

Aufgabe 1

Bestimme die Differenziale der Funktionen.

(a) $x(t) = A \cdot \sin(\omega t - \delta)$

(b) $W(h) = m \cdot g \cdot h$

(c) $s(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + s_0$

(d) $p(t) = m v(t)$

Aufgabe 2

Bestimme das Differenzial bezüglich des angegebenen Arguments. Die übrigen Variablen können als konstant angenommen werden.

(a) $s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

(b) $F(r) = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

(c) $p(h) = p_0 \left(1 - \frac{\alpha \cdot h}{T_0}\right)^\beta$

Aufgabe 3

Eine Strecke von 1.8 km werde in 0.47 h zurückgelegt. Beide Grössen weisen eine relative Fehlerschranke von 5% auf. Berechne die mittlere Geschwindigkeit mit absoluter und relativer Fehlerschranke.

Aufgabe 4

Ein Zimmer wird eingerichtet. An einer Wand sollen ein Bett, ein Schrank und ein Tisch nebeneinander stehen. Mit einem Messband wurden folgende Längen bestimmt:

- Bett: 2 Meter
- Schrank: 80 cm
- Tisch: 1 Meter

Gemäss Wohnungsgrundriss beträgt die Länge der Wand 3.85 m. Passen alle drei Möbelstücke nebeneinander an die Wand, wenn mit einer Genauigkeit von ± 3 cm gemessen wurde?

Aufgabe 5

Für eine Grösse F gilt $F(A, B) = c \cdot A \cdot B$ wobei c eine Konstante und A, B Grössen mit den Maximalfehlern $\pm \Delta A$ bzw. $\pm \Delta B$ sind. Zeige, dass der relative Fehler von F die Summe der relativen Fehler von A und B ist.

Aufgabe 6

Bestimme das (un)bestimmte Integral mit einer Typ-1-Substitution.

(a) $\int \frac{\ln x}{x} dx$

(b) $\int_1^2 \frac{2z+1}{z^2+z} dz$

Aufgabe 7

Bestimme das (un)bestimmte Integral mit der vorgegebenen Typ-2-Substitution.

(a) $\int_0^1 e^x \sqrt{e^x + 1} \, dx, \quad x(t) = \ln t$

(b) $\int_1^3 \frac{1}{x} \ln x^2 \, dx, \quad x(t) = e^t$

(c) $\int_0^1 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \, dx, \quad x(t) = t^2$

Aufgabe 8

Berechne die Bogenlängen des Graphen von f für $x \in I$. Die in den Aufgaben (d)–(f) entstehenden Integrale können mit dem Taschenrechner berechnet werden.

(a) $f(x) = 4, I = [5, 9]$

(b) $f(x) = 2x, I = [1, 3]$

(c) $f(x) = \frac{2}{3} (x - 1)^{3/2}, I = [0, 9]$

(d) $f(x) = x^2, I = [0, 2]$

(e) $f(x) = \sqrt{x}, I = [0, 4]$

(f) $f(x) = e^x, I = [0, 1]$

Aufgabe 9

Skizziere die Parameterkurve für $I = [t_1, t_2]$ mit einer geeigneten Software und berechne ihre Bogenlänge.

(a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \sin 2t \\ \sin 3t \end{pmatrix}, I = [0, 2\pi]$ (mit TR)

(b) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \cos^3 t \\ \sin^3 t \end{pmatrix}, I = [0, 2\pi]$

Aufgabe 10

Skizziere die Kurve in Polarform für $I = [\varphi_1, \varphi_2]$ und berechne ihre Bogenlänge.

(a) $r(\varphi) = 1 + 1/2\pi \cdot \varphi, I = [0, 6\pi]$

(b) $r(\varphi) = 2 + \sin(6\varphi), I = [0, 2\pi]$