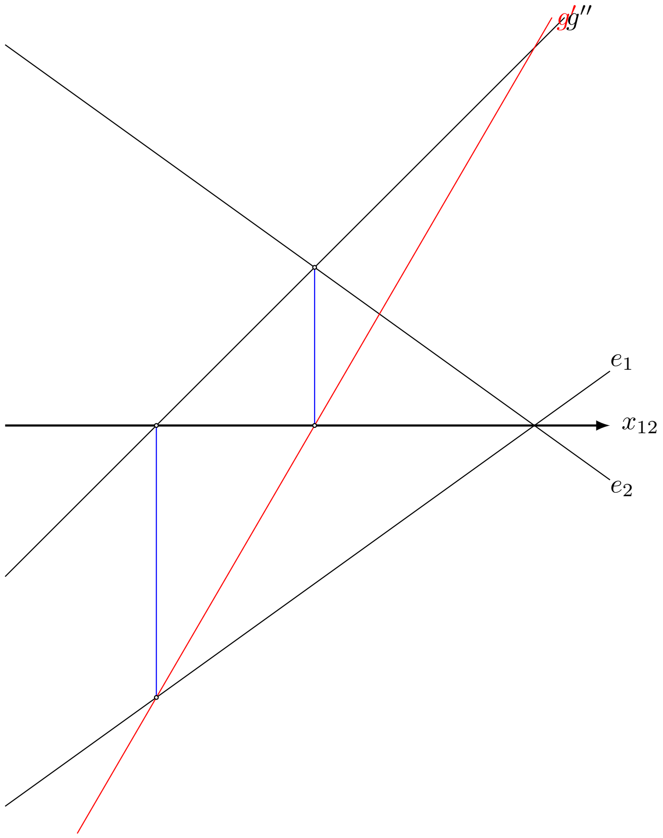
DG Aufgabe 34

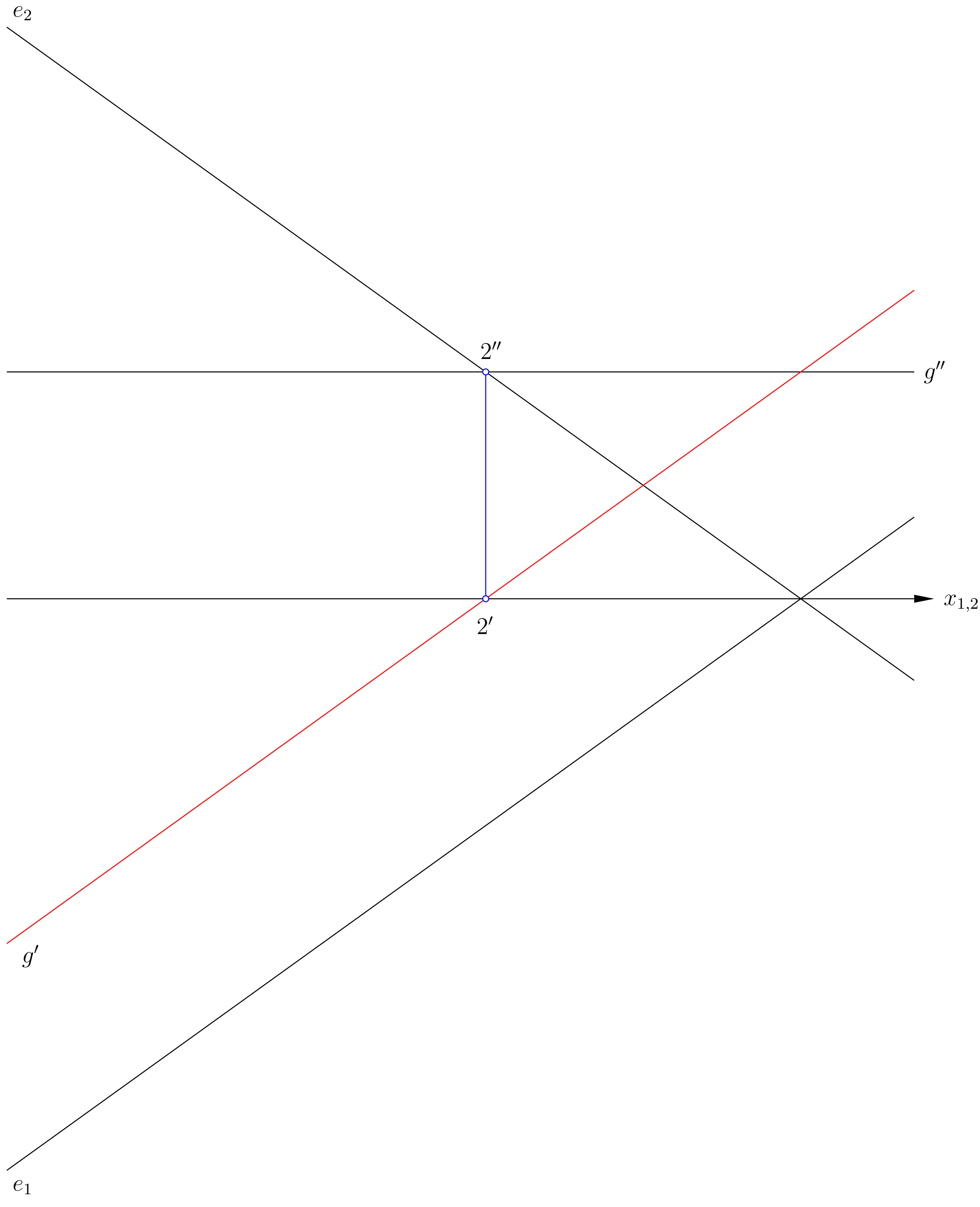


Der Schnittpunkt von g'' und e_2 ist der Aufriss des zweiten Spurpunktes von g.

Der Schnittpunkt von g'' und $x_{12} = e_2'$ ist der Aufriss des ersten Spurpunktes von g.

Konstruktionsbericht

1. $g'' \cap e_2 \to 2''$
2. $\mathrm{Ord}(S_2'') \cap x_{12} \to S_2'$
3. $g'' \cap x_{12} \to S_1''$
4. $\mathrm{Ord}(S_1'') \cap e_1 \to S_1'$
5. $(S_1' S_2') \to g'$


e_2
$2''$
g''
$x_{1,2}$
$2'$
g'
e_1

Bemerkung

Da g'' parallel zur Rissachse ist, handelt es sich bei g um eine erste Hauptgerade. Daher muss der Grundriss parallel zur ersten Spur e_1 von ε liegen.

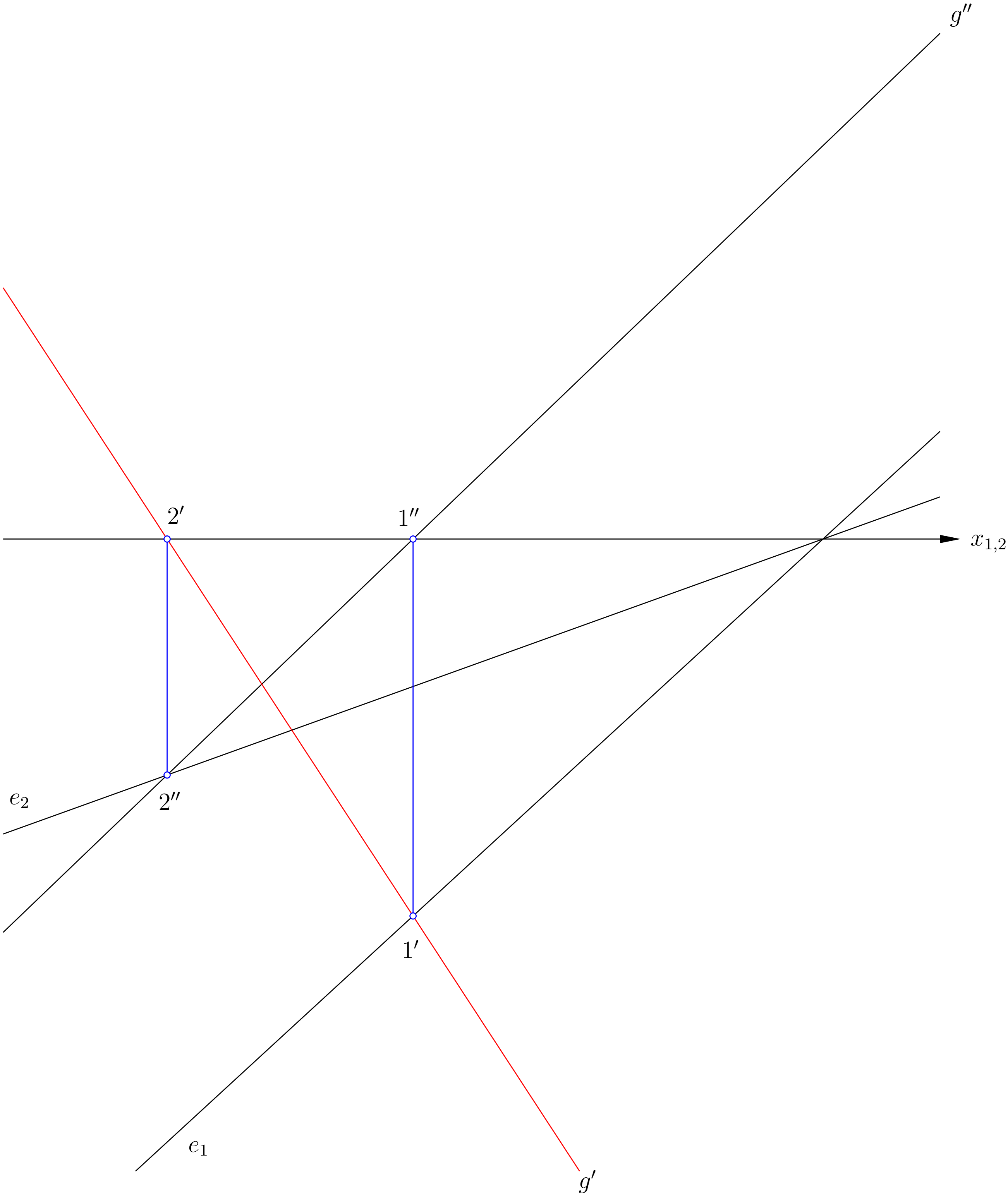
Für diejenigen, welche gerne immer nach dem gleichen Schema vorgehen wollen, sei hier noch eine zweite Idee gegeben, wie man analog zur letzen Aufgabe auf den Grundriss kommen kann:

Der erste Spurpunkt ist wegen der Parallelität von g'' nicht greifbar. Wenn man aber annimmt, dass sich g'' und x_{12} „im Unendlichen schneiden“ (links oder rechts des Zeichenblattes – das ist egal) dann liegt dort $1''$. Aus nahe liegenden Gründen wird dieser „Ort“ *Fernpunkt* von g'' genannt. Aus praktischen Gründen sollte man sich jedoch unter dem Fernpunkt einer Geraden immer eine der beiden Richtungen dieser Geraden vorstellen (siehe unten).

Kehren wir zur Aufgabe zurück: Der zu $1''$ gehörende Grundriss $1'$ muss dann ein Fernpunkt von e_1 sein. Somit geht der gesuchte Riss durch $2'$ und in Richtung von e_1.

Konstruktionsbericht

1. $g'' \cap e_2 \to 2''$
2. $\text{Ord}(2'') \cap x_{12} \to 2'$
3. Gerade parallel zu e_1 durch $2' \to g'$



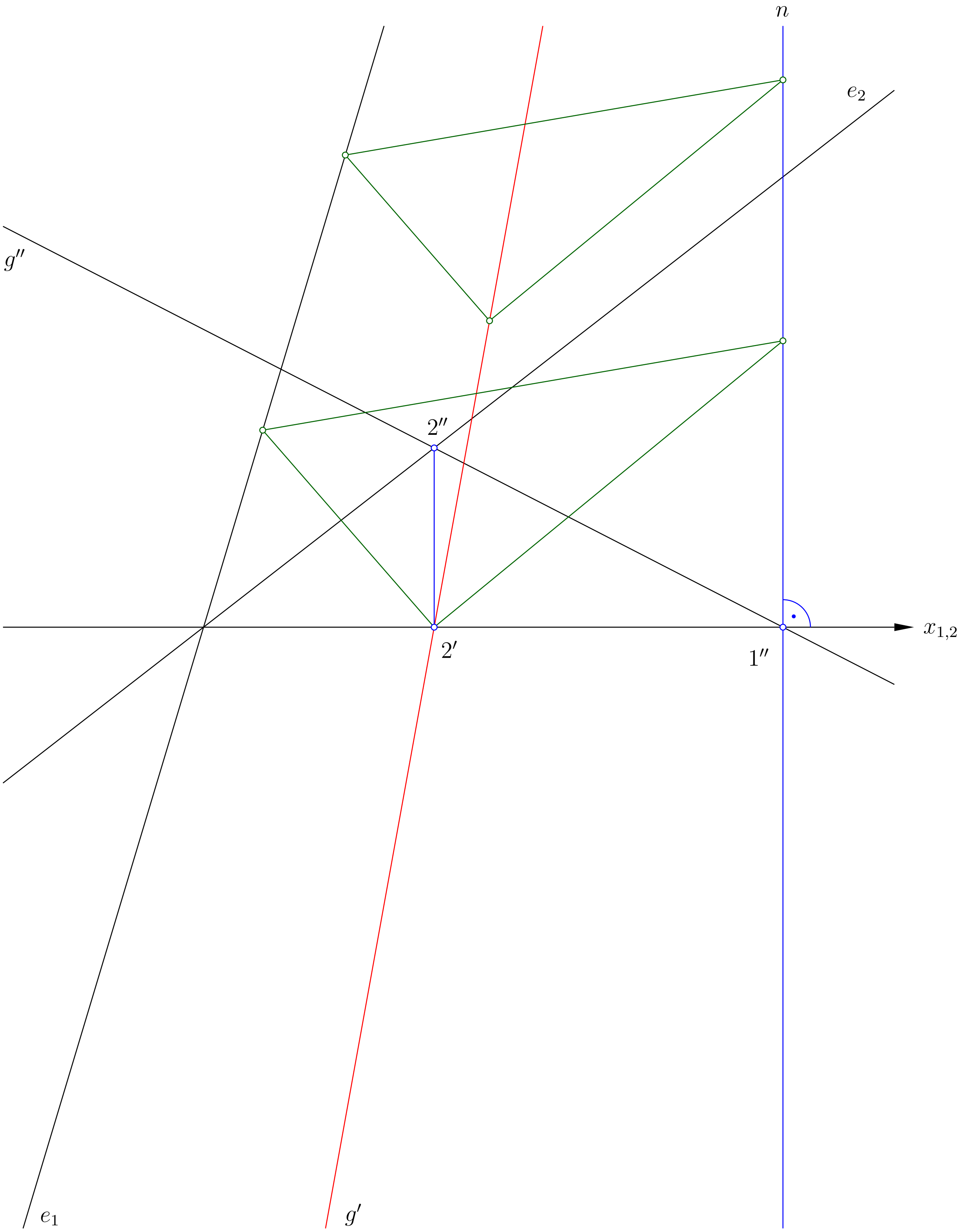
g''
$2'$
$1''$
$x_{1,2}$
e_2
$2''$
$1'$
e_1
g'

