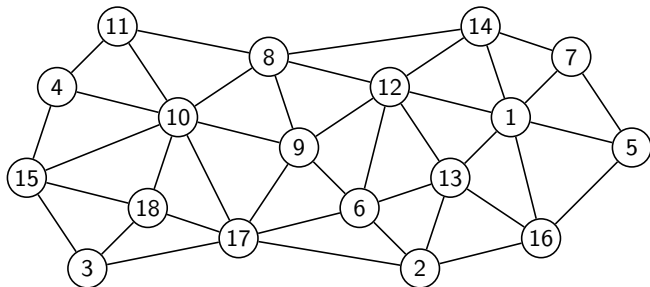


# Der Algorithmus von Hierholzer

## Übungen

# Aufgabe 1

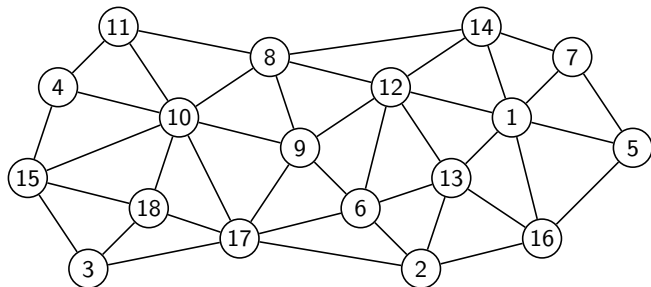
Gegeben ist folgender Graph.



Handelt es sich bei der Knotenfolge um (k)einen Pfad, einen Zyklus, oder einen Kreis?

- (a) (17, 9, 12, 6, 9, 8)
- (b) (2, 16, 1, 5, 14, 7)
- (c) (3, 17, 6, 13, 12, 9, 10, 18, 3)
- (d) (15, 10, 9, 8, 10, 18, 15)

# Aufgabe 1



- (a) (17, 9, 12, 6, 9, 8) Pfad
- (b) (2, 16, 1, 5, 14, 7) kein Pfad, denn  $\{5, 14\}$  ist keine Kante
- (c) (3, 17, 6, 13, 12, 9, 10, 18, 3) Kreis
- (d) (15, 10, 9, 8, 10, 18, 15) Zyklus

## Aufgabe 2

Welche der folgenden Angaben definieren *keinen* gültigen ungerichteten einfachen Graphen  $G = (V, E)$ ?

*Hinweis:* In einem einfachen Graphen gibt es zwischen zwei Knoten höchstens eine Kante und kein Knoten ist durch eine Kante mit sich selber verbunden.

- (a)  $|V| = 8, |E| = 3$
- (b)  $|V| = 4, |E| = 8$
- (c)  $\deg(G) = 24, |V| = 8$
- (d)  $\deg(G) = 14, |E| = 7$

## Aufgabe 2

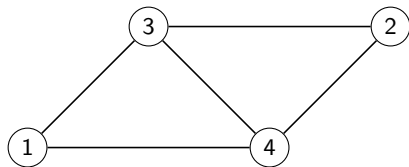
- (a)  $|V| = 8, |E| = 3$  (möglich)
- (b)  $|V| = 4, |E| = 8$  ungültig (zu viele Kanten)
- (c)  $\deg(G) = 24, |V| = 8$  (möglich)

Der Graph muss  $|E| = 24/2 = 12$  Kanten haben, was bei 8 Knoten problemlos möglich ist. (Maximal wären  $8 \cdot 7/2 = 28$  Kanten möglich.)

- (d)  $\deg(G) = 14, |E| = 7$  (möglich)

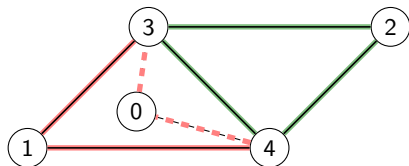
## Aufgabe 3

Existiert eine Eulertour oder ein Eulerpfad? Falls ja, bestimme eine(n) mit dem Algorithmus von Hierholzer. Gibt es auch ein Hamiltonkreis? Wenn ja, gib einen an.



