

Aufgabe 1.1

$$-2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \\ -4 \\ -16 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1.2

$$3 \begin{pmatrix} -8 \\ 8 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -7 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ 22 \\ 35 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1.3

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}^T = (8 \quad 5 \quad -4)$$

Aufgabe 1.4

Löse die Gleichung $x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} + z \cdot \vec{c} = \vec{0}$

$$9 \cdot x + 2 \cdot y + 3 \cdot z = 0$$

$$-4 \cdot x + 0 \cdot y + 2 \cdot z = 0$$

$$9 \cdot x + 2 \cdot y + 3 \cdot z = 0$$

Taschenrechner: unendlich viele Lösungen

$\Rightarrow$ die Vektoren sind linear abhängig.

Aufgabe 1.5

Löse die Gleichung $x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} + z \cdot \vec{c} = \vec{0}$

$$-1 \cdot x + 1 \cdot y + 9 \cdot z = 0$$

$$4 \cdot x + 0 \cdot y + 6 \cdot z = 0$$

$$7 \cdot x + 9 \cdot y + 2 \cdot z = 0$$

Taschenrechner: $x = 0, y = 0, z = 0$

$\Rightarrow$ die Vektoren sind linear unabhängig.

Aufgabe 1.6

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -22$$

Aufgabe 1.7

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$\Rightarrow \vec{a}$ und $\vec{b}$ sind orthogonal.

Aufgabe 1.8

$$|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{877} = 29.614$$

Aufgabe 1.9

$$|\vec{v}| = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = 5$$

$$\vec{u} = \frac{1}{|\vec{v}|} \cdot \vec{v} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.0 \\ -0.8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1.10

$$\bullet \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \vec{b} \times \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \vec{a} \times \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1.11

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC} = \vec{c} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} \right| = 5.0$$

Aufgabe 2.1

$$\underline{a} = (-1, 8, 1)$$

Aufgabe 2.2

$$\vec{a} = (7/5, -1)$$

Aufgabe 2.3

$$(5, 3, 1)^T \times (1, 2, 1)^T = (1, -4, 7)^T$$

$$\Rightarrow g: x - 4y + 7 = 0$$

Aufgabe 2.4

$$(2, -5, 3)^T \times (4, 2, -1)^T = (-1, 14, 24)^T$$

$$\Rightarrow S(-1/24, 7/12)$$

Aufgabe 2.5

$$(5, 2, 1)^T \times (-1, 7, 0)^T = (-7, -1, 37)^T$$

$$(0, 3, 4)^T \times (6, 8, 9)^T = (-5, 24, -18)^T$$

Die Berechnung der affinen Koordinaten ist überflüssig.

$$(-7, -1, 37)^T \times (-5, 24, -18)^T = (-870, -311, -173)^T$$

$$s: -870x - 311y - 173 = 0$$

Aufgabe 2.6

$$(-4, 6, 5)^T \times (6, -9, 1)^T = (51, 34, 0)^T$$

Fernpunkt, da die (homogene) z -Koordinate des „Schnittpunkts“ null ist.

Aufgabe 2.7

$$(3, 4, 1)^T \times (5, 5, 0)^T = (-5, 5, -5)^T$$

$$g: x - y + 1 = 0 \text{ (Gerade durch } P, \text{ parallel zu } \overrightarrow{OQ})$$

Aufgabe 2.8

$$(3, 4, 0)^T \times (5, 5, 0)^T = (0, 0, -5)^T$$

$$s: -5 = 0$$

Das ist kein sinnvolles Ergebnis.

Aufgabe 3.1

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & -2 & 2 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & 7 & 1 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 7 & 2 & 6 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & -1 & 9 & -1 & 8 \end{pmatrix} \text{ hat die Dimension } (4 \times 7).$$

Aufgabe 3.2

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 25 & 27 & 13 & 21 \\ 23 & 20 & 29 & 30 & 16 \\ 27 & 25 & 24 & 26 & 18 \\ 11 & 27 & 10 & 12 & 22 \\ 30 & 10 & 29 & 25 & 20 \end{pmatrix} \quad A_{2,3} = 29$$

Aufgabe 3.3

$$\begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 0 & 6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 9 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & -4 \\ 0 & 12 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.4

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 5 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 8 & -2 \end{pmatrix} \text{ ist nicht definiert.}$$

Aufgabe 3.5

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 5 & 25 \\ 15 & 0 & 25 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.6

$$\begin{pmatrix} 9 & 5 & 8 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 7 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.7

$$(4 \ 5 \ 3)^T = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.8

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -29 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.9

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 10 \\ -13 & -8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.10

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.11

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.12

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.13

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 \\ 8 & 4 & 6 \\ 8 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.14

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \text{ ist nicht definiert.}$$

Aufgabe 3.15

$$(4 \ 3 \ 4) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = (29)$$

Aufgabe 3.16

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot (3 \ 2 \ 2) = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 6 \\ 3 & 2 & 2 \\ 12 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$