

Aufgabe 1.1

(a) $2^9 = 512$

(c) $2^6 = 64$

(e) $2^3 = 8$

(b) $2^{10} = 1024$

(d) $2^0 = 1$

(f) $2^5 = 32$

Aufgabe 1.2

(a) $\log_2 512 = 9$

(d) $\log_2 64 = 6$

(b) $\log_2 1024 = 10$

(e) $\log_2 256 = 8$

(c) $\log_2 32 = 5$

(f) $\log_2 128 = 7$

Aufgabe 1.3

(a) $\lfloor 46.508 \rfloor = 46$

(d) $\lceil -59 \rceil = -59$

(b) $\lfloor 14 \rfloor = 14$

(e) $\lfloor \frac{7}{3} \rfloor = \lfloor 2\frac{1}{3} \rfloor = 2$

(c) $\lceil -87.112 \rceil = -87$

(f) $\lceil \sqrt{23} \rceil < \lceil \sqrt{25} \rceil = 5$

Aufgabe 1.4

(a) $17 \bmod 3 = 2$

(d) $8775 \bmod 100 = 75$

(b) $36 \bmod 4 = 0$

(e) $1234 \bmod 2 = 0$

(c) $907 \bmod 2 = 1$

(f) $7 \bmod 31 = 7$

Aufgabe 1.5

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

$$L = \{aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc\}$$

Aufgabe 1.6

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

Alle Zeichen der Länge 2: 00, 01, 10, 11

Alle Zeichen der Länge 1: 0, 1

Alle Zeichen der Länge 0: ε (das leere Wort)

$$L = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11\}$$

Aufgabe 1.7

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

- (a) Alle Wörter der Länge 3 mit Zeichen aus Σ :

000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111

- (b) Anzahl der Wörter der Länge 5 mit Zeichen aus Σ :

$$2^5 = 32$$

Aufgabe 1.8

Ein Code ist eine Abbildung (Synonym: Funktion), die jedem Wort w einer Sprache L_1 umkehrbar eindeutig ein Wort v einer Sprache L_2 zuordnet.

Aufgabe 1.9

....	.	..	..	---	..	---	..	..	..
H	E	L	L	O	W	O	R	L	D

Aufgabe 1.10

- **Unicode:** Ordnet jedem Schriftzeichen dieser Welt eindeutig eine Nummer zu.
- **IATA-Flughafen-Code:** Ordnet einem Flughafen einen Code aus drei Buchstaben zu. *Beispiele:*

Flughafen	IATA-Code
Buochs	BXO
Zürich	ZRH

- **Morsecode:** Ordnet bestimmten Buchstaben, Ziffern und Satzzeichen eine Folge aus Punkten und Strichen (kurzen und langen Symbolen) zu.

Aufgabe 2.1

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| (a) 3 Bits $\Rightarrow$ 8 Zustände | (d) 8 Bits $\Rightarrow$ 256 Zustände |
| (b) 2 Bits $\Rightarrow$ 4 Zustände | (e) 6 Bits $\Rightarrow$ 64 Zustände |
| (c) 5 Bits $\Rightarrow$ 32 Zustände | (f) 7 Bits $\Rightarrow$ 128 Zustände |

Aufgabe 2.2

- (a) Die 60 Minuten einer Stunde
 $\Rightarrow \lceil \log_2 60 \rceil = \log_2 64 = 6$ Bit
- (b) Die sieben Zwerge
 $\Rightarrow \lceil \log_2 7 \rceil = \log_2 8 = 3$ Bit
- (c) Das Ergebnis eines Münzwurfs (Kopf oder Zahl)
 $\Rightarrow \lceil \log_2 2 \rceil = \log_2 2 = 1$ Bit
- (d) Die 460 Kollegischüler
 $\Rightarrow \lceil \log_2 460 \rceil = \log_2 512 = 9$ Bit
- (e) Die 84 Millionen Einwohner Deutschlands:
Wir ersetzen 10^3 näherungsweise durch 2^{10} und machen die Zahl etwas grösser, um sie als Zweierpotenz darstellen zu können.
$$84 \cdot 10^6 = 84 \cdot (10^3)^2 \approx 84 \cdot (2^{10})^2 = 84 \cdot 2^{20} \leq 128 \cdot 2^{20} = 2^7 \cdot 2^{20} = 2^{27}$$

Somit benötigen wir mindestens 27 Bit, um jedem Einwohner Deutschlands eine Nummer zuzuordnen.

