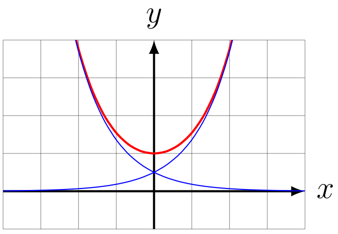
Aufgabe 1

Die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)$ wird Cosinus hyperbolicus genannt und mit $\cosh(x)$ abgekürzt. Der Graph beschreibt eine an zwei Enden aufgehängte Kette und wird daher auch *Kettenlinie*; genannt.



$f(x) = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-x}\right) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}\right)$

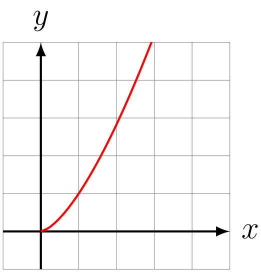
$$s = \int_{-3}^{3} \sqrt{1 + \tfrac{1}{4}\left(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}\right)^2}\,\mathrm{d}x = 2\int_0^3 \sqrt{\tfrac{1}{4}\cdot 4 + \tfrac{1}{4}\left(\mathrm{e}^{2x} - 2 + \mathrm{e}^{-2x}\right)}\,\mathrm{d}x$$

$$= 2\int_0^3 \sqrt{\tfrac{1}{4}\left(\mathrm{e}^{2x} + 2 + \mathrm{e}^{-2x}\right)}\,\mathrm{d}x = \int_0^3 \sqrt{\left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)^2}\,\mathrm{d}x = \int_0^3 \left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)\mathrm{d}x$$

$$= \left[\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}\right]_0^3 = \left(\mathrm{e}^3 - \mathrm{e}^{-3}\right) - (1-1) = \mathrm{e}^3 - \mathrm{e}^{-3} \approx 20.04$$

Aufgabe 2

Graph:



$f(x) = \sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$

$$s = \int_0^5 \sqrt{1 + \left(\tfrac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}\right)^2}\,\mathrm{d}x = \int_0^5 \sqrt{1 + \tfrac{9}{4}x}\,\mathrm{d}x = \ldots$$

$$u = 1 + \frac{9}{4}x \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{9}{4} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}x = \frac{4}{9}\mathrm{d}u$$

Grenzen: $u(0) = 1$; $u(5) = \frac{49}{4}$

$$\ldots = \tfrac{4}{9}\int_1^{\frac{49}{4}} \sqrt{u}\,\mathrm{d}u = \tfrac{4}{9}\left[\tfrac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right]_1^{\frac{49}{4}} = \tfrac{8}{27}\left(\left(\tfrac{49}{4}\right)^{\frac{3}{2}} - 1^{\frac{3}{2}}\right)$$

$$= \tfrac{8}{27}\cdot\left(\tfrac{7^3}{8} - 1\right) = \tfrac{8}{27}\cdot\tfrac{335}{8} = \tfrac{335}{27}$$