Aufgabe 1.1

Berechne $-2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1.2

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 8 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -7 \\ 7 \end{pmatrix}$

Gesucht: $3\vec{a} - 2\vec{b}$

Aufgabe 1.3

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}} = ?$$

Aufgabe 1.4

Sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \\ 9 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ linear unabhängig? Begründe die Antwort.

Aufgabe 1.5

Sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ linear unabhängig? Begründe die Antwort.

Aufgabe 1.6

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$

Gesucht: $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Aufgabe 1.7

Sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ -9 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 1 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ orthogonal?

Aufgabe 1.8

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -16 \\ 19 \\ 16 \\ 2 \end{pmatrix}$ Gesucht: $|\vec{a}|$

Aufgabe 1.9

Gegeben: $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

Gesucht: Vektor $\vec{u}$ mit der Richtung von $\vec{v}$ und der Länge $|\vec{u}| = 1$.

Aufgabe 1.10

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Gesucht: $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{a}$ und $\vec{a} \times \vec{a}$

Aufgabe 1.11

Berechne mit dem Vektorprodukt den Flächeninhalt des Dreiecks mit den Ecken $A(9,5)$, $B(4,3)$ und $C(9,3)$.

Aufgabe 2.1

Stelle den Vektor $\vec{a} = (-1, 8) \in \mathbb{R}^2$ als homogenen Koordinatenvektor $\underline{\vec{a}} \in \mathbb{R}^3$ dar.

Aufgabe 2.2

Stelle den homogenen Koordinatenvektor $\underline{\vec{a}} = (7, -5, 5) \in \mathbb{R}^3$ als einfachen Koordinatenvektor $\vec{a} \in \mathbb{R}^2$ dar.

Aufgabe 2.3

Bestimme eine Koordinatengleichung der Gerade durch die Punkte $A(5, 3)$ und $B(1, 2)$ mittels homogener Koordinaten.

Aufgabe 2.4

Bestimme den Schnittpunkt der Geraden mit den Gleichungen $g\colon 2x - 5y + 3 = 0$ und $h\colon 4x + 2y - 1 = 0$ mittels homogener Koordinaten.

Aufgabe 2.5

Bestimme eine Gleichung der Geraden s, die durch den Schnittpunkt S_1 der Geraden mit den Gleichungen

$g_1\colon 5x + 2y + 1 = 0$ und $h_1\colon -x + 7y = 0$

sowie durch den Schnittpunkt S_2 der Geraden mit den Gleichungen

$g_2\colon 3y + 4 = 0$ und $h_2\colon 6x + 8y + 9 = 0$

geht.

Aufgabe 2.6

Weise nach, dass die Geraden $g\colon -4x + 6y + 5 = 0$ und $h\colon 6x - 9y + 1 = 0$ parallel sind, indem du zeigst, dass sie sich in einem Fernpunkt schneiden.

Aufgabe 2.7

Gegeben sind die Punkte $P(3, 4)$ und $Q(5, 5)$. Bestimme eine Gleichung der Geraden, die durch den Punkt P und den Fernpunkt in Richtung von $\overrightarrow{OQ}$ geht.

Aufgabe 2.8

Gegeben sind die Punkte $P(3, 4)$ und $Q(5, 5)$. Erhält man ein sinnvolles Resultat, wenn man mittels homogener Koordinaten eine Gleichung der Geraden durch die Fernpunkte der Richtungen $\overrightarrow{OP}$ und $\overrightarrow{OQ}$ bestimmt?

Aufgabe 3.1

Welche Dimension hat die Matrix $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & -2 & 2 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & 7 & 1 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 7 & 2 & 6 & 9 \\ 7 & 0 & 2 & -1 & 9 & -1 & 8 \end{pmatrix}$?

Aufgabe 3.2

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 25 & 27 & 13 & 21 \\ 23 & 20 & 29 & 30 & 16 \\ 27 & 25 & 24 & 26 & 18 \\ 11 & 27 & 10 & 12 & 22 \\ 30 & 10 & 29 & 25 & 20 \end{pmatrix} \qquad A_{2,3} = ?$$

Aufgabe 3.3

$$\begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 0 & 6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 9 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.4

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 5 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.5

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.6

$$\begin{pmatrix} 9 & 5 & 8 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$$

Aufgabe 3.7

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$$

Aufgabe 3.8

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.9

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.10

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.11

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.12

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.13

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.14

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.15

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.16

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$