

DGL: Unbestimmte Koeffizienten

Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 1

Bestimme die allgemeine Lösung der DGL $y'' - 3y' + 2y = 6e^{3x}$.

Aufgabe 1

$$y'' - 3y' + 2y = 6e^{3x}$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 1)(\lambda - 2) \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

Aufgabe 1

$$y'' - 3y' + 2y = 6e^{3x}$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 1)(\lambda - 2) \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$$

Aufgabe 1

$$y'' - 3y' + 2y = 6e^{3x}$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 1)(\lambda - 2) \Rightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

Aufgabe 1

$$y'' - 3y' + 2y = 6e^{3x}$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 1)(\lambda - 2) \Rightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

Ansatz: $y_i = Ae^{3x}$

$$y_i' = 3Ae^{3x}$$

$$y_i'' = 9Ae^{3x}$$

Aufgabe 1

$$y'' - 3y' + 2y = 6e^{3x}$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 1)(\lambda - 2) \Rightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = Ae^{3x}$$

$$y_i' = 3Ae^{3x}$$

$$y_i'' = 9Ae^{3x}$$

$$y_i'' - 3y_i' + 2y_i = 6e^{2x}$$

$$9Ae^{3x} - 9Ae^{3x} + 2Ae^{3x} = 6e^{2x}$$

$$2A = 6 \Rightarrow A = 3$$

$$y_i = 3e^{2x}$$

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

$$y_a(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 3e^{2x}$$

Aufgabe 2

Bestimme die allgemeine Lösung der DGL $y'' - 4y' + 4y = 8x^2$.

Aufgabe 2

$$y'' - 4y' + 4y = 8x^2$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = 2$$

Aufgabe 2

$$y'' - 4y' + 4y = 8x^2$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$$

Aufgabe 2

$$y'' - 4y' + 4y = 8x^2$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

Aufgabe 2

$$y'' - 4y' + 4y = 8x^2$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = Ax^2 + Bx + C$$

$$y_i' = 2Ax + B$$

$$y_i'' = 2A$$

Aufgabe 2

$$y'' - 4y' + 4y = 8x^2$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = Ax^2 + Bx + C$$

$$y_i' = 2Ax + B$$

$$y_i'' = 2A$$

$$y_i'' - 4y_i' + 4y_i = 8x^2$$

$$2A - 4(2Ax + B) + 4(Ax^2 + Bx + C) = 8x^2$$

$$4Ax^2 + (-8A + 4B)x + (2A - 4B + 4C) = 8x^2 \Rightarrow A = 2, B = 4, C = 3$$

$$y_i = 2x^2 + 4x + 3$$

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

$$y_a(x) = (C_1 + C_2 x)e^{2x} + 2x^2 + 4x + 3$$

Aufgabe 3

Bestimme die allgemeine Lösung der DGL

$$y'' - 6y' + 25y = 30 \sin(5x).$$

Aufgabe 3

$$y'' - 6y' + 25y = 30 \sin(5x)$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 6\lambda + 25 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = 3 - 4i, \lambda_2 = 3 + 4i$$

Aufgabe 3

$$y'' - 6y' + 25y = 30 \sin(5x)$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 6\lambda + 25 \Rightarrow \lambda_1 = 3 - 4i, \lambda_2 = 3 + 4i$$

$$y_h(x) = (C_1 \sin(4x) + C_2 \cos(4x))e^{3x}$$

Aufgabe 3

$$y'' - 6y' + 25y = 30 \sin(5x)$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 6\lambda + 25 \Rightarrow \lambda_1 = 3 - 4i, \lambda_2 = 3 + 4i$$

$$y_h(x) = (C_1 \sin(4x) + C_2 \cos(4x))e^{3x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

Aufgabe 3

$$y'' - 6y' + 25y = 30 \sin(5x)$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 6\lambda + 25 \Rightarrow \lambda_1 = 3 - 4i, \lambda_2 = 3 + 4i$$

$$y_h(x) = (C_1 \sin(4x) + C_2 \cos(4x))e^{3x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = A \sin(5x) + B \cos(5x)$$

$$y_i' = 5A \cos(5x) - 5B \sin(5x)$$

$$y_i'' = -25A \sin(5x) - 25B \cos(5x)$$

Aufgabe 3

$$y'' - 6y' + 25y = 30 \sin(5x)$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 6\lambda + 25 \Rightarrow \lambda_1 = 3 - 4i, \lambda_2 = 3 + 4i$$

$$y_h(x) = (C_1 \sin(4x) + C_2 \cos(4x))e^{3x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = A \sin(5x) + B \cos(5x)$$

$$y_i' = 5A \cos(5x) - 5B \sin(5x)$$

$$y_i'' = -25A \sin(5x) - 25B \cos(5x)$$

$$y_i'' - 6y_i' + 25y_i = 30 \sin(5x)$$

$$-25A \sin(5x) - 25B \cos(5x)$$

$$- 30A \cos(5x) + 30B \sin(5x)$$

$$+ 25A \sin(5x) + 25B \cos(5x) = 30 \sin(5x)$$

$$30B \sin(5x) + -30A \cos(5x) = 30 \sin(5x) \Rightarrow A = 0, B = 1$$

$$y_i = \cos(5x)$$

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

$$y_a(x) = (C_1 \sin(4x) + C_2 \cos(4x))e^{3x} + \cos(5x)$$

Aufgabe 4

Bestimme die allgemeine Lösung der DGL $y'' - 3y' + 2y = 4x$.

Aufgabe 4

$$y'' - 3y' + 2y = 4x$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 2)(\lambda + 3) \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

Aufgabe 4

$$y'' - 3y' + 2y = 4x$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 2)(\lambda + 3) \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$$

Aufgabe 4

$$y'' - 3y' + 2y = 4x$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 2)(\lambda + 3) \Rightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

Aufgabe 4

$$y'' - 3y' + 2y = 4x$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 2)(\lambda + 3) \Rightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = Ax + B$$

$$y_i' = A$$

$$y_i'' = 0$$

Aufgabe 4

$$y'' - 3y' + 2y = 4x$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 2)(\lambda + 1) \Rightarrow \lambda_1 = 2, \lambda_2 = -1$$

$$y_h(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = Ax + B$$

$$y_i' = A$$

$$y_i'' = 0$$

$$y_i'' - 3y_i' + 2y_i = 4x$$

$$0 - 3A + 2(Ax + B) = 4x$$

$$2Ax + (-3A + 2B) = 4x \Rightarrow A = 2, B = 3$$

$$y_i = 2x + 3$$

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

$$y_a(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 2x + 3$$