Aufgabe 2.3

- (a) 1 KB = 1 Kilobyte = 10^3 Byte
- (b) 1 GB = 1 Gigabyte = 10^9 Byte
- (c) 1 TB = 1 Terabyte = 10^{12} Byte
- (d) 1 PB = 1 Petabyte = 10^{15} Byte

Aufgabe 2.4

- (a) 1 KiB = 1 Kilobinarybyte = 2^{10} Byte
- (b) 1 GiB = 1 Gigabinarybyte = 2^{30} Byte
- (c) 1 TiB = 1 Terabinarybyte = 2^{40} Byte
- (d) 1 MiB = 1 Megabinarybyte = 2^{20} Byte

Aufgabe 2.5

$$\begin{aligned}\text{Anzahl Songs} &= \frac{64 \text{ GByte}}{5 \text{ MByte/Song}} = \frac{64 \cdot 10^9 \text{ Byte}}{5 \cdot 10^6 \text{ Byte/Song}} \\ &= \frac{64\,000}{5} \text{ Songs} \approx \frac{65\,000}{5} \text{ Songs} \approx 13\,000 \text{ Songs}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.6

$$t = \frac{\text{Datenmenge}}{\text{Übertragungsrate}} = \frac{1 \text{ GByte}}{100 \text{ MBit/s}} = \frac{10^9 \text{ Byte}}{100 \cdot 10^6 \text{ Bit/s}} = \frac{10^9 \cdot 8 \text{ Bit}}{10^8 \text{ Bit/s}} = 80 \text{ s}$$

oder etwas kürzer:

$$t = \frac{1 \text{ GByte}}{100 \text{ MBit/s}} = \frac{1000 \text{ MByte}}{100 \text{ MBit/s}} = \frac{8000 \text{ MBit}}{100 \text{ MBit/s}} = \frac{80}{1/\text{s}} = 80 \text{ s}$$

Aufgabe 2.7

$$\text{Übertragungsrate} = \frac{\text{Datenmenge}}{\text{Dauer}}$$

$$\text{Datenmenge} = \text{Übertragungsrate} \cdot \text{Dauer}$$

$$= 32 \frac{\text{MBit}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ Minuten} \quad (8 \text{ Bit} = 1 \text{ Byte}, 1 \text{ Minute} = 60 \text{ Sekunden})$$

$$= 4 \frac{\text{MByte}}{\text{s}} \cdot 600 \text{ s} = 2400 \text{ MByte} = 2.4 \text{ GByte}$$

Aufgabe 3.1

$$1010001_2 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 16 + 1 = 81$$

Aufgabe 3.2

$$142_7 = 1 \cdot 7^2 + 4 \cdot 7^1 + 2 \cdot 7^0 = 49 + 28 + 2 = 79$$

Aufgabe 3.3

$$77_{11} = 7 \cdot 11^1 + 7 \cdot 11^0 = 77 + 7 = 84$$

Aufgabe 3.4

$$B8_{16} = 11 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 = 176 + 8 = 184$$

Aufgabe 3.5

$$\begin{array}{rclclcl} 54 & : & 2 & = & 27 & \text{Rest } 0 & \Rightarrow & 54_{10} = 110110_2 \\ 27 & : & 2 & = & 13 & \text{Rest } 1 & & \\ 13 & : & 2 & = & 6 & \text{Rest } 1 & & \\ 6 & : & 2 & = & 3 & \text{Rest } 0 & & \\ 3 & : & 2 & = & 1 & \text{Rest } 1 & & \\ 1 & : & 2 & = & 0 & \text{Rest } 1 & & \end{array}$$

Aufgabe 3.6

$$\begin{array}{rclclcl} 86 & : & 5 & = & 17 & \text{Rest } 1 & \Rightarrow & 86_{10} = 321_5 \\ 17 & : & 5 & = & 3 & \text{Rest } 2 & & \\ 3 & : & 5 & = & 0 & \text{Rest } 3 & & \end{array}$$

Aufgabe 3.7

$$\begin{array}{rclclcl} 202 & : & 16 & = & 12 & \text{Rest } A & \Rightarrow & 202_{10} = CA_{16} \\ 12 & : & 16 & = & 0 & \text{Rest } C & & \end{array}$$

Aufgabe 3.8

0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
2				B				F				

Aufgabe 3.9

7				C				1			
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1

Aufgabe 4.1

grösste positive Zahl: $2^{5-1} - 1 = 15$

kleinste negative Zahl: $-2^{5-1} = -16$

Aufgabe 4.2

grösste positive Zahl: $2^{7-1} - 1 = 63$

kleinste negative Zahl: $-2^{7-1} = -64$

Aufgabe 4.3

$$\begin{array}{rcccccccc} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ + & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Aufgabe 4.4

$$\begin{array}{rcccccccc} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Aufgabe 4.5

$$\begin{array}{rcccccccccl} & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & (n) \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & (-n-1) \\ + & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (1) \\ \hline = & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & (-n) \end{array}$$