Bemerkung

Die Aufgabe ist analog zu der von Übungsblatt 34

Konstruktionsbericht

1. $g'' \cap e_2 \rightarrow 2''$
2. $\mathrm{Ord}(2'') \cap x_{12} \rightarrow 2'$
3. $g'' \cap x_{12} \rightarrow 1''$
4. $\mathrm{Ord}(1'') \cap e_1 \rightarrow 1'$
5. $(1'2') \rightarrow g'$



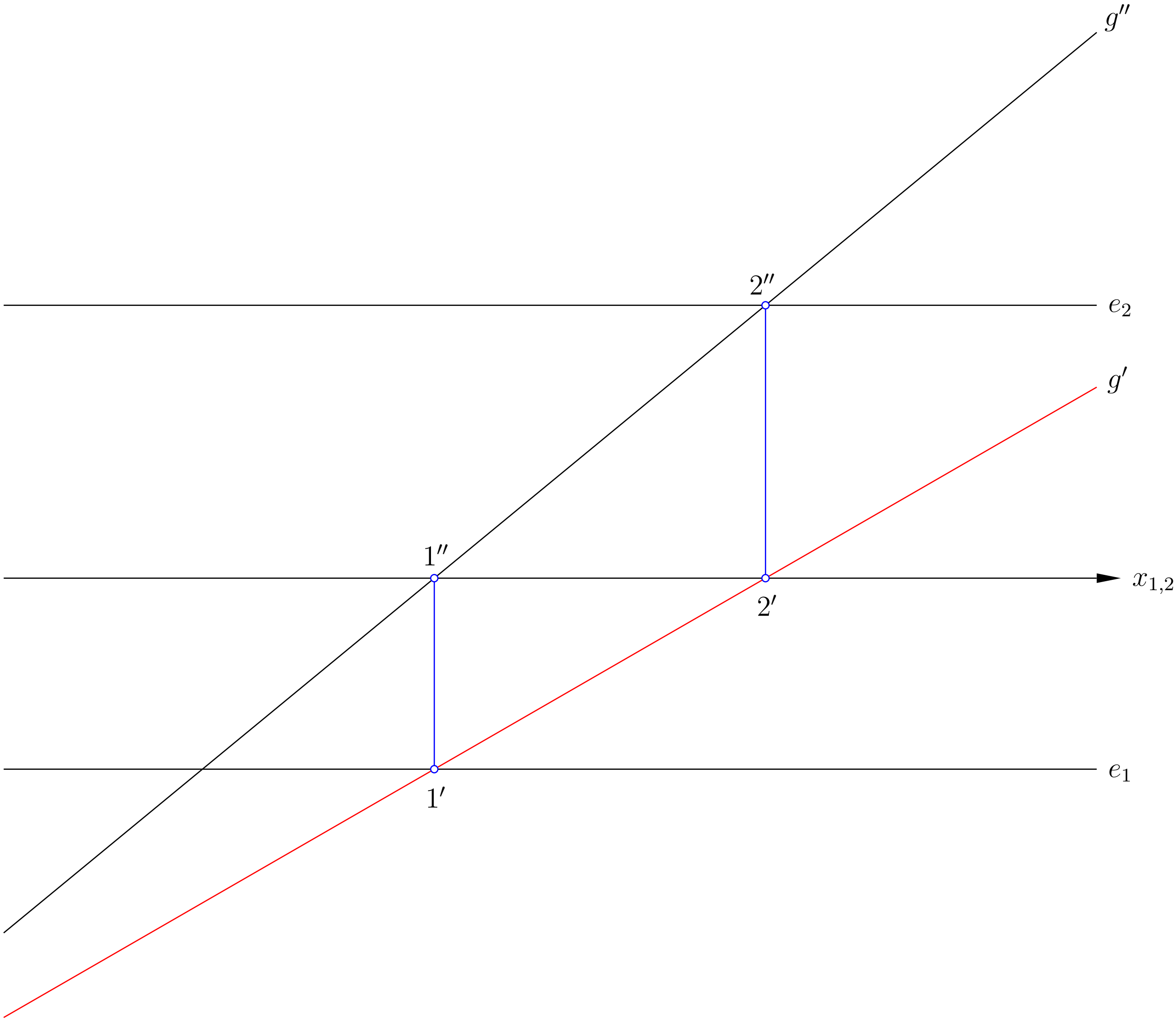
n
e_2
g''
$2''$
$2'$
$1''$
$x_{1,2}$
e_1
g'

Bemerkung

Der Grundriss $1'$ des ersten Spurpunktes liegt nicht auf dem Zeichenblatt. Eine Hilfskonstruktion mit zwei ähnlichen Dreiecken löst das Problem.

Konstruktionsbericht

1. $g'' \cap e_2 \to 2''$
2. $\mathrm{Ord}(2'') \cap x_{12} \to 2'$
3. $g'' \cap x_{12} \to 1''$
4. Normale auf x_{12} durch $1'' \to n$
5. Hilfskonstruktion mit ähnlichen Dreiecken $\to g'$


g''
$2''$
e_2
g'
$1''$
$x_{1,2}$
$2'$
e_1
$1'$

Bemerkung

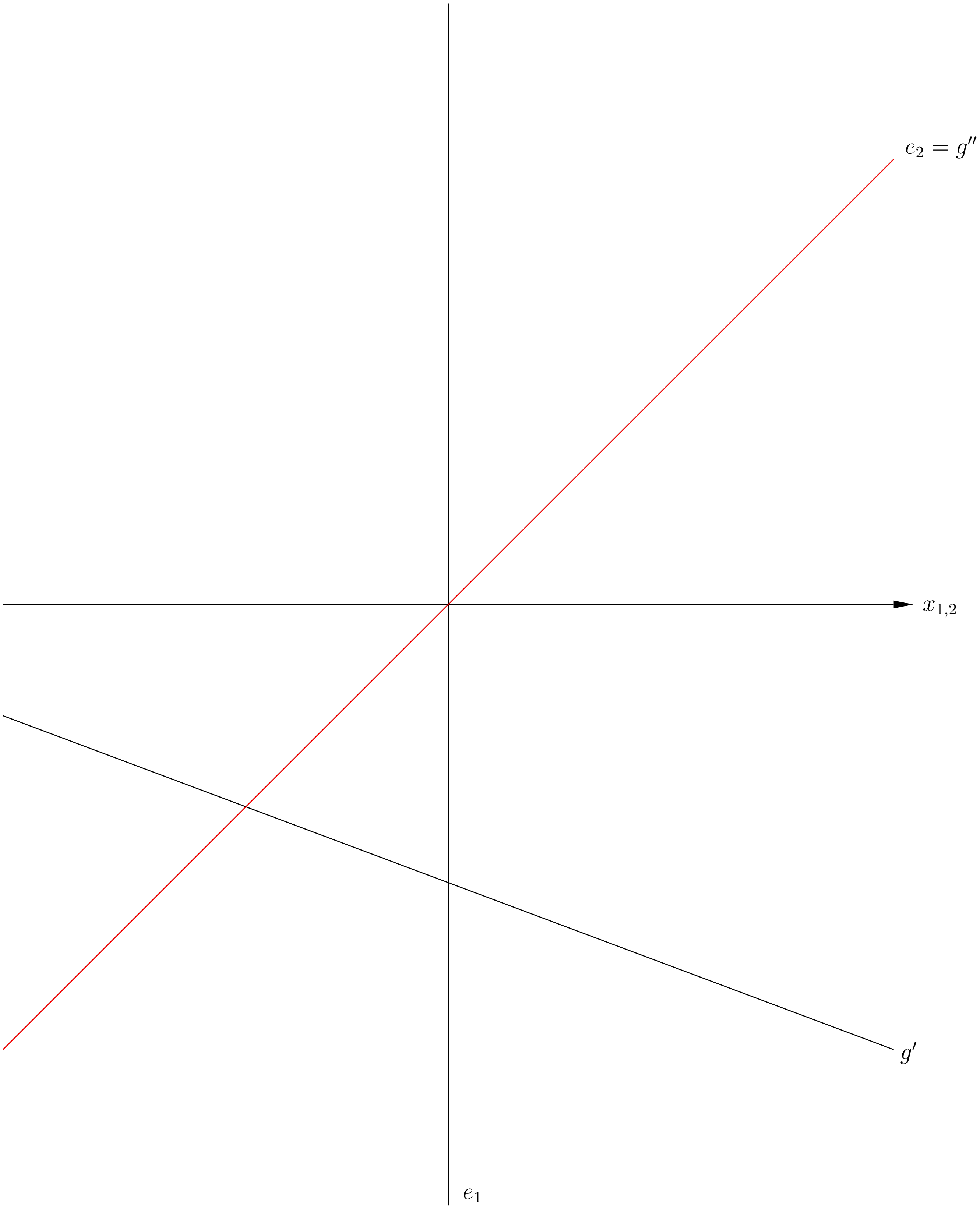
Auch wenn ε eine drittprojizierende Ebene ist, gilt:

Der Schnittpunkt von g'' und e_2 ist der Aufriss des zweiten Spurpunktes von g.

Der Schnittpunkt von g'' und $x_{12} = e_2'$ ist der Aufriss des ersten Spurpunktes von g.

Konstruktionsbericht

1. $g'' \cap e_2 \to 2''$
2. $\mathrm{Ord}(2'') \cap x_{12} \to 2'$
3. $g'' \cap x_{12} \to 1''$
4. $\mathrm{Ord}(1'') \cap e_1 \to 1'$
5. $(1'2') \to g'$

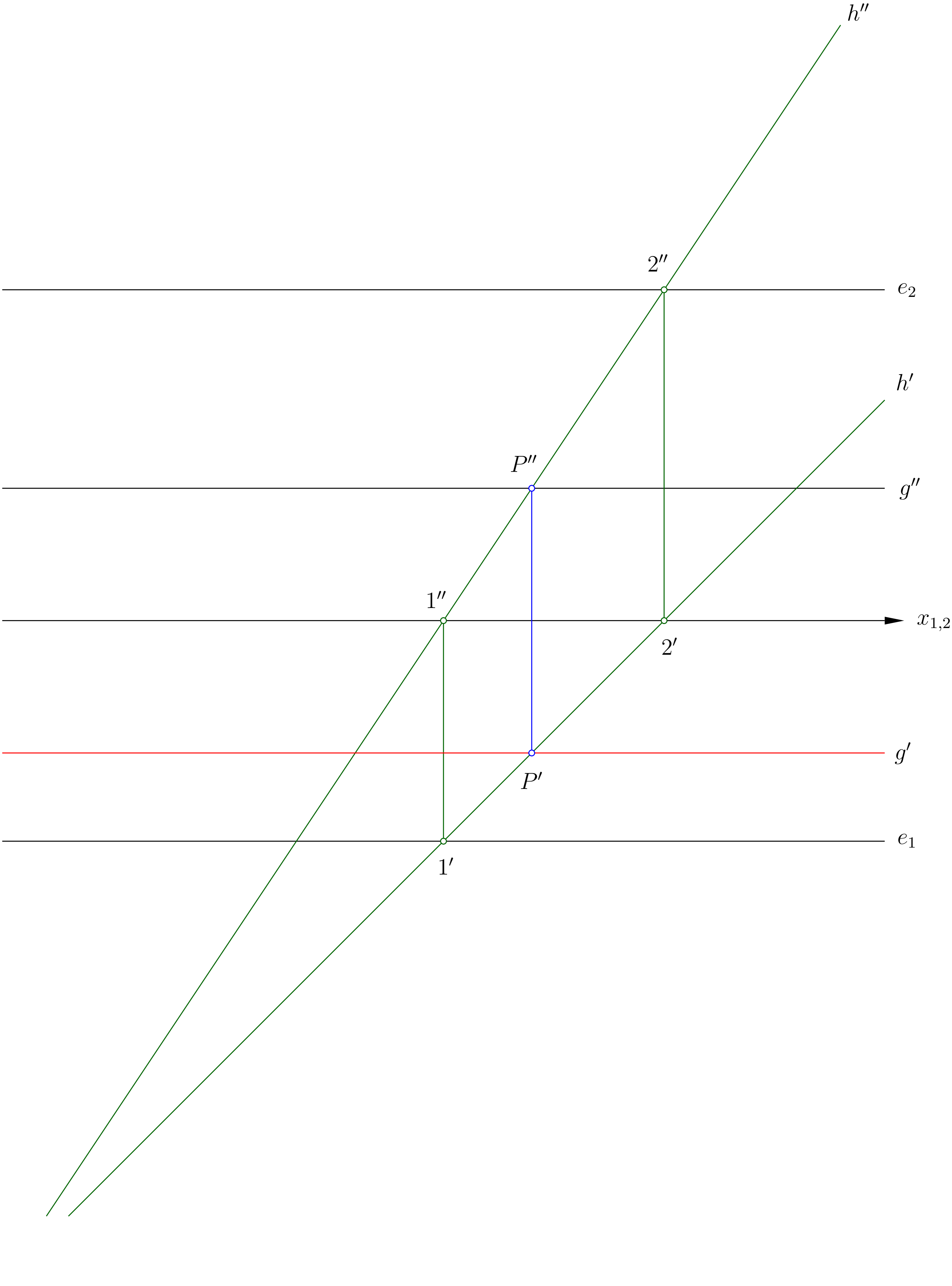

$e_2 = g''$
$x_{1,2}$
g'
e_1

Bemerkung

ε ist eine zweitprojizierende Ebene. Daher muss der Aufriss von g in der zweiten Spur e_2 von ε enthalten sein.

