Aufgabe 4.1

Beantworte jeweils die folgenden Fragen zur Folge (z_n).

- Berechne die ersten 6 Glieder der Folge. Entscheide dabei, ob es geschickter ist, in Normalform oder in Polarform zu rechnen.
- Wie verhält sich die Folge, wenn n nach Unendlich strebt?

(a) $z_n = \dfrac{n+i}{n+1}$

(b) $z_1 = 5 - 2\mathrm{i}$, $z_{n+1} = z_n + 1 + 2\mathrm{i}$

(c) $z_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right) \mathrm{i}^n$

(d) $z_1 = 2 + 2\mathrm{i}$, $z_{n+1} = \mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}\mathrm{i}}\, z_n$

Aufgabe 4.2

Beschreibe das Verhalten der Folge $z_n = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{1+\mathrm{i}}\right)^n$ für n gegen Unendlich.

Hinweis: Bringe zuerst den Bruchterm in die Normalform.

Aufgabe 4.3

Gib die explizite und die rekursive Definition einer Folge mit $z_1 = 2$ an, welche einen Zyklus der Länge 12 beschreibt und deren Glieder auf einem Kreis mit Mittelpunkt 0 liegen.

Aufgabe 4.4

Gegeben ist die Folge $z_n = \left(a + \frac{1}{2}\mathrm{i}\right)^n$.

Für welche reellen Werte von a besitzt (z_n) den Grenzwert 0?

Aufgabe 4.5

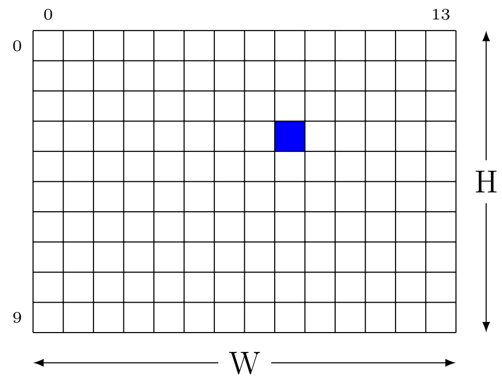
Gegeben ist die Folge $z_1 = -2$, $z_{n+1} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}\right) z_n$.

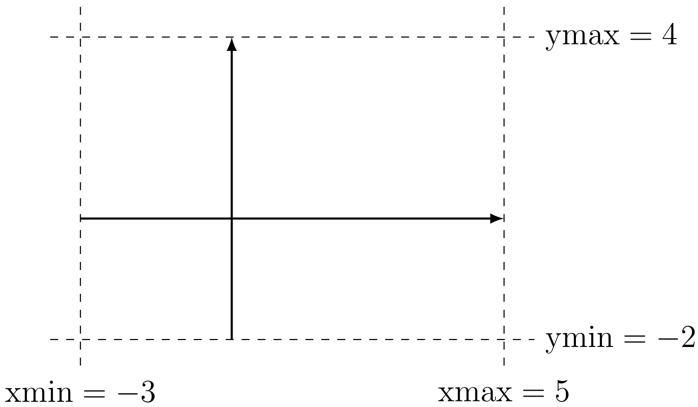
(a) Zeige, dass (z_n) einen Zyklus beschreibt. Gib die Länge k des Zyklus an.

(b) Die Punkte des Zyklus bilden ein regelmässiges k-Eck. Berechne seinen Umfang.

Aufgabe 4.6

Berechne die Koordinaten des Pixels in der Zeile $i = 3$ und der Spalte $j = 8$ im einem Raster der Grösse 14×10 (Bild unten links) im Koordinatensystem mit den angegebenen Dimensionen (Bild unten rechts).





Beachte, dass die Indizes im Raster jeweils oben links mit der Nummer 0 beginnen.