Aufgabe 4.6

$$\begin{array}{rcccccccccl} & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & (n) \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & (-n-1) \\ + & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (1) \\ \hline = & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & (-n) \end{array}$$

Aufgabe 4.7

$$\begin{array}{rcccccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & (n) \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & (-n-1) \\ + & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (1) \\ \hline = & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-n) \end{array}$$

Aufgabe 4.8

$$17 = 16 + 1$$

$$\begin{array}{rcccccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & (17) \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & (-18) \\ + & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (1) \\ \hline = & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & (-17) \end{array}$$

Aufgabe 4.9

$$54 = 32 + 16 + 4 + 2$$

$$\begin{array}{rcccccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & (54) \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & (-55) \\ + & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (1) \\ \hline = & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & (-54) \end{array}$$

Aufgabe 4.10

$$128 = 128$$

$$\begin{array}{rcccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (128) \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & (-129) \\ + & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (1) \\ \hline = & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-128) \end{array}$$

Aufgabe 4.11

Zweierkomplement von 28:

$$\begin{array}{rcccccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & (28) \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & (-29) \\ + & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (1) \\ \hline = & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & (-28) \end{array}$$

$$71 - 28 = 71 + (-28):$$

$$\begin{array}{rcccccccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & (71) \\ + & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & (-28) \\ \hline = & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & (43) \end{array}$$

Aufgabe 4.12

Zweierkomplement von 46:

$$\begin{array}{r} 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \quad (46) \\ \hline 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \quad (-47) \\ + \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \quad (1) \\ \hline = \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \quad (-46) \end{array}$$

$33 - 46 = 33 + (-46)$:

$$\begin{array}{r} 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \quad (33) \\ + \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \quad (-46) \\ \hline = \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \quad (-13) \end{array}$$

Aufgabe 4.13

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ + \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \\ \hline = \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \end{array}$$

Das Resultat ist negativ.

Aufgabe 4.14

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ + \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ \hline = \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \end{array}$$

Das Resultat ist ungültig.

Aufgabe 4.15

$$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\ + \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \\ \hline = \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \end{array}$$

Das Resultat ist positiv.

Aufgabe 4.16

$$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ + \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ \hline = \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{array}$$

Das Resultat ist ungültig.

Aufgabe 4.17

$$00000100 \cdot 00010001 = 01000100$$

Aufgabe 4.18

$$00110000 : 00001000 = 00000110$$

Aufgabe 4.19

$$\begin{array}{rcccccccc} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ + & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline = & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Aufgabe 4.20

$$\begin{array}{rcccccccc} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ + & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline = & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ + & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline = & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline = & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Aufgabe 5.1

$$2 \cdot 0.03125 = 0 + 0.0625$$

$$2 \cdot 0.0625 = 0 + 0.125$$

$$2 \cdot 0.125 = 0 + 0.25$$

$$2 \cdot 0.25 = 0 + 0.5$$

$$2 \cdot 0.5 = 1 + 0$$

$$0.03125 = 0.00001_2$$

Die Binärziffern werden von oben nach unten abgelesen.

Aufgabe 5.2

$$2 \cdot 0.4 = 0 + 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 + 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 + 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 + 0.4$$

$$2 \cdot 0.4 = 0 + 0.8$$

$$2 \cdot 0.8 = 1 + 0.6$$

$$2 \cdot 0.6 = 1 + 0.2$$

$$2 \cdot 0.2 = 0 + 0.4$$

$$2 \cdot \dots = \dots + \dots$$

$$0.4 = 0.\textcolor{blue}{0110}\textcolor{red}{0110} \dots_2 = 0.\overline{0110}_2$$

Aufgabe 5.3

30.75

Vorzeichen: $S = 0$

Binärdarstellung: $30.75 = 16 + 8 + 4 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 11110.11_2$

Normalform: $(1.)111011_2 \cdot 2^4$

Exponent: $E = 4 + 127 = 131 = 128 + 2 + 1 = 10000011_2$

Mantisse: $M = 111011$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

[illegible]

Aufgabe 5.4

–75

Vorzeichen: $S = 1$

Binärdarstellung: $75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011$

Normalform: $(1.)001011 \cdot 2^6$

[illegible]

	00010110	alter Exponent
+	00000011	
=	00011001	neuer Exponent

[illegible][illegible]

	01111110	alter Exponent
-	00000001	-1
=	01111101	neuer Exponent

[illegible]

Insgesamt: $c < a < d < b$