## Aufgabe 3

Füge Scheinknoten 0 und Scheinkanten  $\{0, 3\}$ ,  $\{0, 4\}$  ein:



$$P_E = (0, 3, 1, 4, 0)$$

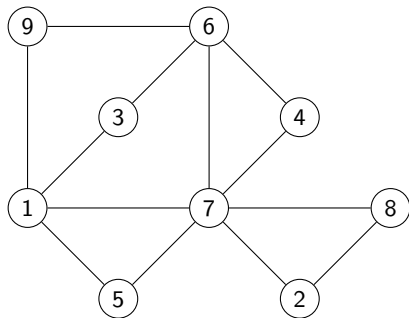
$$P_E = (0, 3, 2, 4, 3, 1, 4, 0)$$

$$P_E = (3, 2, 4, 3, 1, 4) \text{ (entferne Scheinknoten)}$$

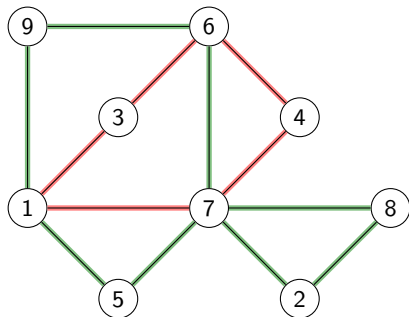
$$P_H = (1, 4, 2, 3, 1)$$

## Aufgabe 5

Existiert eine Eulertour oder ein Eulerpfad? Falls ja, bestimme eine(n) mit dem Algorithmus von Hierholzer. Gibt es auch ein Hamiltonkreis? Wenn ja, gib einen an.



## Aufgabe 5



$$P_E = (1)$$

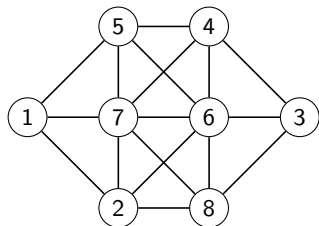
$$P_E = (1, 3, 6, 4, 7, 1)$$

$$P_E = (1, 5, 7, 2, 8, 7, 6, 9, 1, 3, 6, 4, 7, 1)$$

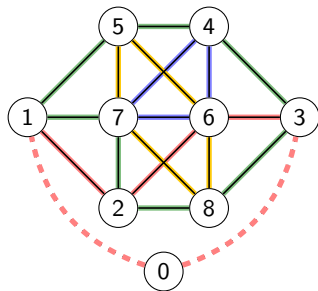
Es existiert weder ein Hamiltonkreis noch ein Hamiltonpfad.

## Aufgabe 6

Existiert eine Eulertour oder ein Eulerpfad? Falls ja, bestimme eine(n) mit dem Algorithmus von Hierholzer. Gibt es auch ein Hamiltonkreis? Wenn ja, gib einen an.



## Aufgabe 6



p Füge eine Scheinkante 0 und die Kanten  $\{0, 1\}$ ,  $\{0, 3\}$  ein.

$$P_E = (0)$$

$$P_E = (0, 1, 2, 6, 3, 0)$$

$$P_E = (0, 1, 5, 4, 3, 8, 2, 7, 1, 2, 6, 3, 0)$$

$$P_E = (0, 1, 5, 4, 6, 7, 4, 3, 8, 2, 7, 1, 2, 6, 3, 0)$$

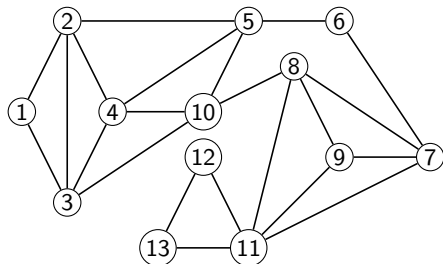
$$P_E = (0, 1, 5, 6, 8, 7, 5, 4, 6, 7, 4, 3, 8, 2, 7, 1, 2, 6, 3, 0)$$

$$P_E = (1, 5, 6, 8, 7, 5, 4, 6, 7, 4, 3, 8, 2, 7, 1, 2, 6, 3) \text{ (Scheinknoten entfernen)}$$

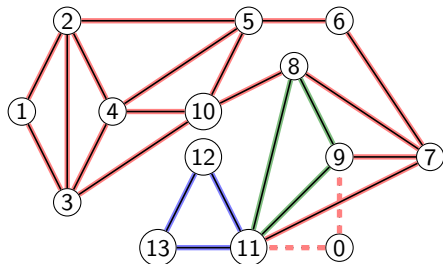
$$P_H = (1, 2, 8, 3, 4, 5, 6, 7, 1)$$

## Aufgabe 7

Überprüfe, ob eine Eulertour oder ein Eulerpfad existiert. Falls ja, bestimme eine (einen) mit dem Algorithmus von Hierholzer. Gibt es auch einen Hamiltonkreis oder einen Hamiltonweg? Wenn ja, gib einen an.



