Multiple lineare Regression (Formelsammlung)

Das Modell

$$\hat{y} = h(\boldsymbol{x}) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_d x_d = \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_d \end{pmatrix} \text{ und } \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_d \end{pmatrix}$$

Die Matrixform der Projektionsformel

$$\boldsymbol{\beta} = \left(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$$

Das Bestimmtheitsmass

$$R^2 = \frac{\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}}{\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{y}} \quad \text{mit } 0 \leq R^2 \leq 1$$

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{I}_n - \frac{1}{n}(\boldsymbol{J}_n\boldsymbol{J}_n^{\mathrm{T}})$$

$$\boldsymbol{I}_n = (n \times n)\text{-Einheitsmatrix}$$

$$\boldsymbol{J}_n = (1, 1, \dots, 1)^{\mathrm{T}}$$

Ein Programm für den TI-84 Plus

Das Programm `LSRM` setzt voraus, dass die Werte der Inputvariablen in der Matrix [A] und die Werte der Outputvariablen in der Matrix [B] gespeichert sind. Der Vektor $\boldsymbol{\beta}$ mit den berechnete Modellparametern heisst dann [C].

```
PROGRAM:LSQM
:([A]ᵀ*[A])⁻¹*[A]ᵀ*[B]→[C]
:dim([A])→L₃
:L₃(1)→N
:{N,1}→dim([J])
:Fill(1,[J])
:identity(N)-1/N*[J]*[J]ᵀ→[G]
:[C]ᵀ*[A]ᵀ*[G]*[A]*[C]→[D]
:[B]ᵀ*[G]*[B]→[E]
:[D](1,1)/[E](1,1)→R
:Disp [C]
:Disp "R²:",R
```