Konstruktionsbericht

$e_2 \rightarrow g''$



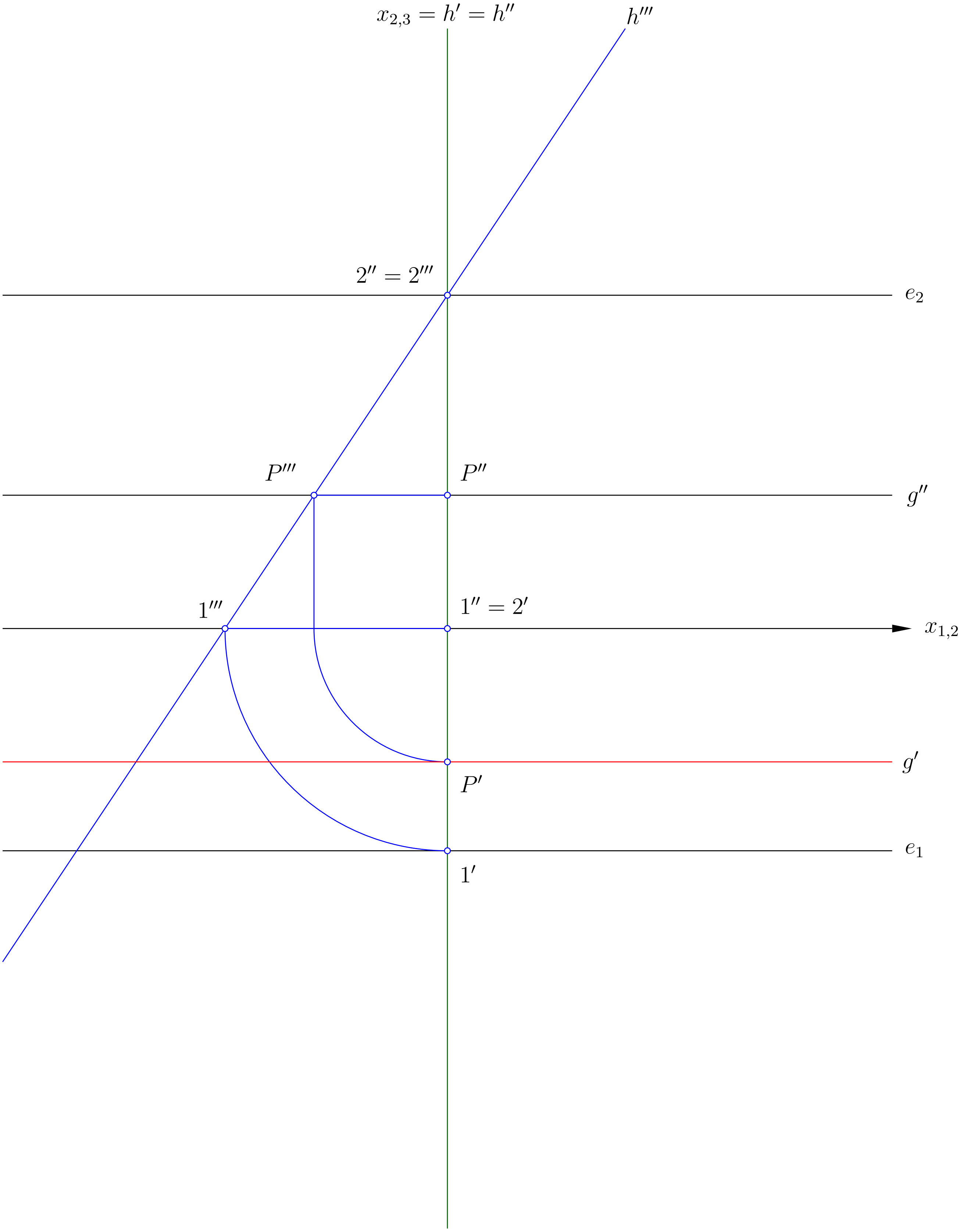
h''
$2''$
e_2
h'
P''
g''
$1''$
$x_{1,2}$
$2'$
g'
P'
e_1
$1'$

Bemerkung

Mit einer Hilfsgerade h'' (zu der natürlich noch der Grundrss h' konstruiert werden muss) „binden" wir g an die Ebene ε an. Der Rest ist wieder Standardkonstruktion.

Konstruktionsbericht

1. Hilfsgerade, welche x_{12}, e_2 und g'' auf dem Zeichenblatt schneidet $\to h''$
2. $h'' \cap e_2 \to 2''$; $\mathrm{Ord}(2'') \cap x_{1,2} \to 2'$
3. $h'' \cap x_{1,2} \to 1''$; $\mathrm{Ord}(1'') \cap e_1 \to 1'$
4. $(1'2') \to h'$
5. $g'' \cap h'' \to P''$; $\mathrm{Ord}(P'') \cap h' \to P'$
6. Parallele zu $x_{1,2}$ durch $P' \to g'$



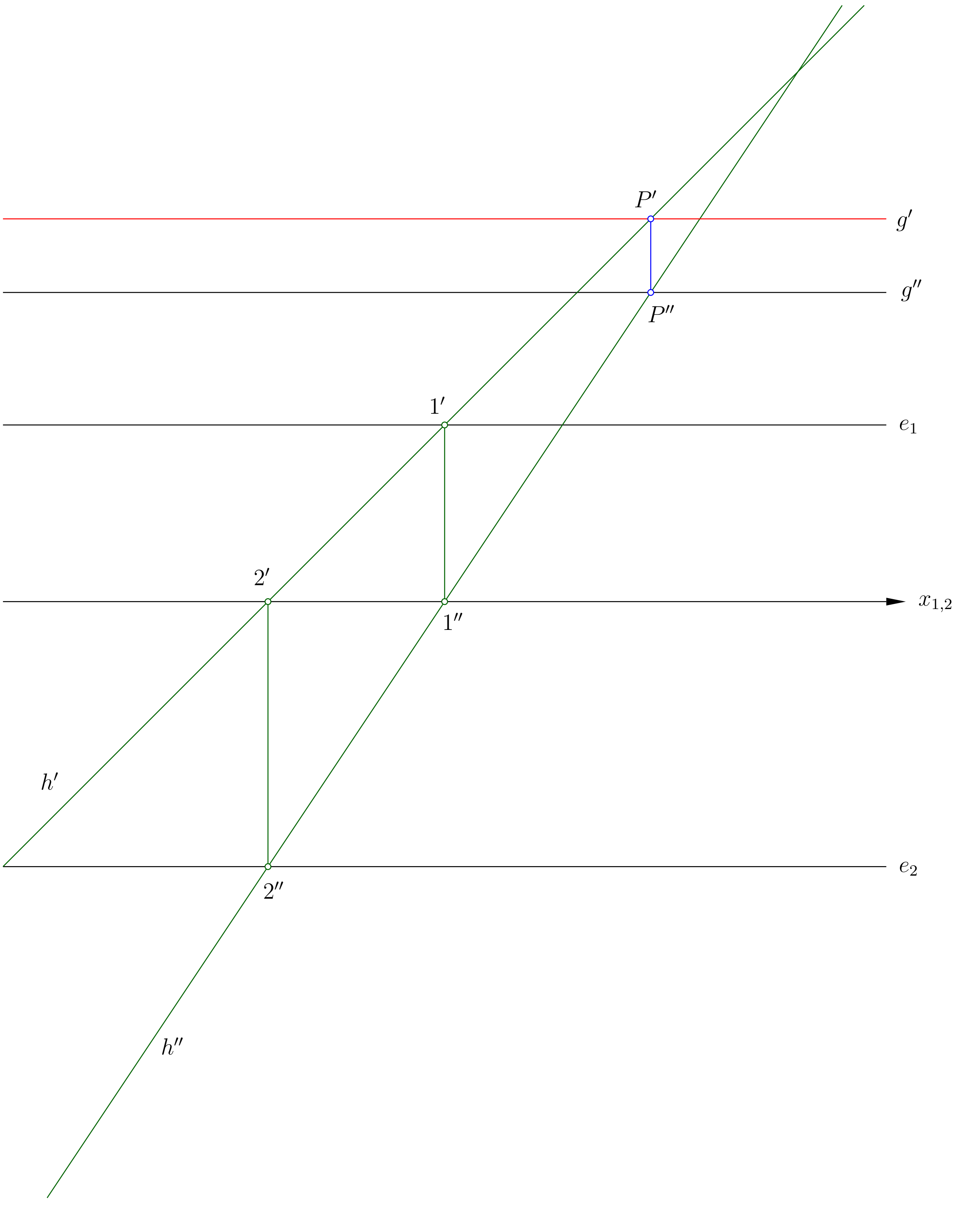
$x_{2,3} = h' = h''$
h'''
$2'' = 2'''$
e_2
P'''
P''
g''
$1'''$
$1'' = 2'$
$x_{1,2}$
g'
P'
e_1
$1'$

Bemerkung

Man konstruiere den Seitenriss der drittprojizierende Ebene ε bezüglich einer selbstgewählten Rissachse $x_{2,3}$. Auf diese Weise kann der Grundriss eines Punktes P auf g und somit g' bestimmt werden.

Konstruktionsbericht

1. Wähle die Rissachse $x_{2,3}$ senkrecht auf $x_{1,2}$
2. Wähle eine dritte Hauptgerade $h \subset \varepsilon$, so dass $h' = h'' = x_{2,3}$
3. $h'' \cap e_2 \to 2'' = 2'''$
4. $h' \cap e_1 \to 1'$; Seitenriss von $1' \to 1'''$
5. $(1'''2''') \to h'''$
6. $g'' \cap h'' \to P''$
7. Lot von P'' auf $x_{2,3}$ $(= g'')$ mit h''' schneiden $\to P'''$
8. P''', $P'' \to P'$
9. Parallele zu $x_{1,2}$ durch $P' \to g'$



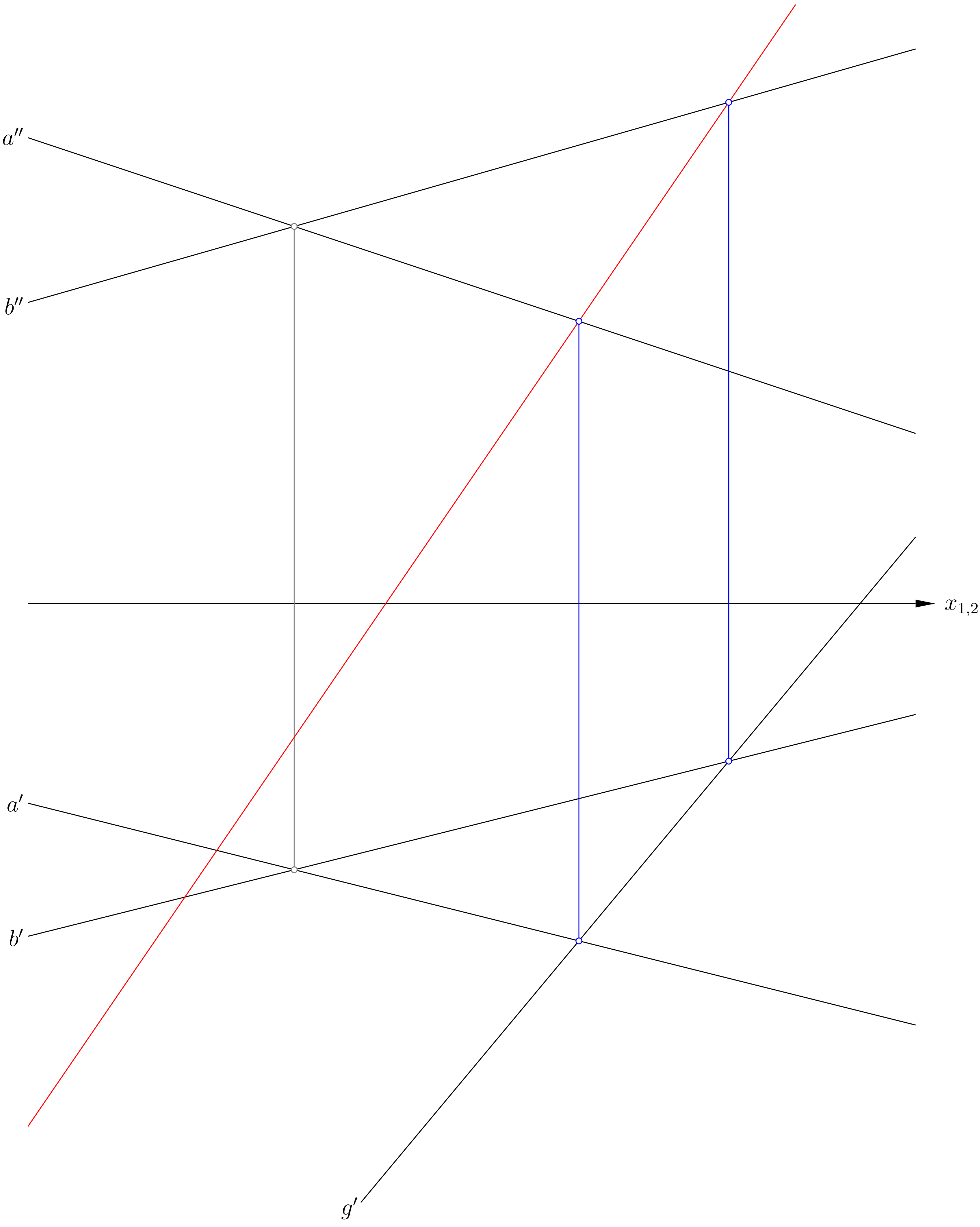
P'
g'
g''
P''
$1'$
e_1
$2'$
$x_{1,2}$
$1''$
h'
e_2
$2''$
h''

Bemerkung

Mit einer Hilfsgerade h'' (zu der natürlich noch der Grundrss h' konstruiert werden muss) „binden“ wir g an die Ebene ε an. Der Rest ist wieder Standardkonstruktion.

Konstruktionsbericht

1. Hilfsgerade, welche x_{12}, e_2 und g'' auf dem Zeichenblatt schneidet $\to h''$
2. $h'' \cap e_2 \to 2''$; $\mathrm{Ord}(2'') \cap x_{1,2} \to 2'$
3. $h'' \cap x_{1,2} \to 1''$; $\mathrm{Ord}(1'') \cap e_1 \to 1'$
4. $(1'2') \to h'$
5. $g'' \cap h'' \to P''$; $\mathrm{Ord}(P'') \cap h' \to P'$
6. Parallele zu $x_{1,2}$ durch $P' \to g'$



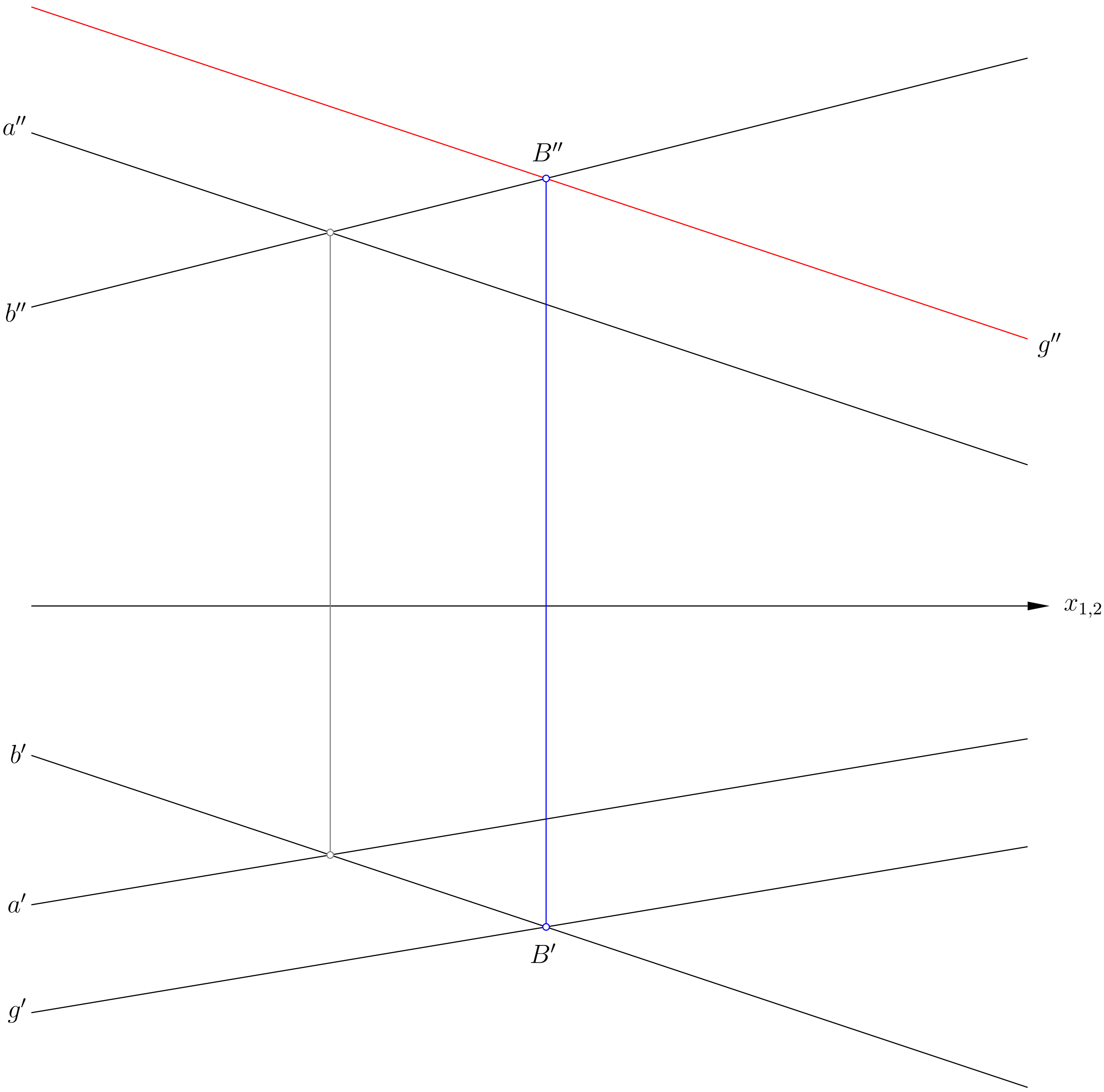
a''
b''
$x_{1,2}$
a'
b'
g'

Bemerkung

Aus den Schnittpunkten von g' mit den Grundrissen a' und b' lassen sich sofort die Aufrisse und damit auch g'' konstruieren.