## Aufgabe 7



Scheinknoten 0 und Scheinkanten  $\{0, 9\}$ ,  $\{0, 11\}$  einfügen.

$$P_E = (0)$$

$$P_E = (0, 9, 7, 6, 5, 2, 1, 3, 2, 4, 3, 10, 5, 4, 10, 8, 7, 11, 0)$$

$$P_E = (0, 9, 7, 6, 5, 2, 1, 3, 2, 4, 3, 10, 5, 4, 10, 8, 9, 11, 8, 7, 11, 0)$$

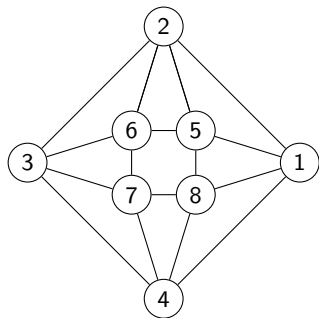
$$P_E = (0, 9, 7, 6, 5, 2, 1, 3, 2, 4, 3, 10, 5, 4, 10, 8, 9, 11, 12, 13, 11, 8, 7, 11, 0)$$

$$P_E = (9, 7, 6, 5, 2, 1, 3, 2, 4, 3, 10, 5, 4, 10, 8, 9, 11, 12, 13, 11, 8, 7, 11)$$

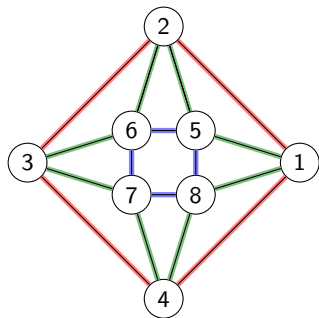
$$P_H = (1, 2, 3, 4, 10, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13) \text{ Hamiltonpfad}$$

## Aufgabe 8

Existiert eine Eulertour oder ein Eulerpfad? Falls ja, bestimme eine(n) mit dem Algorithmus von Hierholzer. Gibt es auch ein Hamiltonkreis? Wenn ja, gib einen an.



## Aufgabe 8



$$P_E = (1)$$

$$P_E = (1, 2, 3, 4, 1)$$

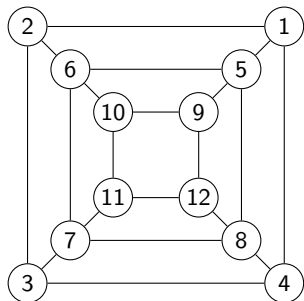
$$P_E = (1, 5, 2, 6, 3, 7, 4, 8, 1, 2, 3, 4, 1)$$

$$P_E = (1, 5, 6, 7, 8, 5, 2, 6, 3, 7, 4, 8, 1, 2, 3, 4, 1)$$

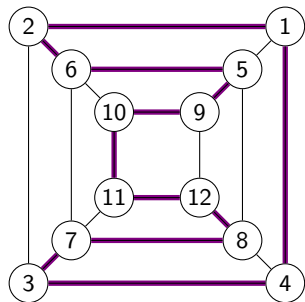
$$P_H = (1, 2, 3, 6, 5, 8, 7, 4, 1)$$

## Aufgabe 9

Existiert eine Eulertour oder ein Eulerpfad? Falls ja, bestimme eine(n) mit dem Algorithmus von Hierholzer. Gibt es auch ein Hamiltonkreis? Wenn ja, gib einen an.



## Aufgabe 9



Es gibt weder eine Eulertour noch einen Eulerpfad, da der Graph 8 Knoten mit ungeradem Grad hat.

$$P_H = (1, 2, 6, 5, 9, 10, 11, 12, 8, 7, 3, 4, 1)$$