 127 = 4 \end{aligned}$$

- $(1.)10010010000000000000000 \cdot 2^4 \quad = 11001.001$

Aufgabe 5.18

- Vorzeichen: $S = 0$ (positiv)
- Exponent:

  $$e = E - B = 10000011_2 - 127$$
  $$= 128 + 2 + 1 - 127 = 131 - 127 = 4$$

- $(1.)10010010000000000000000 \cdot 2^4 \quad = 11001.001$

  $= 16 + 8 + 1 + 0.125$

Aufgabe 5.18

- Vorzeichen: $S = 0$ (positiv)
- Exponent:

  $$\begin{aligned} e = E - B &= 10000011_2 - 127 \\ &= 128 + 2 + 1 - 127 = 131 - 127 = 4 \end{aligned}$$

- $(1.)10010010000000000000000 \cdot 2^4 \quad = 11001.001$

  $= 16 + 8 + 1 + 0.125 = 25.125$

Aufgabe 5.18

- Vorzeichen: $S = 0$ (positiv)
- Exponent:

  $$e = E - B = 10000011_2 - 127$$
  $$= 128 + 2 + 1 - 127 = 131 - 127 = 4$$

- $(1.)10010010000000000000000 \cdot 2^4 \quad = 11001.001$
  $= 16 + 8 + 1 + 0.125 = 25.125$
- $v = 25.125$

Aufgabe 5.19

Gib die Binärdarstellung von $-\infty$ im IEEE 754-Format an. (32 Bit)

Aufgabe 5.19

1|11111111|00000000000000000000000

Aufgabe 5.20

Was stellt der Wert 0111111110110011001100110011 im IEEE 754-Standard dar?

Aufgabe 5.20

Es handelt sich um eine NaN (not a number), da alle Exponentenbits 1 sind und die Mantisse nicht null ist.

Aufgabe 5.21

Die IEEE 754-Gleitkommazahl
01000001011100000000000000000000 wird mit 2 multipliziert.
Bestimme das Resultat ohne Umrechnung ins Dezimalsystem.

Aufgabe 5.21

0|10000010|11100000000000000000000

Durch Multiplikation mit 2 wird der Exponent um 1 erhöht:

0|10000011|11100000000000000000000

Aufgabe 5.22

Stelle die Zahl 8.0 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.22

Vorzeichen: $8 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Aufgabe 5.22

Vorzeichen: $8 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $8 = 1000_2$

Aufgabe 5.22

Vorzeichen: $8 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $8 = 1000_2$

Normalform: $1000_2 = 1.0_2 \cdot 2^3$

Aufgabe 5.22

Vorzeichen: $8 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $8 = 1000_2$

Normalform: $1000_2 = 1.0_2 \cdot 2^3$

Exponent: $E = 3 + 127 = 128 + 2 = 10000010_2$

Aufgabe 5.22

Vorzeichen: $8 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $8 = 1000_2$

Normalform: $1000_2 = 1.0_2 \cdot 2^3$

Exponent: $E = 3 + 127 = 128 + 2 = 10000010_2$

Mantisse: $M = (1.)0_2$

Aufgabe 5.22

Vorzeichen: $8 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $8 = 1000_2$

Normalform: $1000_2 = 1.0_2 \cdot 2^3$

Exponent: $E = 3 + 127 = 128 + 2 = 10000010_2$

Mantisse: $M = (1.)0_2$

IEEE 754-Darstellung von 8.0:

0 | 10000010 | 00000000000000000000000

Aufgabe 5.23

Stelle die Zahl -75 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.23

Vorzeichen:

Aufgabe 5.23

Vorzeichen: $S = 1$

Aufgabe 5.23

Vorzeichen: $S = 1$

$75 =$

Aufgabe 5.23

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 =$

Aufgabe 5.23

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 =$

Aufgabe 5.23

Vorzeichen: $S = 1$

$$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 = 1.001011 \cdot 2^6$$

Aufgabe 5.23

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 = 1.001011 \cdot 2^6$

Mantisse: $M = 001011$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Aufgabe 5.23

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 = 1.001011 \cdot 2^6$

Mantisse: $M = 001011$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Exponent: $E = 6 + 127 = 133 = 128 + 4 + 1 = 10000101$

Aufgabe 5.23

Vorzeichen: $S = 1$

$75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011 = 1.001011 \cdot 2^6$

Mantisse: $M = 001011$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Exponent: $E = 6 + 127 = 133 = 128 + 4 + 1 = 10000101$

1 | 10000101 | 00101100000000000000000

Aufgabe 5.24

Stelle die Zahl 0.1875 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.24

Vorzeichen:

Aufgabe 5.24

Vorzeichen: $S = 0$

Aufgabe 5.24

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{lllllll}
2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\
2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\
2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\
2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0
\end{array}$$

$0.1875 =$

Aufgabe 5.24

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{ccccccc}
2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\
2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\
2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\
2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0
\end{array}$$

$0.1875 = 0.0011_2 =$

Aufgabe 5.24

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{cclcccl} 2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\ 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.1875 = 0.0011_2 = (1).1 \cdot 2^{-3}$

