

Aufgabe 1

Output von ...			
Kohle	Elektrizität	Stahl	gekauft von ...
0.0	0.4	0.6	Kohleförderung
0.6	0.1	0.2	Elektrizität
0.4	0.5	0.2	Stahlproduktion

$$\text{Kohle:} \quad 1.0p_K - 0.4p_E - 0.6p_S = 0$$

$$\text{Elektrizität:} \quad -0.6p_K + 0.9p_E - 0.2p_S = 0$$

$$\text{Stahl:} \quad -0.4p_K - 0.5p_E + 0.8p_S = 0$$

TR:

$$p_F = 1.95p_R \quad p_K = 9.4 \cdot 10^5 \$$$

$$p_H = 1.275p_R \quad \Rightarrow \quad p_E = 8.5 \cdot 10^5 \$$$

$$p_R = p_R \quad p_S = 1.0 \cdot 10^6 \$$$

Aufgabe 2

Identifiziere jedes Molekül mit einem Vektor in $\mathbb{R}^3$, deren Komponenten die Anzahl der Atome in einer festen (aber frei wählbaren) Reihenfolge darstellen.

$$\text{C}_3\text{H}_8: \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{O}_2: \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{CO}_2: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{H}_2\text{O}: \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{C} \\ \leftarrow \text{H} \\ \leftarrow \text{O} \end{matrix}$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = x_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cccc|c} 24 & 0 & -8 & 0 & 0 \\ -24 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 24 & 0 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 6 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cccc|c} 24 & 0 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 12 & 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -4 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cccc|c} 12 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & 0 \end{array}$$

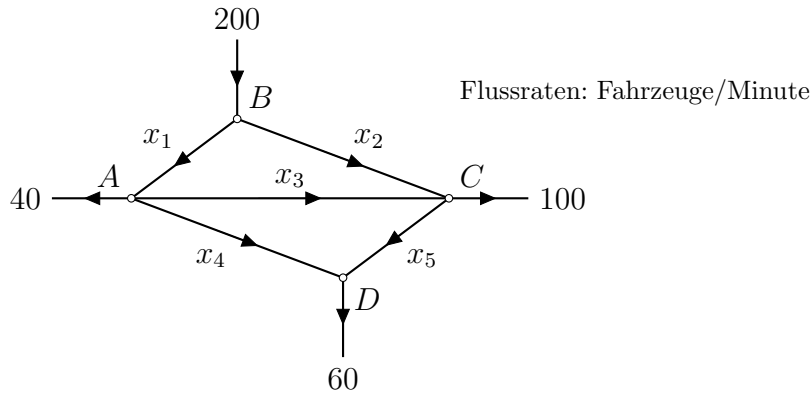
Da $x_4 \geq 0$ frei wählbar ist, wähle ich die kleinste ganze Zahl, für welche auch die übrigen Variablen ganzzahlig werden, was für $x = 4$ der Fall ist.

$$4x_1 = x_4 \quad x_1 = 1$$

$$4x_2 = 5x_4 \Rightarrow x_2 = 5 \Rightarrow x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 1 : 5 : 3 : 4$$

$$4x_3 = 3x_4 \quad x_3 = 3$$

Aufgabe 3



(a)

Knoten	Ein	Aus
A	$x_1 = x_3 + x_4 + 40$	$\Rightarrow x_1 - x_3 - x_4 = 40$
B	$200 = x_1 + x_2$	$\Rightarrow x_1 + x_2 = 200$
C	$x_2 + x_3 = x_5 + 100$	$\Rightarrow x_2 + x_3 - x_5 = 100$
D	$x_4 + x_5 = 60$	$\Rightarrow x_4 + x_5 = 60$

$$\begin{array}{cccccc|cccccc}
 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 40 & & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 40 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 200 & & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 160 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 100 & \Rightarrow & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 100 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 60 & & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 60
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc|cccccc}
 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 40 & & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 40 \\
 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 160 & & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 160 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -60 & \Rightarrow & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -60 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 60 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc|cccccc}
 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 100 & & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 100 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 100 & \Rightarrow & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 100 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -60 & & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 60
 \end{array}$$