Konstruktionsbericht

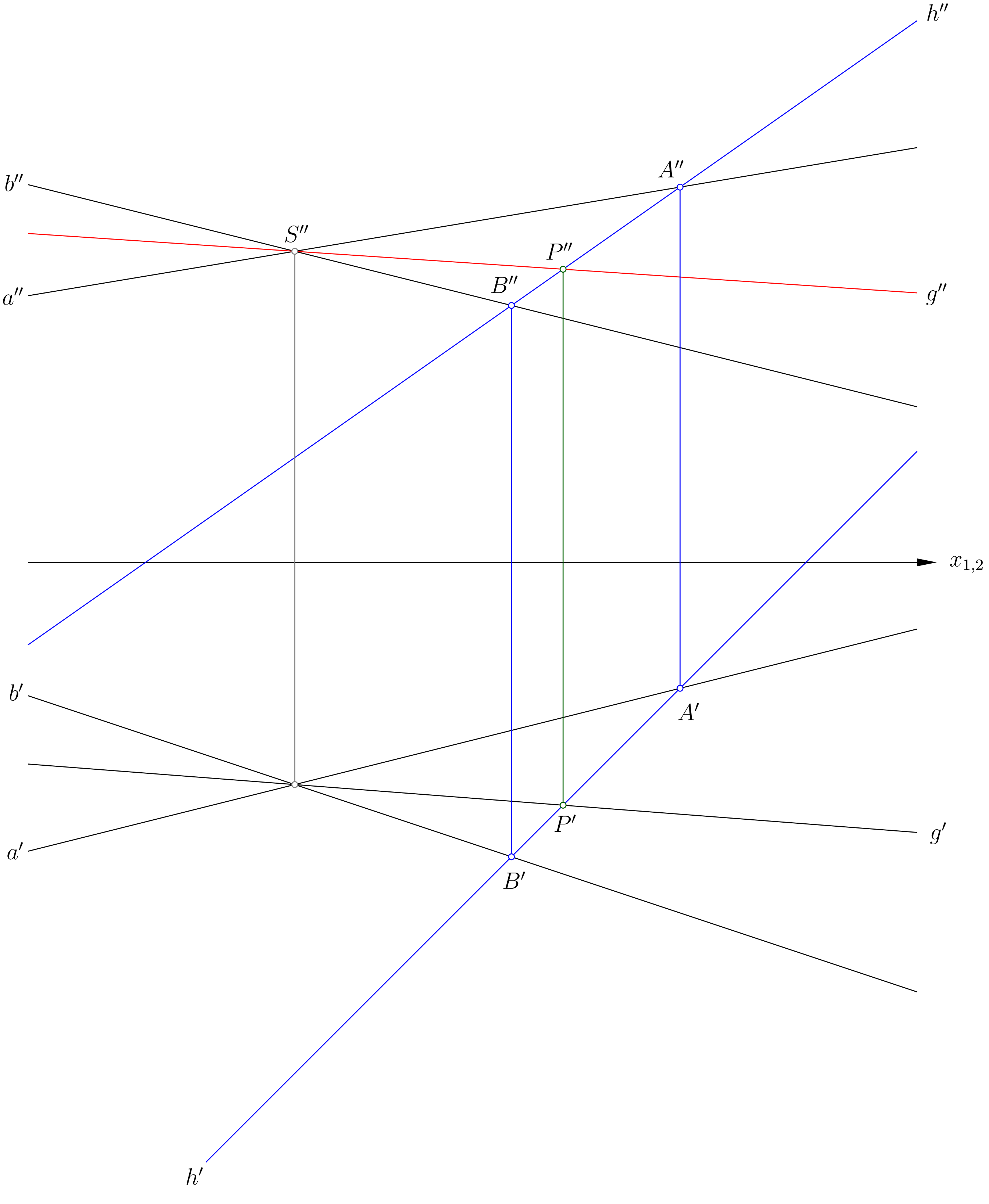
1. $g' \cap a' \to A'$; $\mathrm{Ord}(A') \cap a'' \to A''$
2. $g' \cap b' \to B'$; $\mathrm{Ord}(B') \cap b'' \to B''$
3. $(A''B'') \to g''$



a''
B''
b''
g''
$x_{1,2}$
b'
a'
B'
g'

Konstruktionsbericht

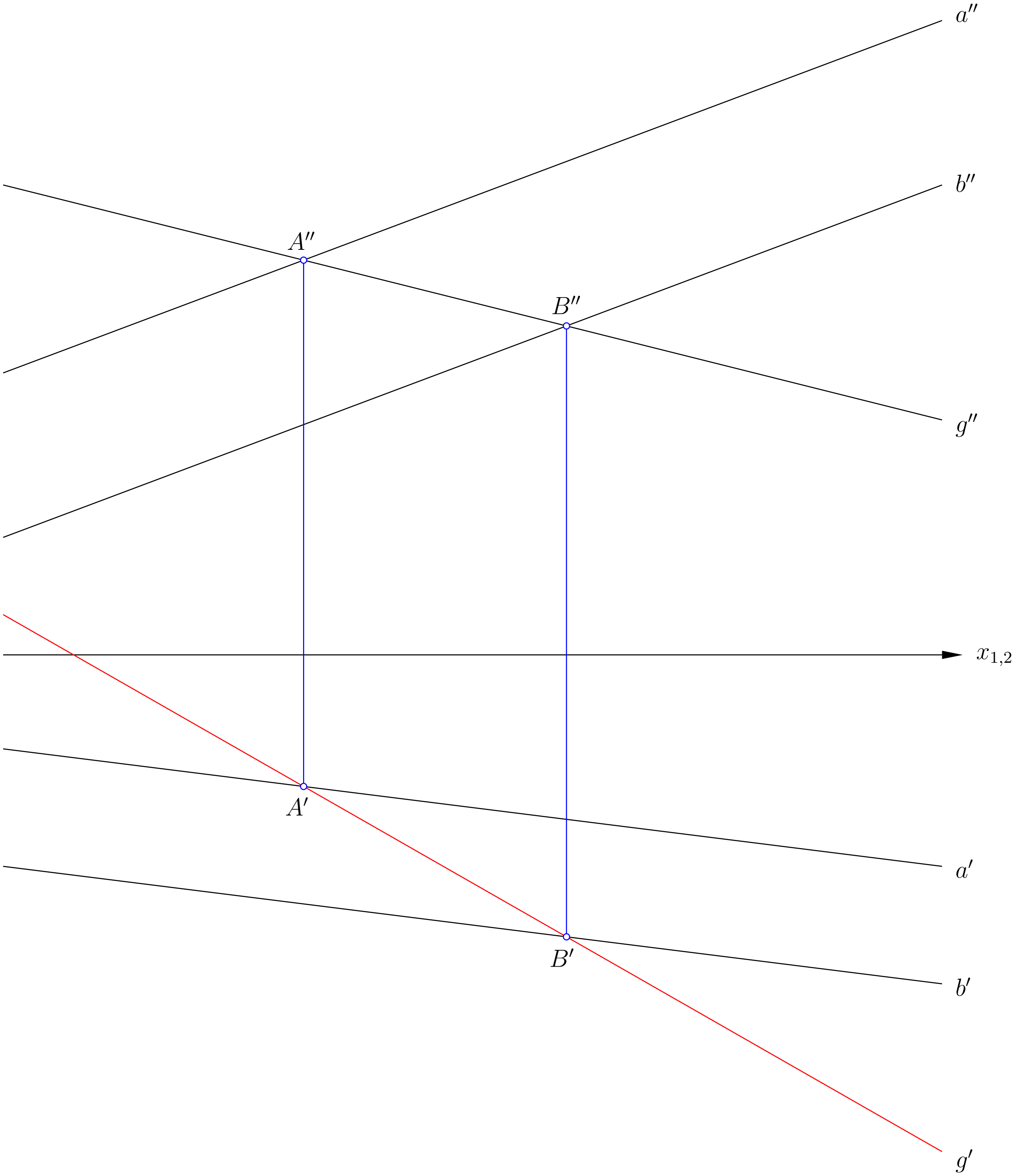
1. $g' \cap b' \to B'$
2. $\mathrm{Ord}(B') \cap b'' \to B''$
3. Parallele zu a'' durch $B'' \to g''$



h''
A''
b''
S''
P''
B''
a''
g''
$x_{1,2}$
b'
A'
P'
g'
a'
B'
h'

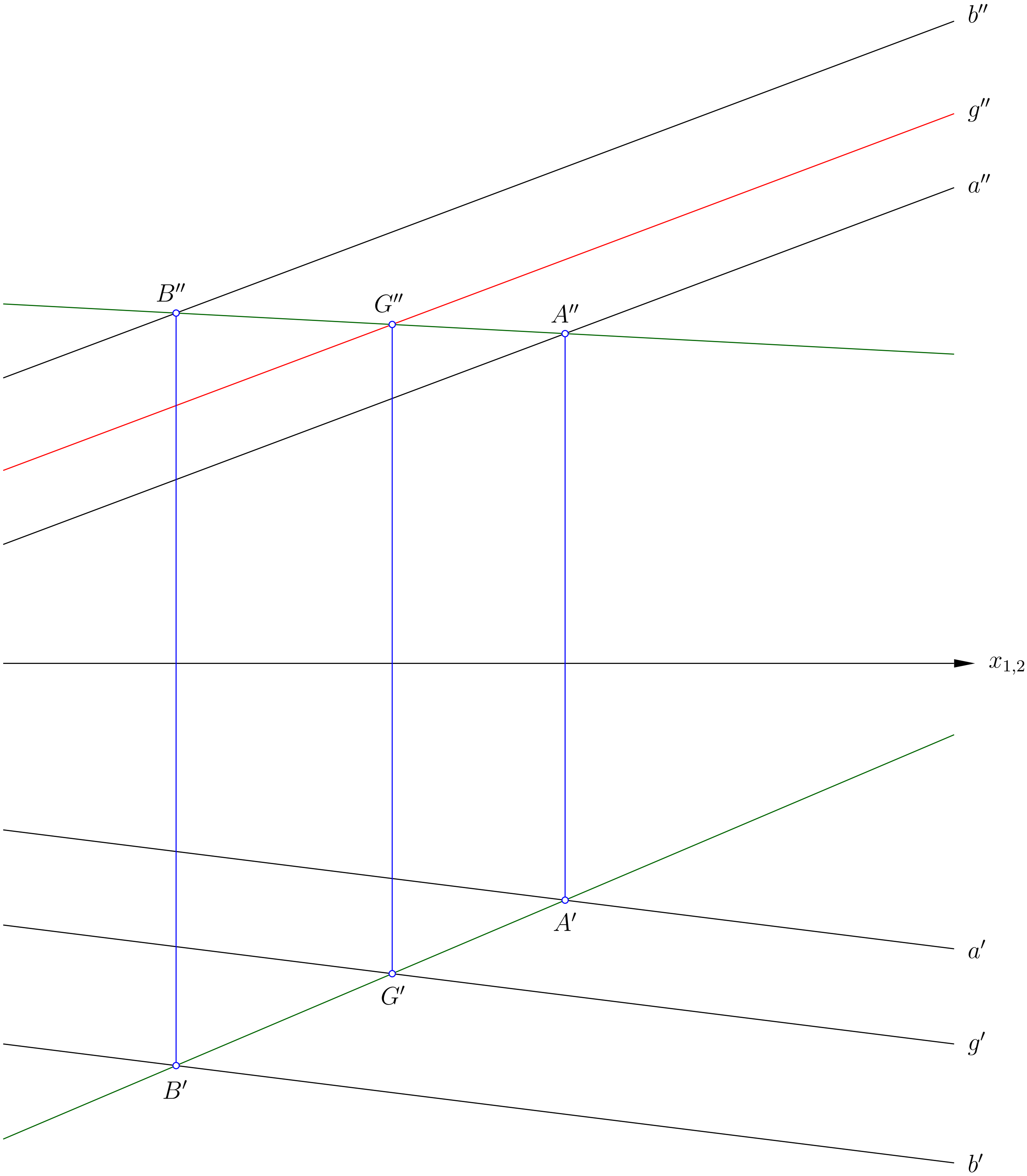
Konstruktionsbericht

1. Hilfsgerade, die a', b' und g' schneidet $\rightarrow h'$
2. $h' \cap a' \rightarrow A'$; $h' \cap b' \rightarrow B'$; $h' \cap g' \rightarrow P'$
3. $\mathrm{Ord}(A') \cap a'' \rightarrow A''$; $\mathrm{Ord}(B') \cap b'' \rightarrow B''$
4. $(A''B'') \rightarrow g''$
5. $\mathrm{Ord}(P') \cap g'' \rightarrow P''$
6. $a'' \cap b'' \rightarrow S''$
7. $S'' \cap P'' \rightarrow g''$


a''
b''
A''
B''
g''
$x_{1,2}$
A'
a'
B'
b'
g'

