

Aufgabe 3.1

Gegeben: Matrizen A , B , C , D und E der folgenden Größen:

$$\begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \\ (4 \times 5) & (4 \times 5) & (5 \times 2) & (4 \times 2) & (5 \times 4) \end{array}$$

Man entscheide, welche der folgenden Matrizen definiert sind, und gebe die Grösse der entsprechenden Matrix an.

- | | |
|--------------|------------------|
| (a) BA | (e) $E(A + B)$ |
| (b) $AC + D$ | (f) $E(AC)$ |
| (c) $AE + B$ | (g) $E^T A$ |
| (d) $AB + B$ | (h) $(A^T + E)D$ |

Aufgabe 3.2

Man löse die folgende Matrixgleichung für a , b , c und d .

$$\begin{pmatrix} a - b & b + c \\ 3d + c & 2a - 4d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.3

Berechne mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

die folgenden Ausdrücke, sofern sie definiert sind.

(a) $A + B$

(b) $A - B$

(c) $A - A$

Aufgabe 3.4

Berechne für $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -2 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ die folgenden Ausdrücke, sofern sie definiert sind.

(a) $5A$

(b) $-7A$

(c) $\frac{1}{2}A$

Aufgabe 3.5

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechne die folgenden Ausdrücke, sofern sie definiert sind.

(a) $2A - B$

(b) $5A + 4C$

(c) $-3(B - 2D)$

Aufgabe 3.6

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechne die folgenden Ausdrücke, sofern sie definiert sind.

(a) $A + A^T$

(b) $B^T + B$

(c) $A^T - B$

(d) $(A - B^T)^T$

(e) $B + C^T$

(f) $C^T + D$

(g) $4A + D^T$

(h) $(2A^T + 3B^T)^T$

Aufgabe 3.7

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Berechne die folgenden Ausdrücke, sofern sie definiert sind.

(a) AB

(b) BA

(c) BC

(d) CB

(e) CD

(f) $(A + B)C$

(g) $AB + AC$

(h) $(AB)C$

(i) $A(BC)$

(j) $ABCD$

Aufgabe 3.8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Berechne die folgenden Ausdrücke, sofern sie definiert sind.

(a) AA^T

(b) $A^T A$

(d) $(A^T B)^T$

(c) AB^T

(e) $B^T A$

(f) CC^T

(g) $C^T C$

(h) $(A + BB^T)^T$

Aufgabe 3.9

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechne die folgenden Ausdrücke, sofern sie definiert sind.

(a) $\operatorname{tr} A$

(b) $\operatorname{tr} 2A$

(c) $\operatorname{tr} (A + B)$

(d) $\operatorname{tr} A + \operatorname{tr} B$

(e) $\operatorname{tr} (A + A^T)$

(f) $\operatorname{tr}(AB)$

(g) $\operatorname{tr}(A) \operatorname{tr}(B)$

(h) $\operatorname{tr} A^2$