Die Variablen x_3 und x_5 sind frei (keine Pivot-Spalten).

$$x_1 = 100 + x_3 - x_5$$

$$x_2 = 100 - x_3 + x_5$$

$$x_4 = 60 - x_5$$

(b) Wird AD gesperrt, so gilt $x_4 = 0$ und damit $x_5 = 60$.

$$x_1 = 100 + x_3 - x_5 \quad x_1 = 40 + x_3$$

$$x_2 = 100 - x_3 + x_5 \quad x_2 = 160 - x_3$$

$$x_3 = x_3 \quad \Rightarrow \quad x_3 = x_3$$

$$x_4 = 60 - x_5 \quad x_4 = 0$$

$$x_5 = x_5 \quad x_5 = 60$$

Der minimale Wert von x_1 ist dann 40.

Aufgabe 4

x_1, x_2, x_3 : Anzahl Portionen Cheeseburger, Broccoli und Huhn.

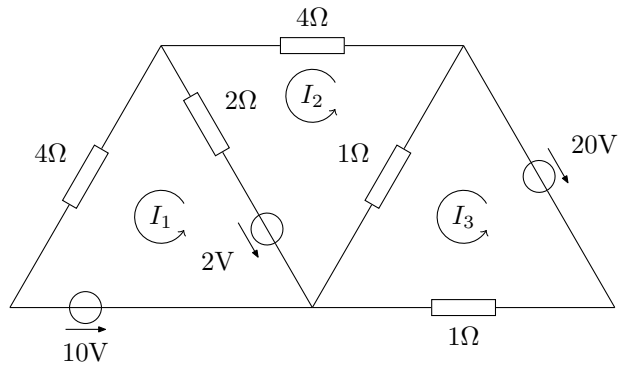
$$270 \cdot x_1 + 51 \cdot x_2 + 70 \cdot x_3 = 400 \quad x_1 = 0.99$$

$$10 \cdot x_1 + 5.4 \cdot x_2 + 15 \cdot x_3 = 30 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 1.54$$

$$2 \cdot x_1 + 5.2 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 = 10 \quad x_3 = 0.79$$

Esmeralda müsste 0.99 Einheiten Cheesburger, 1.54 Einheiten Broccoli und 0.79 Einheiten Huhn zu sich nehmen.

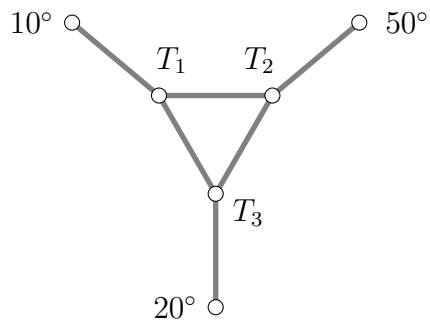
Aufgabe 5



Die Stromrichtungen in den Maschen wurden willkürlich gewählt.

$$\begin{aligned}
 6I_1 - 2I_2 &= 8 & I_1 &= 1.03 \text{ A} \\
 -2I_1 + 7I_2 - I_3 &= 2 & \Rightarrow I_2 &= -0.91 \text{ A} \\
 -1I_2 + 2I_3 &= -20 & I_3 &= -10.46 \text{ A}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 6



$$\begin{array}{lll} 3T_1 = T_2 + T_3 + 10 & 3T_1 - 1T_2 - 1T_3 = 10 & T_1 = 22.5^\circ\text{C} \\ 3T_2 = T_1 + T_3 + 50 & \Rightarrow -1T_1 + 3T_2 - 1T_3 = 50 & \Rightarrow T_2 = 32.5^\circ\text{C} \\ 3T_3 = T_1 + T_2 + 20 & -1T_1 - 1T_2 + 1T_3 = 20 & T_3 = 25^\circ\text{C} \end{array}$$