Aufgabe 5.24

Vorzeichen: $S = 0$

$$
\begin{array}{ccccccc}
2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\
2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\
2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\
2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0
\end{array}
$$

$0.1875 = 0.0011_2 = (1).1 \cdot 2^{-3}$

Mantisse: $M = 1$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Aufgabe 5.24

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\ 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.1875 = 0.0011_2 = (1).1 \cdot 2^{-3}$

Mantisse: $M = 1$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Exponent:
$E = -3 + 127 = 124 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 = 01111100_2$

Aufgabe 5.24

Vorzeichen: $S = 0$

$$\begin{array}{ccccccccc} 2 & \cdot & 0.1875 & = & 0 & + & 0.375 \\ 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.1875 = 0.0011_2 = (1).1 \cdot 2^{-3}$

Mantisse: $M = 1$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

Exponent:
$E = -3 + 127 = 124 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 = 01111100_2$

0|01111100|10000000000000000000000

Aufgabe 5.25

Stelle die Zahl -25.0 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.25

Vorzeichen: $-25 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Aufgabe 5.25

Vorzeichen: $-25 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung: $25 = 16 + 8 + 1 = 11001_2$

Aufgabe 5.25

Vorzeichen: $-25 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung: $25 = 16 + 8 + 1 = 11001_2$

Normalform: $11001_2 = 1.1001_2 \cdot 2^4$

Aufgabe 5.25

Vorzeichen: $-25 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung: $25 = 16 + 8 + 1 = 11001_2$

Normalform: $11001_2 = 1.1001_2 \cdot 2^4$

Exponent: $E = 4 + 127 = 128 + 3 = 10000011_2$

Aufgabe 5.25

Vorzeichen: $-25 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung: $25 = 16 + 8 + 1 = 11001_2$

Normalform: $11001_2 = 1.1001_2 \cdot 2^4$

Exponent: $E = 4 + 127 = 128 + 3 = 10000011_2$

Mantisse: $M = (1.)1001_2$

Aufgabe 5.25

Vorzeichen: $-25 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung: $25 = 16 + 8 + 1 = 11001_2$

Normalform: $11001_2 = 1.1001_2 \cdot 2^4$

Exponent: $E = 4 + 127 = 128 + 3 = 10000011_2$

Mantisse: $M = (1.)1001_2$

IEEE 754-Darstellung von -25.0:

1 | 10000011 | 10010000000000000000000

Aufgabe 5.26

Stelle die Zahl 13.75 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.26

Vorzeichen: $13.75 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Aufgabe 5.26

Vorzeichen: $13.75 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $13.75 = 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.25 = 1101.11_2$

Aufgabe 5.26

Vorzeichen: $13.75 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $13.75 = 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.25 = 1101.11_2$

Normalisieren: $1101.11_2 = 1.10111_2 \cdot 2^3$

Aufgabe 5.26

Vorzeichen: $13.75 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $13.75 = 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.25 = 1101.11_2$

Normalisieren: $1101.11_2 = 1.10111_2 \cdot 2^3$

Exponent: $E = 3 + 127 = 128 + 2 = 10000010_2$

Aufgabe 5.26

Vorzeichen: $13.75 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $13.75 = 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.25 = 1101.11_2$

Normalisieren: $1101.11_2 = 1.10111_2 \cdot 2^3$

Exponent: $E = 3 + 127 = 128 + 2 = 10000010_2$

Mantisse: $M = (1.)10111_2$

Aufgabe 5.26

Vorzeichen: $13.75 > 0 \quad \Rightarrow \quad S = 0$

Binärdarstellung: $13.75 = 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.25 = 1101.11_2$

Normalisieren: $1101.11_2 = 1.10111_2 \cdot 2^3$

Exponent: $E = 3 + 127 = 128 + 2 = 10000010_2$

Mantisse: $M = (1.)10111_2$

IEEE 754-Darstellung von 13.75:

0 | 10000010 | 10111000000000000000000

Aufgabe 5.27

Stelle die Zahl -0.375 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.27

Vorzeichen: $-0.375 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Aufgabe 5.27

Vorzeichen: $-0.375 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung:
$$
\begin{array}{ccccccc}
2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\
2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\
2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0
\end{array}
$$

$0.375 = 0.011_2$

Aufgabe 5.27

Vorzeichen: $-0.375 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung:
$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.375 = 0.011_2$

Normalisieren: $0.011_2 = 1.1_2 \cdot 2^{-2}$

Aufgabe 5.27

Vorzeichen: $-0.375 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung:
$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.375 = 0.011_2$

Normalisieren: $0.011_2 = 1.1_2 \cdot 2^{-2}$

Exponent: $E = -2 + 127 = 127 - 2 = 01111101_2$

Aufgabe 5.27

Vorzeichen: $-0.375 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung:
$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.375 = 0.011_2$