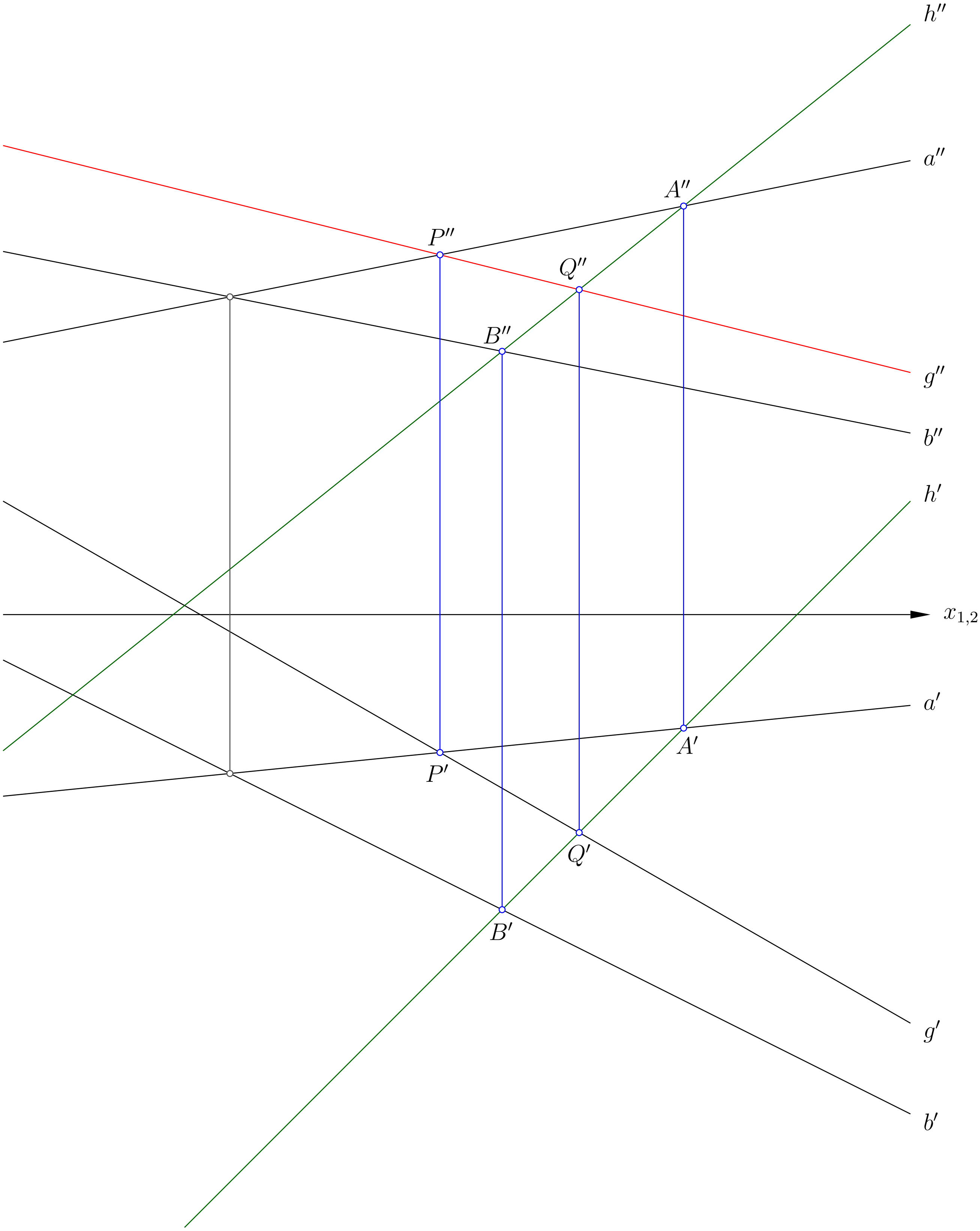
Konstruktionsbericht

1. $g'' \cap a'' \to A''$; $\mathrm{Ord}(A'') \cap a' \to A'$
2. $g'' \cap b'' \to B''$; $\mathrm{Ord}(B'') \cap b' \to B'$
3. $(A'B') \to g'$


b''
g''
a''
B''
G''
A''
$x_{1,2}$
A'
a'
G'
g'
B'
b'

Konstruktionsbericht

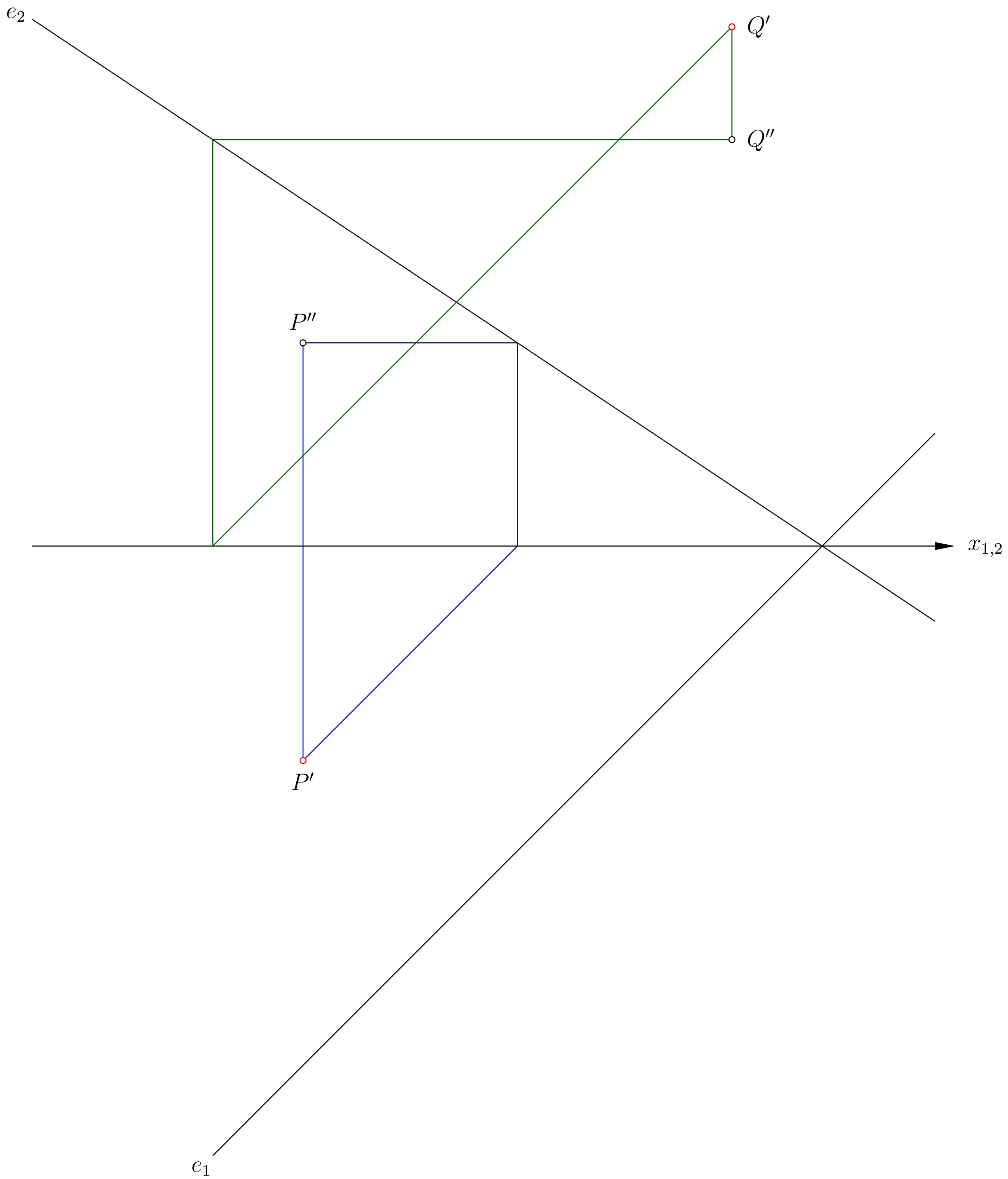
1. Hilfsgerade, die a', b' und g' schneidet $\to h'$
2. $h' \cap a' \to A'$; $\mathrm{Ord}(A') \cap a'' \to A''$
3. $h' \cap b' \to B'$; $\mathrm{Ord}(B') \cap b'' \to B''$
4. $(A''B'') \to h''$
5. $g' \cap h' \to G'$; $\mathrm{Ord}(G') \cap h'' \to G''$
6. Parallele zu a'' durch $P'' \to g''$



h''
a''
A''
P''
Q''
B''
g''
b''
h'
$x_{1,2}$
a'
A'
P'
Q'
B'
g'
b'

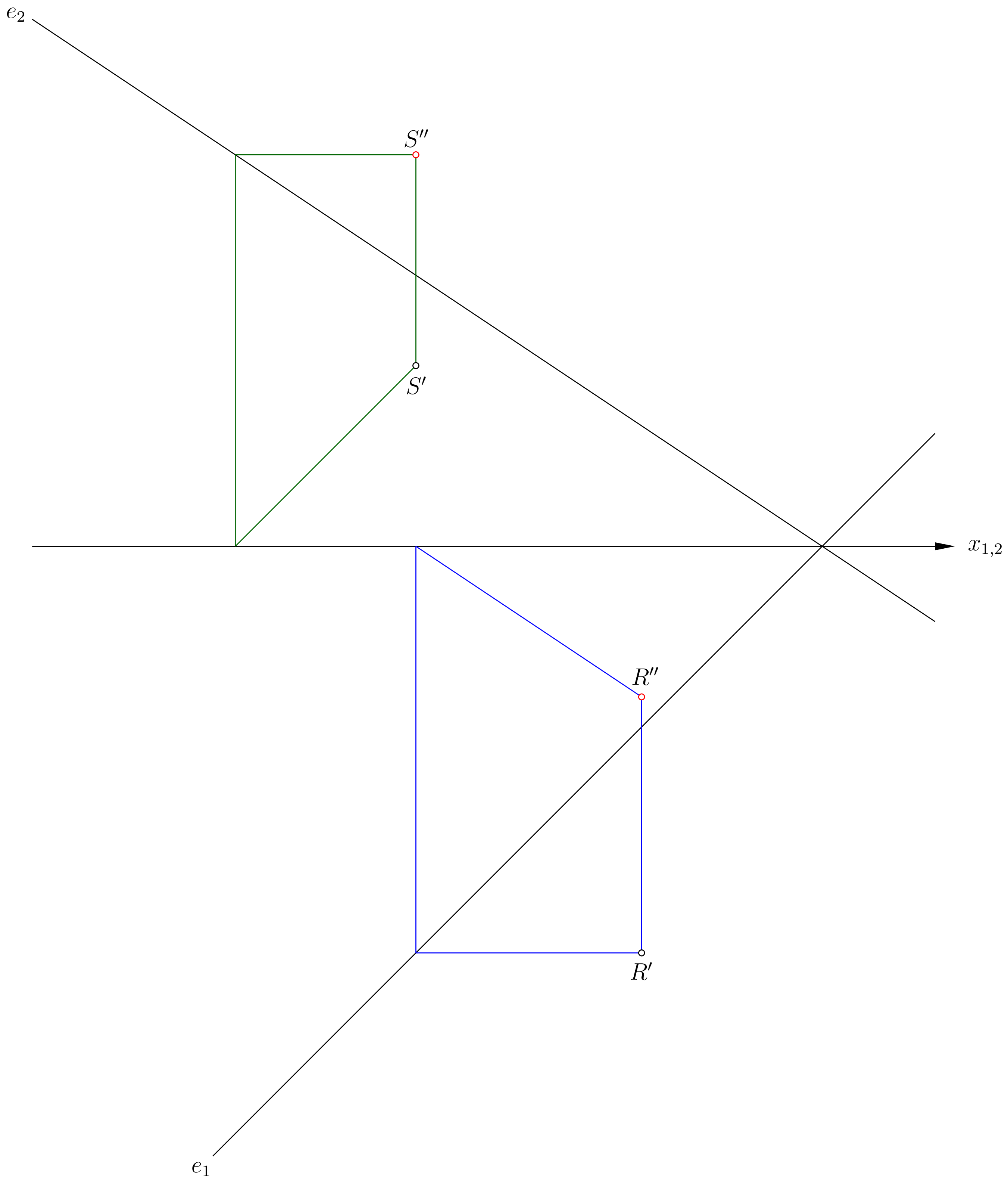
Konstruktionsbericht

1. Hilfsgerade, die a', b' und g' schneidet $\rightarrow h'$
2. $h' \cap a' \rightarrow A'$; $\mathrm{Ord}(A') \cap a'' \rightarrow A''$
3. $h' \cap b' \rightarrow B'$; $\mathrm{Ord}(B') \cap b'' \rightarrow B''$
4. $(A''B'') \rightarrow h''$
5. $g' \cap a' \rightarrow P'$; $\mathrm{Ord}(P') \cap a'' \rightarrow P''$
6. $g' \cap h' \rightarrow Q'$; $\mathrm{Ord}(Q') \cap h'' \rightarrow Q''$
7. $(P''Q'') \rightarrow g''$


e_2
Q'
Q''
P''
$x_{1,2}$
P'
e_1

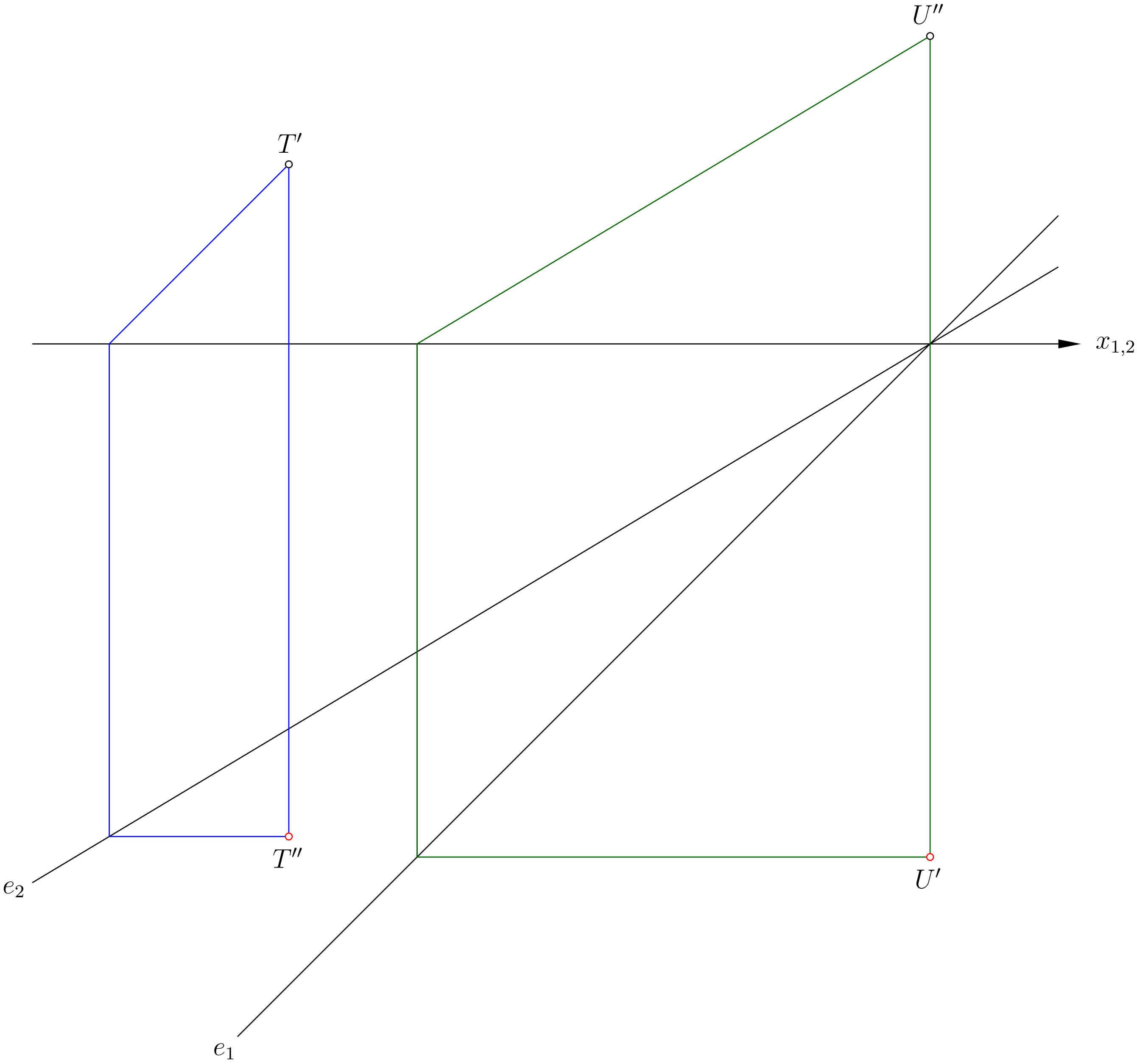
Konstruktionsbericht

1. Konstruktion mit einer ersten Hauptgerade durch $P \to P'$
2. Konstruktion mit einer ersten Hauptgerade durch $Q \to Q'$


