Aufgabe 1

$\Sigma = \{0, 1\}$

$$\begin{aligned}\Sigma^2 \cup \Sigma^3 &= \{00, 01, 10, 11\} \cup \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\} \\ &= \{00, 01, 10, 11, 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2

$\Sigma = \{0, 1\}$
An jeder der 5 Positionen kann jeweils eines von 2 Symbole stehen:
$|\Sigma|^5 = 2^5 = 32$ Wörter

Aufgabe 3

$\Sigma = \{a, b\}$; $x = aaba$, $y = bab$

(a) $yxy = aababababaaba$

(b) $y^2 = babbab$

(c) $x\varepsilon = aaba$

(d) $|x^8y^7| = |x^8| + |y^7| = 8|x| + 7|y| = 8 \cdot 4 + 7 \cdot 3 = 32 + 21 = 53$

(e) $|x^3y^3|_b = 3|x|_b + 3|y|_b = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9$

(f) $|x^3y^3|_a = 3|x|_a + 3|y|_a = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 12$

Aufgabe 4

Gegeben: $w = 20112$ mit $\Sigma = \{0, 1, 2\}$

(a) Infixe von w: (der Länge nach geordnet)

ε, 2, 0, 1, 20, 01, 11, 12, 201 011, 112, 2011, 0112, 20112

(b) Präfixe von w:

ε, 2, 20, 201, 2011, 20112

(c) Suffixe von w:

ε, 2, 12, 112, 0112, 20112

Aufgabe 5

$\Sigma = \{A, B, C\}$

$|\Sigma|^1 = 3^1 = 3$ Wörter

$|\Sigma|^2 = 3^2 = 9$ Wörter

$|\Sigma|^3 = 3^3 = 27$ Wörter

Insgsamt: 39 Wörter

Aufgabe 6

$L_1 = \{1\}$, $L_2 = \{\varepsilon, 2\}$, $L_3 = \{1, 2, 3\}$,

(a) $L_1 \cup L_2 = \{\varepsilon, 1, 2\}$

(b) $L_1 \circ L_2 = \{1, 12\}$

(c) $L_2 \circ L_1 = \{1, 21\}$

(d) $L_1^4 = L_1 \circ L_1 \circ L_1 \circ L_1 = \{1111\}$

(e) ${L_2}^2 = L_2 \circ L_2 = \{\varepsilon, 2, 22\}$

(f) ${L_1}^* = L_1^0 \cup L_1^1 \cup L_1^2 \cup \ldots = \{\varepsilon, 1, 11, 111, 1111, \ldots\}$

(g) ${L_3}^* = \{\varepsilon, 1, 2, 3, 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33, \ldots\}$