Normalisieren: $0.011_2 = 1.1_2 \cdot 2^{-2}$

Exponent: $E = -2 + 127 = 127 - 2 = 01111101_2$

Mantisse: $M = (1.)1_2$

Aufgabe 5.27

Vorzeichen: $-0.375 < 0 \quad \Rightarrow \quad S = 1$

Binärdarstellung:
$$\begin{array}{cccccc} 2 & \cdot & 0.375 & = & 0 & + & 0.75 \\ 2 & \cdot & 0.75 & = & 1 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.375 = 0.011_2$

Normalisieren: $0.011_2 = 1.1_2 \cdot 2^{-2}$

Exponent: $E = -2 + 127 = 127 - 2 = 01111101_2$

Mantisse: $M = (1.)1_2$

IEEE 754-Darstellung von -0.375:

1 | 01111101 | 1000000000000000000000

Aufgabe 5.28

Stelle die IEEE 754-Zahl 01000001101000000000000000000000 dezimal dar.

Aufgabe 5.28

0 | 10000011 | 01000000000000000000000

Aufgabe 5.28

0|10000011|01000000000000000000000

$S = +1$

Aufgabe 5.28

0|10000011|01000000000000000000000

$S = +1$

$E = 10000011 = 128 + 2 + 1 = 131 \quad \Rightarrow \quad e = 131 - 127 = 4$

Aufgabe 5.28

`0|10000011|01000000000000000000000`

$S = +1$

$E = 10000011 = 128 + 2 + 1 = 131 \quad \Rightarrow \quad e = 131 - 127 = 4$

$M = 010\ldots \quad \Rightarrow \quad m = 1.01$

Aufgabe 5.28

0 | 10000011 | 01000000000000000000000

$S = +1$

$E = 10000011 = 128 + 2 + 1 = 131 \quad \Rightarrow \quad e = 131 - 127 = 4$

$M = 010\ldots \quad \Rightarrow \quad m = 1.01$

Normalform: $+1.01 \cdot 2^4 = 10100 = 16 + 4 = +20.0$

Aufgabe 5.29

Stelle die IEEE 754-Zahl 10111110000000000000000000000000 dezimal dar.

Aufgabe 5.29

1|01111100|00000000000000000000000

Aufgabe 5.29

1 | 01111100 | 00000000000000000000000

$S = -1$

Aufgabe 5.29

1 | 01111100 | 00000000000000000000000

$S = -1$

$E = 01111100 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 = 124 \quad \Rightarrow$
$e = 124 - 127 = -3$

Aufgabe 5.29

`1|01111100|00000000000000000000000`

$S = -1$

$E = 01111100 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 = 124 \quad \Rightarrow$
$e = 124 - 127 = -3$

$M = 00\ldots \quad \Rightarrow \quad m = 1.0$

Aufgabe 5.29

1 | 01111100 | 00000000000000000000000

$S = -1$

$E = 01111100 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 = 124 \quad \Rightarrow$
$e = 124 - 127 = -3$

$M = 00\dots \quad \Rightarrow \quad m = 1.0$

Normalform: $-1.0 \cdot 2^{-3} = 0.001 = \frac{1}{8} = -0.125$

Aufgabe 5.30

Welchen Wert stellen die folgenden Bitmuster im IEEE 754-Standard dar?

(a) 0|11111111|00000000000000000000001

(b) 1|00000000|00000000000000000000000

(c) 1|11111111|00000000000000000000000

Aufgabe 5.30

(a) $\texttt{0|11111111|00000000000000000000001} = \texttt{NaN}$

(b) $\texttt{1|00000000|00000000000000000000000} = -0 = 0$

(c) $\texttt{1|11111111|00000000000000000000000} = -\infty$

Aufgabe 5.31

Ordne die Zahlen in IEEE 754-Darstellung in aufsteigender Reihenfolge

- $a = 0 | 01011110 | 00000000000000000000001$
- $b = 1 | 11011110 | 00100000000000000000000$
- $c = 0 | 00111110 | 00000000000000000000010$
- $d = 1 | 00000000 | 00000000000000000000000$
- $e = 1 | 11011111 | 00000100000000000000000$

Aufgabe 5.31

- $a = 0|01011110|00000000000000000000001$
- $b = 1|11011110|00100000000000000000000$
- $c = 0|00111110|00000000000000000000010$
- $d = 1|00000000|00000000000000000000000$
- $e = 1|11011111|00000100000000000000000$

x und y sind zwei Zahlen in Normalform $m \cdot 2^e$, mit $0 < m \leq 1$ und $e \in \mathbb{Z}$.

- Ist der Exponent von x grösser als der von y, dann ist x grösser als y.
- Sind die Exponenten von x und y gleich gross und die Mantisse von x grösser als die von y, dann ist x grösser als y.
- Sind zwei Zahlen negativ, dann vergleich man sie wie positive Zahlen und ersetzt $<$ durch $>$ bzw. $>$ durch $<$.
- Haben zwei Zahlen unterschiedliches Vorzeichen, dann ist die negative Zahl kleiner als die positive.

$$\Rightarrow \quad e < b < d < c < a$$