

**Aufgabe 2.1**

Welche der folgenden Matrizen haben reduzierte Zeilenstufenform?

(a) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(c) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 2.2**

Welche der folgenden Matrizen haben reduzierte Zeilenstufenform?

(a) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(c) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 2.3**

Welche der folgenden Matrizen haben Zeilenstufenform?

(a) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(c) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 2.4**

Charakterisiere die Form der Matrizen.

(a) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

(b) 
$$\begin{pmatrix} 1 & -7 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 2.5**

Gib die Lösung des linearen Gleichungssystems an, dessen erweiterte Matrix auf reduzierte Zeilenstufenform gebracht wurde.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 2.6

Gib die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems an, dessen erweiterte Matrix auf reduzierte Zeilenstufenform gebracht wurde.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 2.7

Gib die Lösung des linearen Gleichungssystems an, dessen erweiterte Matrix auf Zeilenstufenform gebracht wurde.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 2.8

Löse das Gleichungssystem durch Gauss-Jordan-Elimination.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= 8 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 3x_1 - 7x_2 + 4x_3 &= 10 \end{aligned}$$

### Aufgabe 2.9

Löse das Gleichungssystem durch Gauss-Jordan-Elimination:

$$\begin{aligned}2x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 0 \\ -2x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 8x_1 + x_2 + 4x_3 &= -1\end{aligned}$$

### Aufgabe 2.10

Löse das Gleichungssystem durch Gauss-Jordan-Elimination:

$$\begin{aligned}x - y + 2z - w &= -1 \\ 2x + y - 2z - 2w &= -2 \\ -x + 2y - 4z + w &= 1 \\ 3x - 3w &= -3\end{aligned}$$

### Aufgabe 2.11

Löse das Gleichungssystem durch Gauss-Jordan-Elimination:

$$2x_1 - 3x_2 = -2$$

$$2x_1 + x_2 = 1$$

$$3x_1 + 2x_2 = 1$$

### Aufgabe 2.12

Löse das Gleichungssystem durch Gauss-Jordan-Elimination:

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = -15$$

$$5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0$$

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$$

$$-6x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 30$$

### Aufgabe 2.13

Man bestimme ohne Rechnung, welche der folgenden homogenen Systeme nichttriviale Lösungen haben.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \\ & 7x_1 + x_2 - 8x_3 + 9x_4 = 0 \\ & 2x_1 + 8x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ & x_2 - 8x_3 = 0 \\ & 4x_3 = 0 \end{aligned}$$

### Aufgabe 2.14

Man löse das folgende homogene Gleichungssystem.

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 &= 0 \\ x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

### Aufgabe 2.15

Man löse das folgende homogene Gleichungssystem.

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

### Aufgabe 2.16

Man transformiere die Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 7 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

auf reduzierte Zeilenstufenform, ohne Brüche zu erzeugen.

### Aufgabe 2.17

Für welche Werte von  $a$  hat das folgende System keine, genau eine oder unendlich viele Lösungen?

$$x + 2y - 3z = 4$$

$$3x - y + 5z = 2$$

$$4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2$$

### Aufgabe 2.18

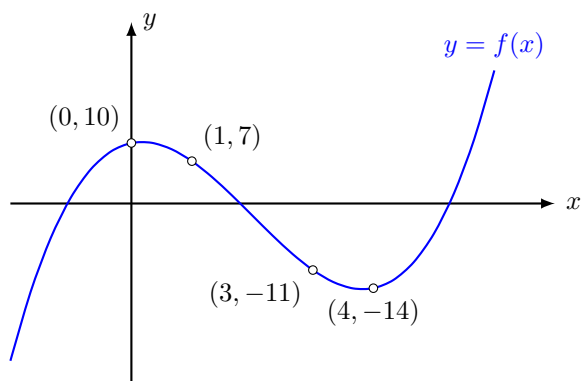
Für welche Werte von  $\lambda$  hat das folgende Gleichungssystem nichttriviale Lösungen?

$$(\lambda - 3)x + y = 0$$

$$x + (\lambda - 3)y = 0$$

### Aufgabe 2.19

Die Abbildung unten zeigt den Graphen der kubischen Gleichung  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Man bestimme die Koeffizienten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$ .



### Aufgabe 2.20

Man zeige: Für  $ad - bc \neq 0$  ergibt sich die reduzierte Zeilenstufenform von

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ zu } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$