e_2
S''
S'
$x_{1,2}$
R''
R'
e_1

Konstruktionsbericht

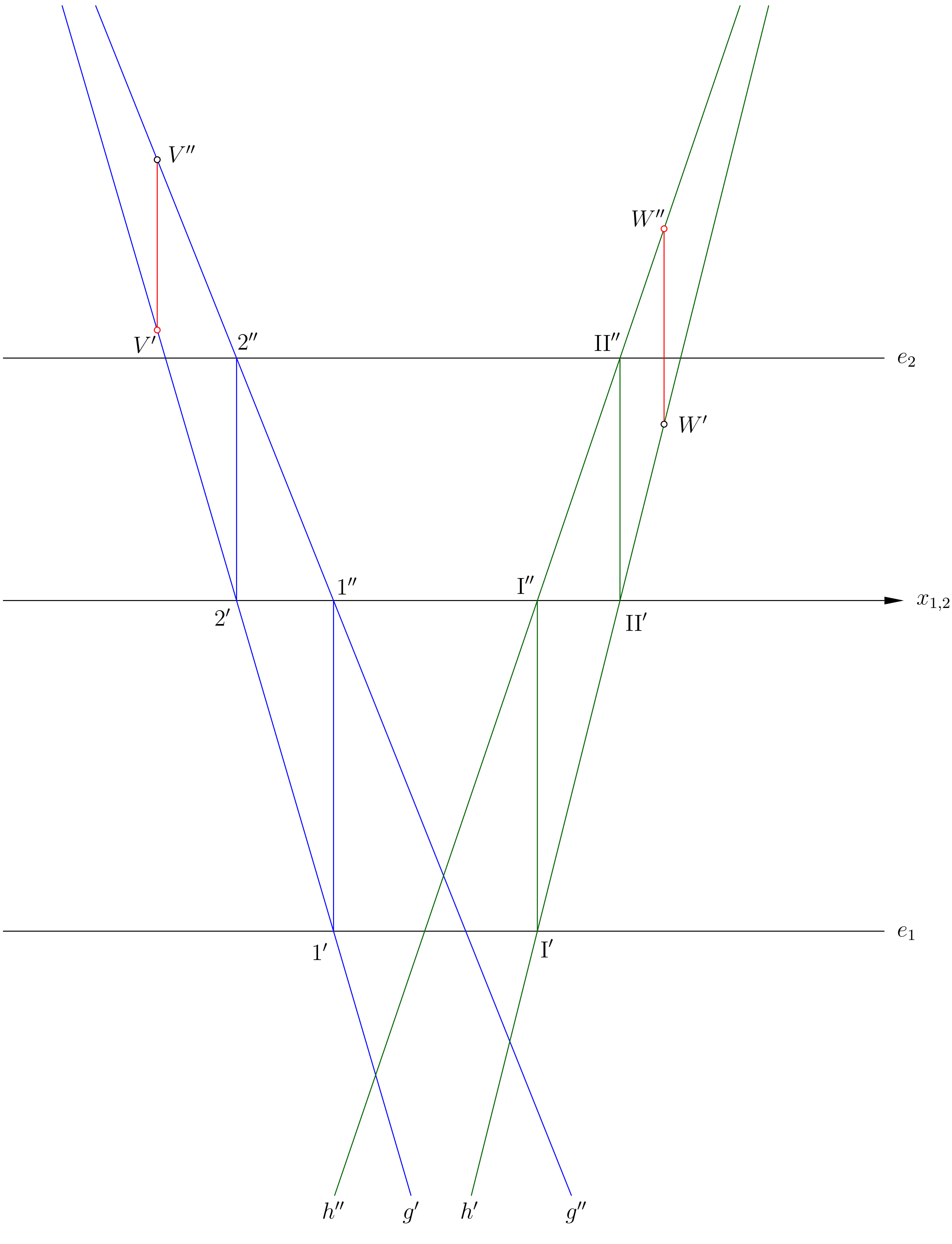
1. Konstruktion mit einer zweiten Hauptgerade durch $R \to R''$
2. Konstruktion mit einer ersten Hauptgerade durch $S \to S''$



U''
T'
$x_{1,2}$
T''
U'
e_2
e_1

Konstruktionsbericht

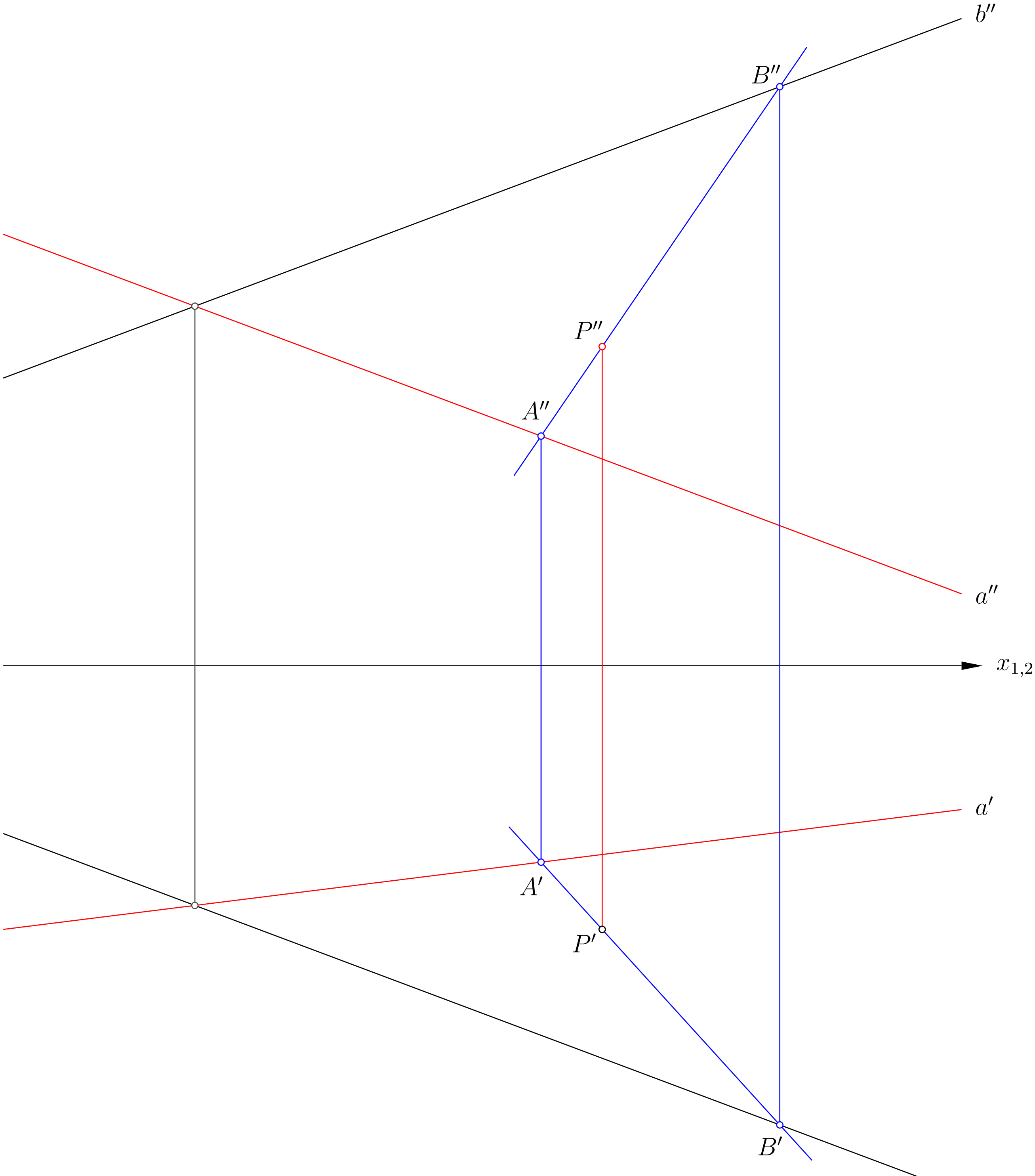
1. Konstruktion mit einer ersten Hauptgerade durch $T \to T''$
2. Konstruktion mit einer zweiten Hauptgerade durch $U \to U'$



V''
V'
2''
2'
1''
1'
W''
W'
II''
II'
I''
I'
e2
x1,2
e1
h''
g'
h'
g''

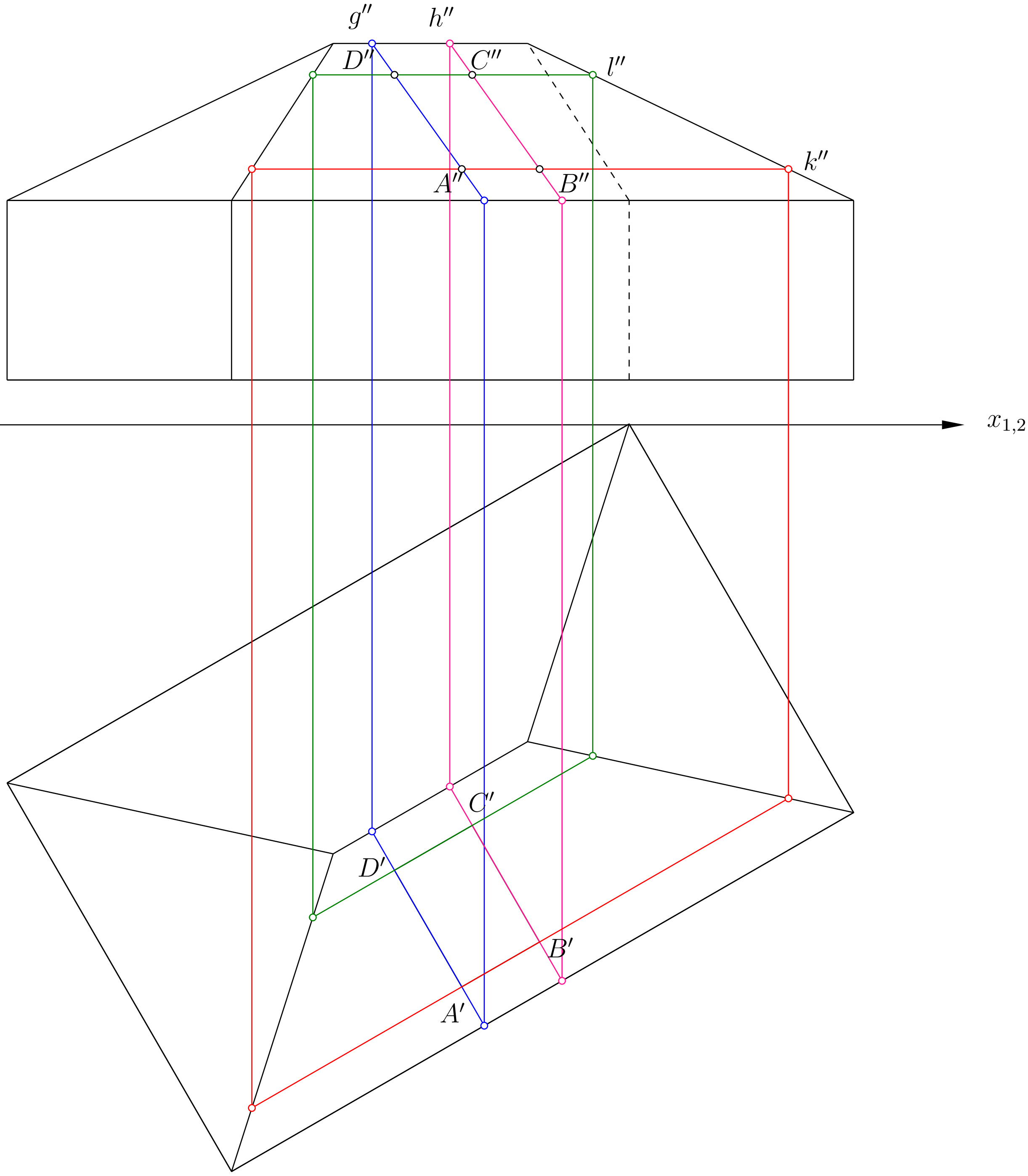
Konstruktionsbericht

1. Hilfsgerade durch V'', die e_1 und e_2 schneidet $\rightarrow g''$
2. Grundriss von g gemäss dritter Grundaufgabe $\rightarrow g'$
3. $\text{Ord}(V'') \cap g' \rightarrow V'$
4. Hilfsgerade durch W', die e_1 und e_2 schneidet $\rightarrow h'$
5. Aufriss von h gemäss dritter Grundaufgabe $\rightarrow h''$
6. $\text{Ord}(W') \cap h'' \rightarrow W''$


b''
B''
P''
A''
a''
$x_{1,2}$
a'
A'
P'
B'
b'

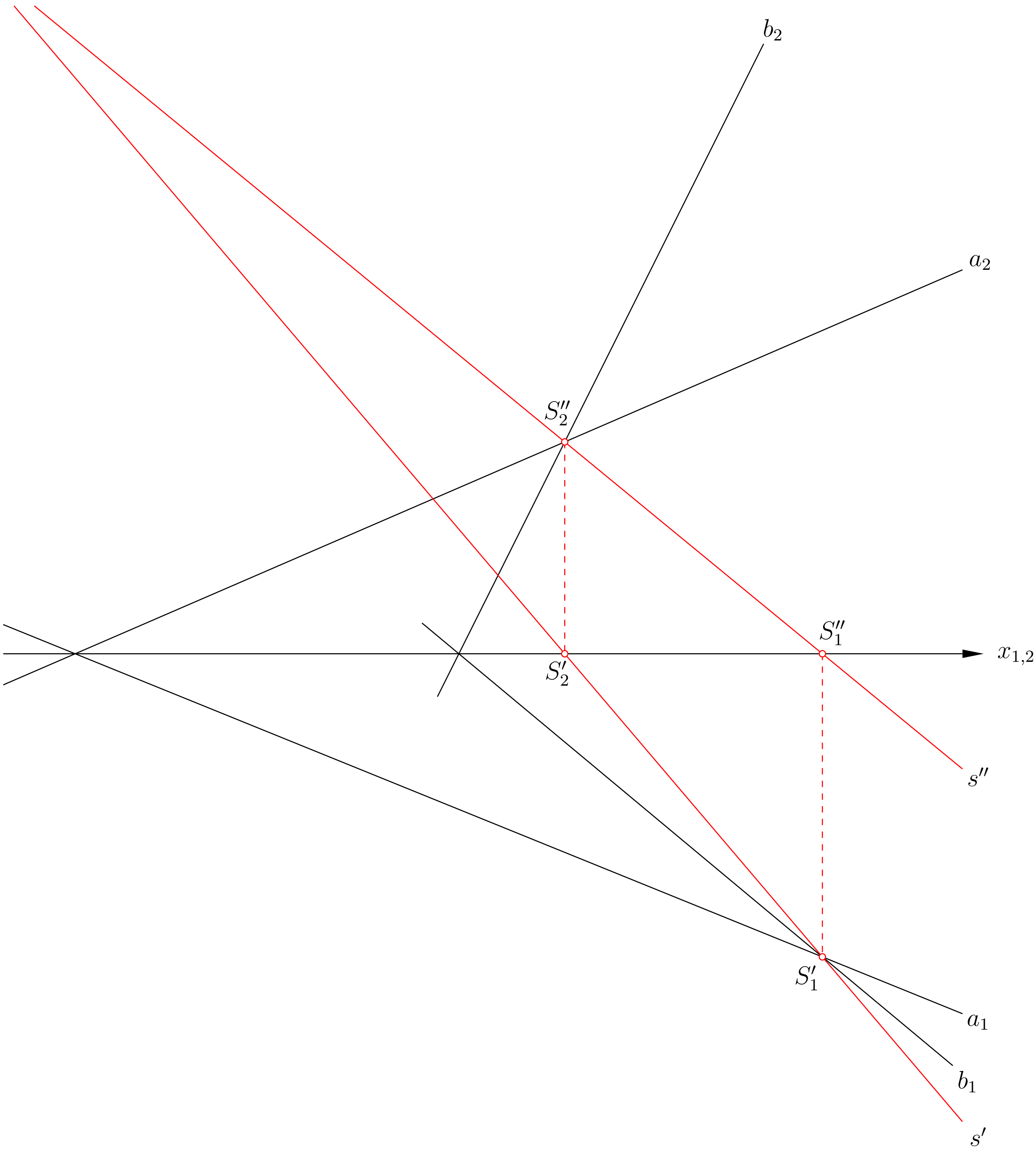
Konstruktionsbericht

1. Hilfsgerade durch P', die a' und b' schneidet $\rightarrow h'$
2. $h' \cap a' \rightarrow A'$; $\mathrm{Ord}(A') \cap a'' \rightarrow A''$
3. $h' \cap b' \rightarrow B'$; $\mathrm{Ord}(B') \cap b'' \rightarrow B''$
4. $(A''B'') \rightarrow h''$
5. $\mathrm{Ord}(P') \cap h'' \rightarrow P''$


g''
h''
D''
C''
l''
k''
A''
B''
$x_{1,2}$
C'
D'
B'
A'

Konstruktionsbericht

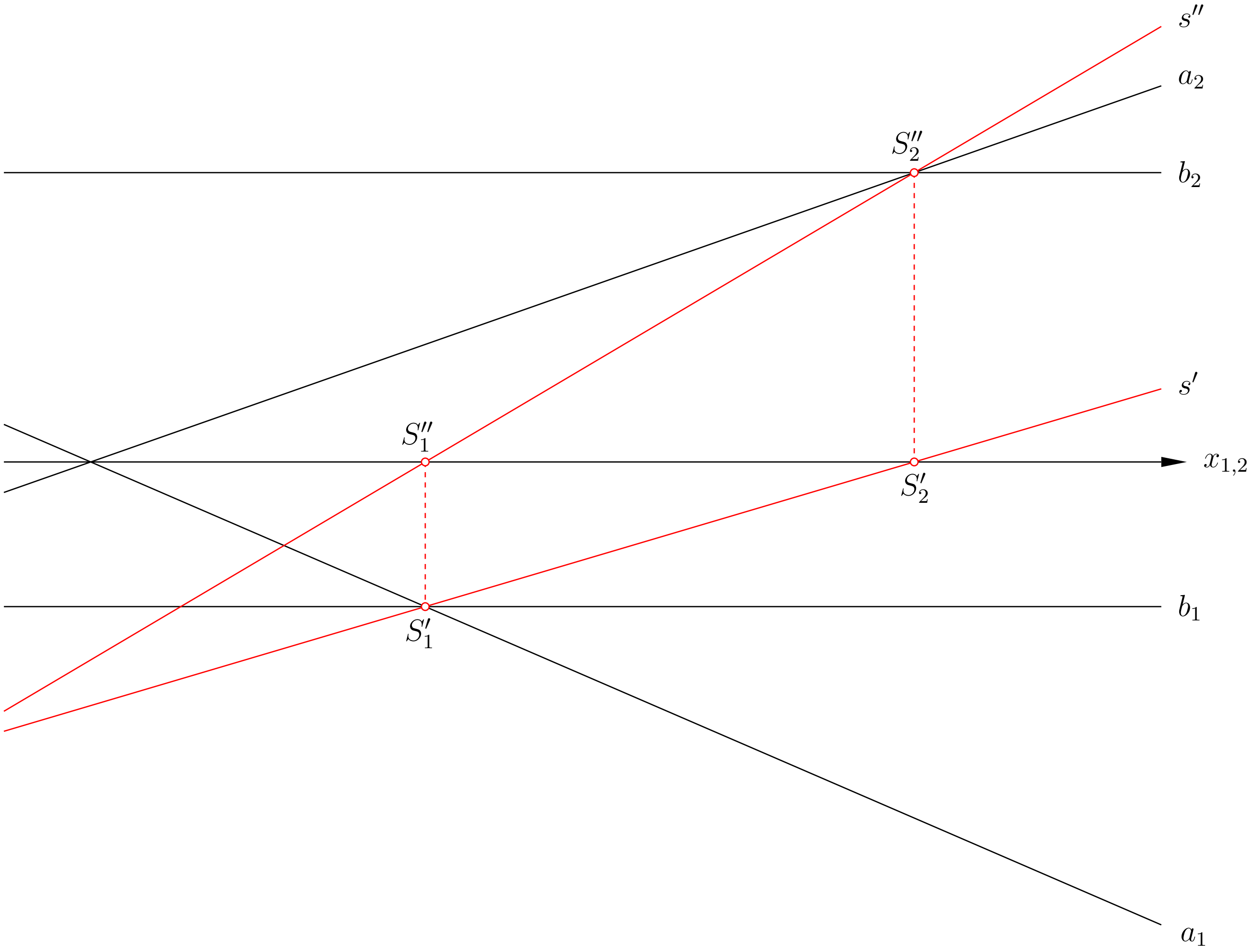
1. $g = (A'D') \to g''$ in Dachflächenebene gemäss 3. Standardaufgabe
2. $h = (B'C') \to h''$ in Dachflächenebene gemäss 3. Standardaufgabe
3. $k = (A'B') \to k''$ in Dachflächenebene gemäss 3. Standardaufgabe
4. $l = (C'D') \to l''$ in Dachflächenebene gemäss 3. Standardaufgabe
5. $g'' \cap k'' \to A''$
6. $h'' \cap k'' \to B''$
7. $h'' \cap l'' \to C''$
8. $g'' \cap l'' \to D''$



b_2
a_2
S_2''
S_1''
$x_{1,2}$
S_2'
s''
S_1'
a_1
b_1
s'

Konstruktionsbericht

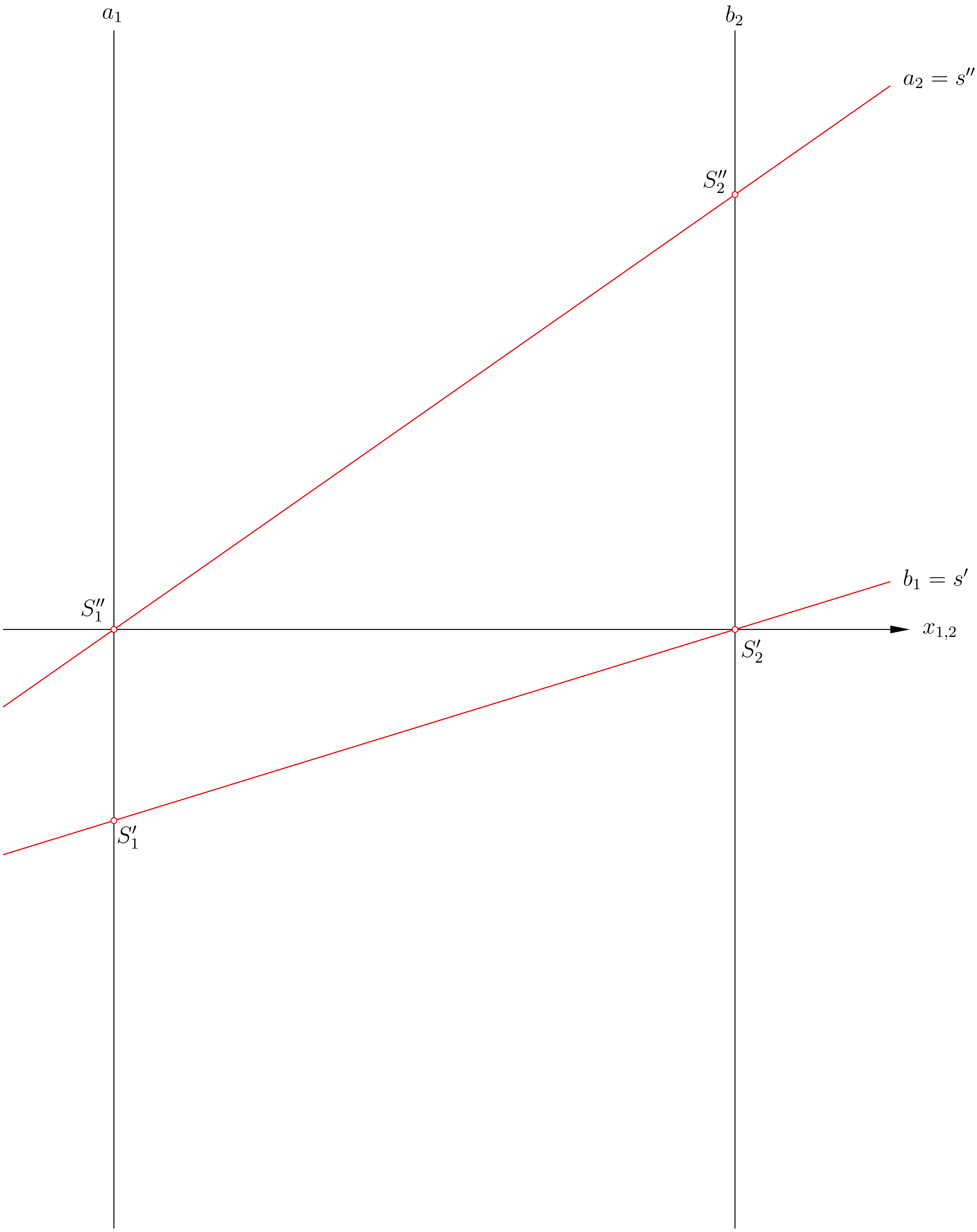
1. $a_1 \cap b_1 \to S_1'$
2. $\mathrm{Ord}(S_1') \cap x_{1,2} \to S_1''$
3. $a_2 \cap b_2 \to S_2''$
4. $\mathrm{Ord}(S_2'') \cap x_{1,2} \to S_2'$
5. $(S_1'S_2') \to s'$
6. $(S_1''S_2'') \to s''$



s''
a_2
S_2''
b_2
s'
S_1''
$x_{1,2}$
S_2'
b_1
S_1'
a_1

Konstruktionsbericht

1. $a_1 \cap b_1 \rightarrow S_1'$
2. $\mathrm{Ord}(S_1') \cap x_{1,2} \rightarrow S_1''$
3. $a_2 \cap b_2 \rightarrow S_2''$
4. $\mathrm{Ord}(S_2'') \cap x_{1,2} \rightarrow S_2'$
5. $(S_1' S_2') \rightarrow s'$
6. $(S_1'' S_2'') \rightarrow s''$


a_1
b_2
$a_2 = s''$
S_2''
$b_1 = s'$
S_1''
$x_{1,2}$
S_2'
S_1'

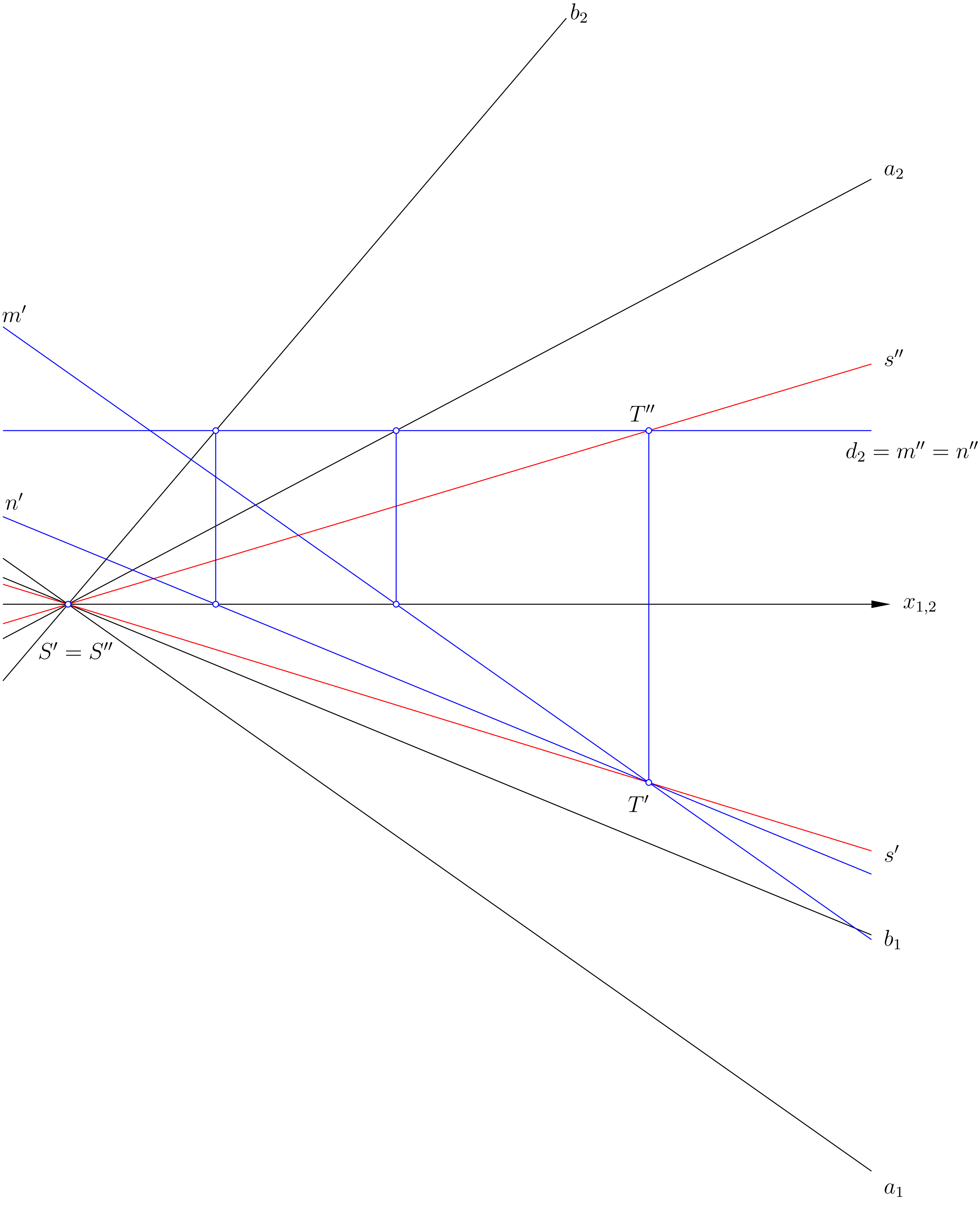
Bemerkung

Eine analoge Aussage gilt für zweitprojizierende Ebenen.

Konstruktionsbericht

1. $b_1 \to s'$
2. $a_2 \to s''$

Die Lösung lässt sich natürlich auch mit der Standardkonstruktion bestimmen.


b_2
a_2
m'
s''
T''
$d_2 = m'' = n''$
n'
$x_{1,2}$
$S' = S''$
T'
s'
b_1
a_1

Bemerkungen

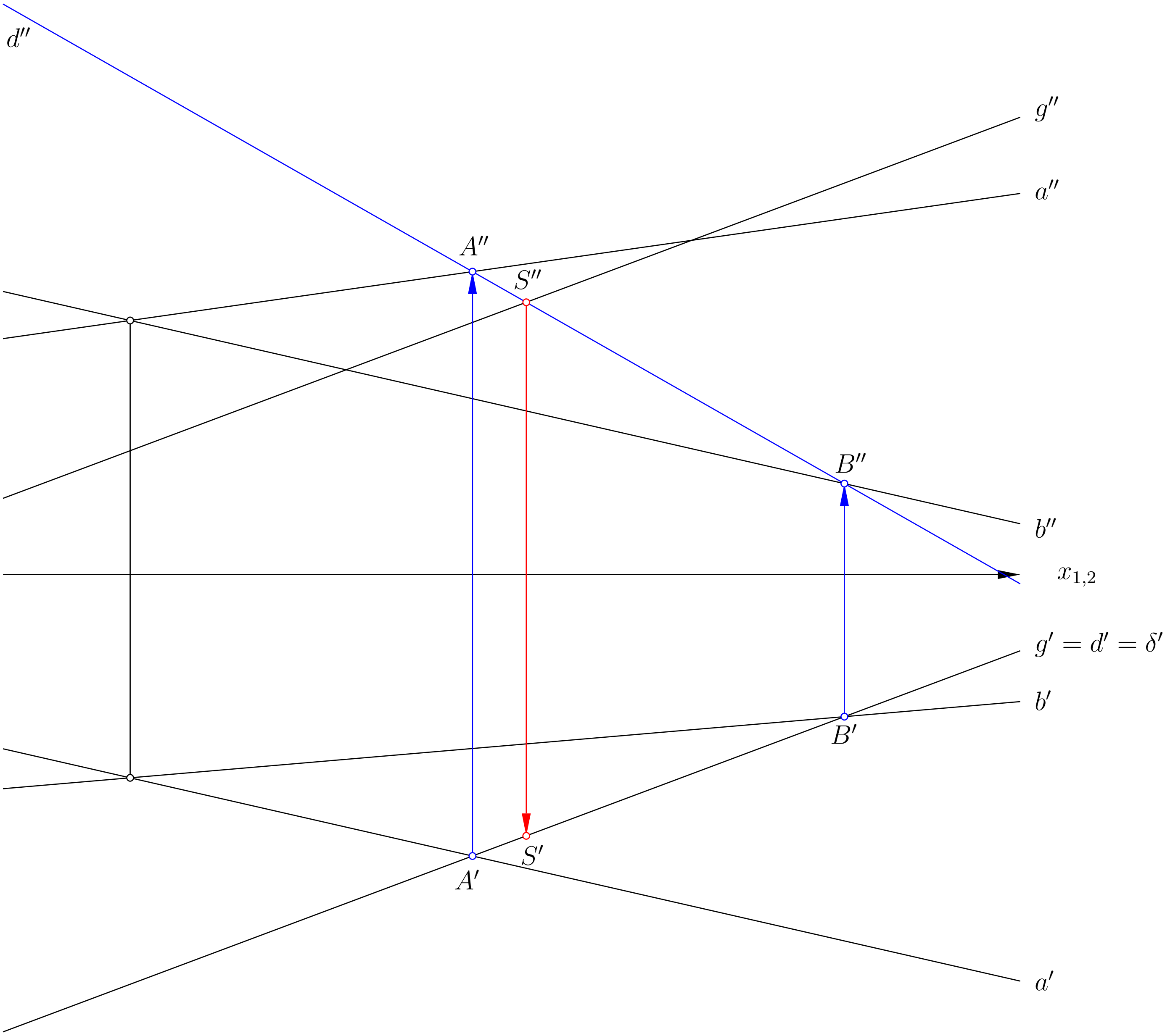
Offenbar liegt der Punkt S in beiden Ebenen. Um die Schnittgerade der Ebenen zu bestimmen benötigen wir noch einen zweiten Punkt $T \in \alpha \cap \beta$.

Schneidet man eine Hilfsebene δ mit der Ebene α, so erhält man eine Schnittgerade m. Schneidet man δ auch mit der Ebene β, so erhält man eine Schnittgerade n. Der Schnittpunkt dieser Schnittgeraden ist ein Punkt T, der insbesondere in α und β liegt.

Damit die Schnittkonstruktionen mit der Hilfsebene möglichst einfach werden, wählt man als Hilfsebene δ eine *Hauptebene*.

Konstruktionsbericht

1. $\alpha \cap x_{1,2} \to \{S', S''\}$
2. Erste Hauptebene, die a_2 und b_2 schneidet $\to d_2$
3. $\delta \cap \alpha \to n$ (zweite Spurparallele)
4. $\delta \cap \beta \to m$ (zweite Spurparallele)
5. $m \cap n \to T$
6. $(ST) \to s$



d''
g''
a''
A''
S''
B''
b''
$x_{1,2}$
$g' = d' = \delta'$
b'
B'
S'
A'
a'

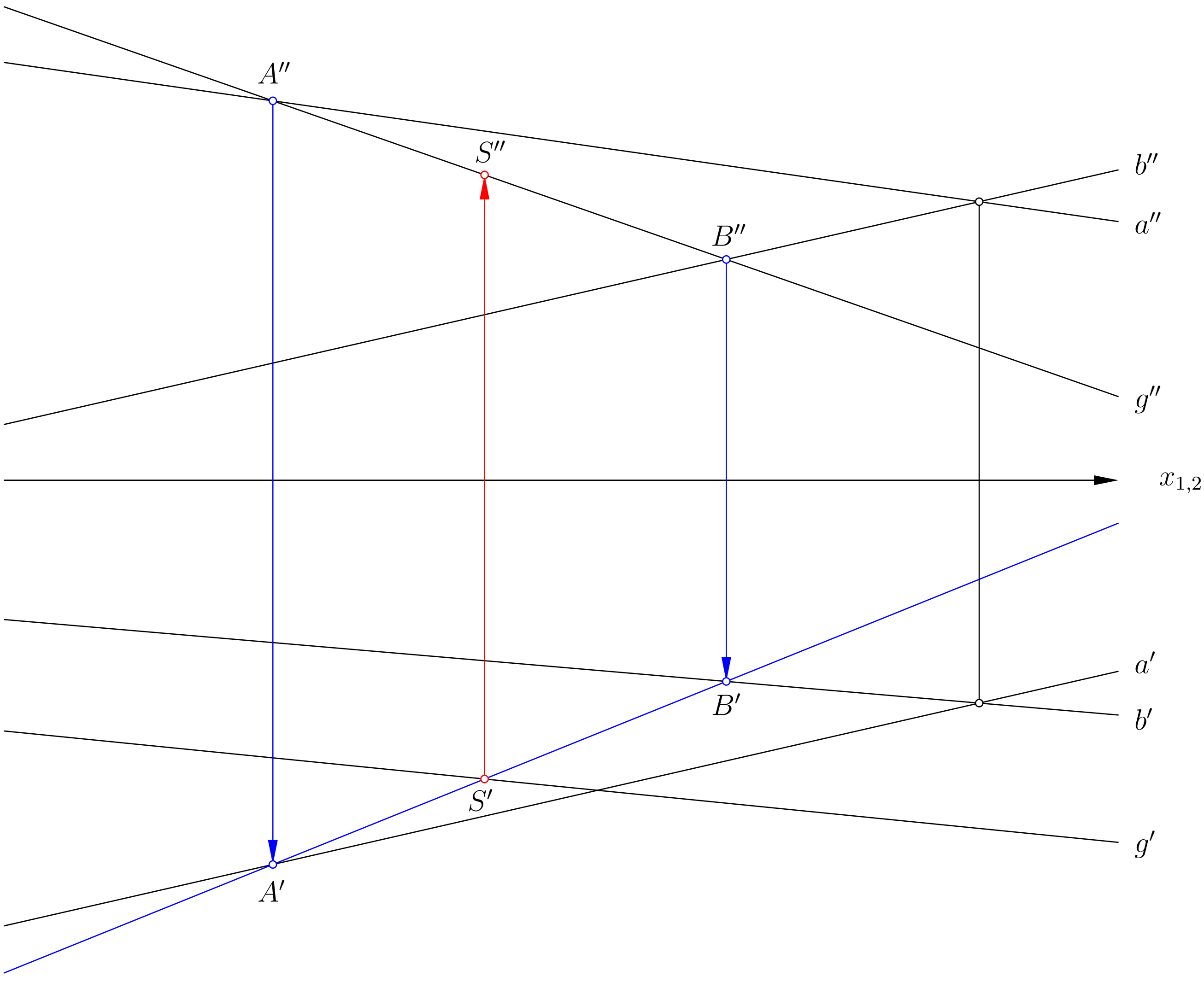
Bemerkungen

Schneidet man eine Hilfsebene δ, welche g enthält mit der gegebenen Ebene ε, so erhalt man eine Schnittgerade d. Schneidet man diese Schnittgerade d mit der gegebenen Gerade g, so erhält man einen Punkt, der in ε und auf g liegt. Dies ist der gesuchte Durchstosspunkt.

Um die Schnittkonstruktionen zu vereinfachen, wählt man als Hilfsebene δ von Vorteil eine *projizierende* Ebene.

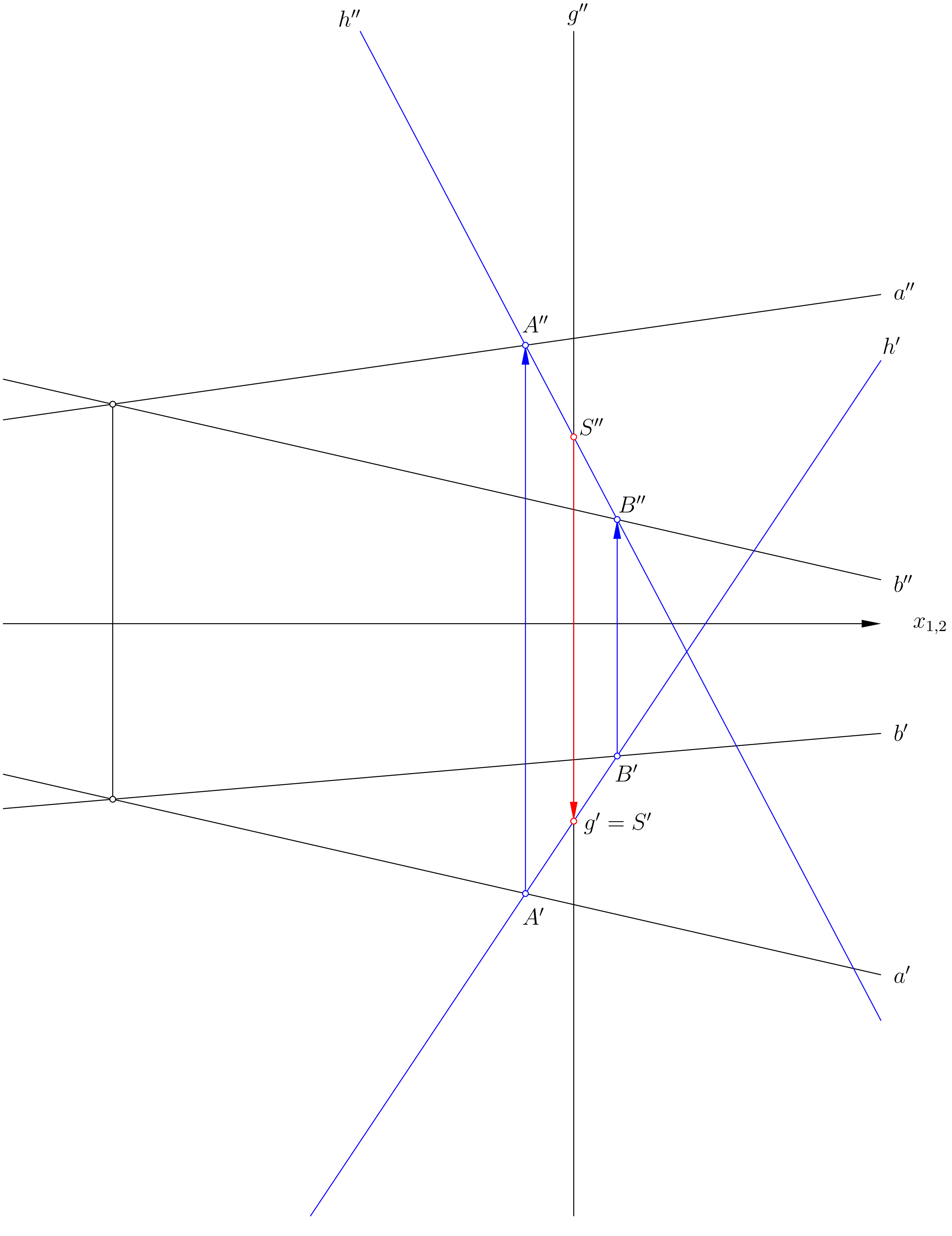
Konstruktionsbericht

1. $g' \to d' = \delta'$
2. $g' \cap a' \to A'$
3. $g' \cap b' \to B'$
4. $\mathrm{Ord}(A') \cap a'' \to A''$
5. $\mathrm{Ord}(B') \cap b'' \to B''$
6. $(A''B'') \to d''$
7. $d'' \cap g'' \to S''$
8. $\mathrm{Ord}(S'') \cap g' \to S'$


A''
S''
B''
b''
a''
g''
$x_{1,2}$
a'
B'
b'
S'
g'
A'

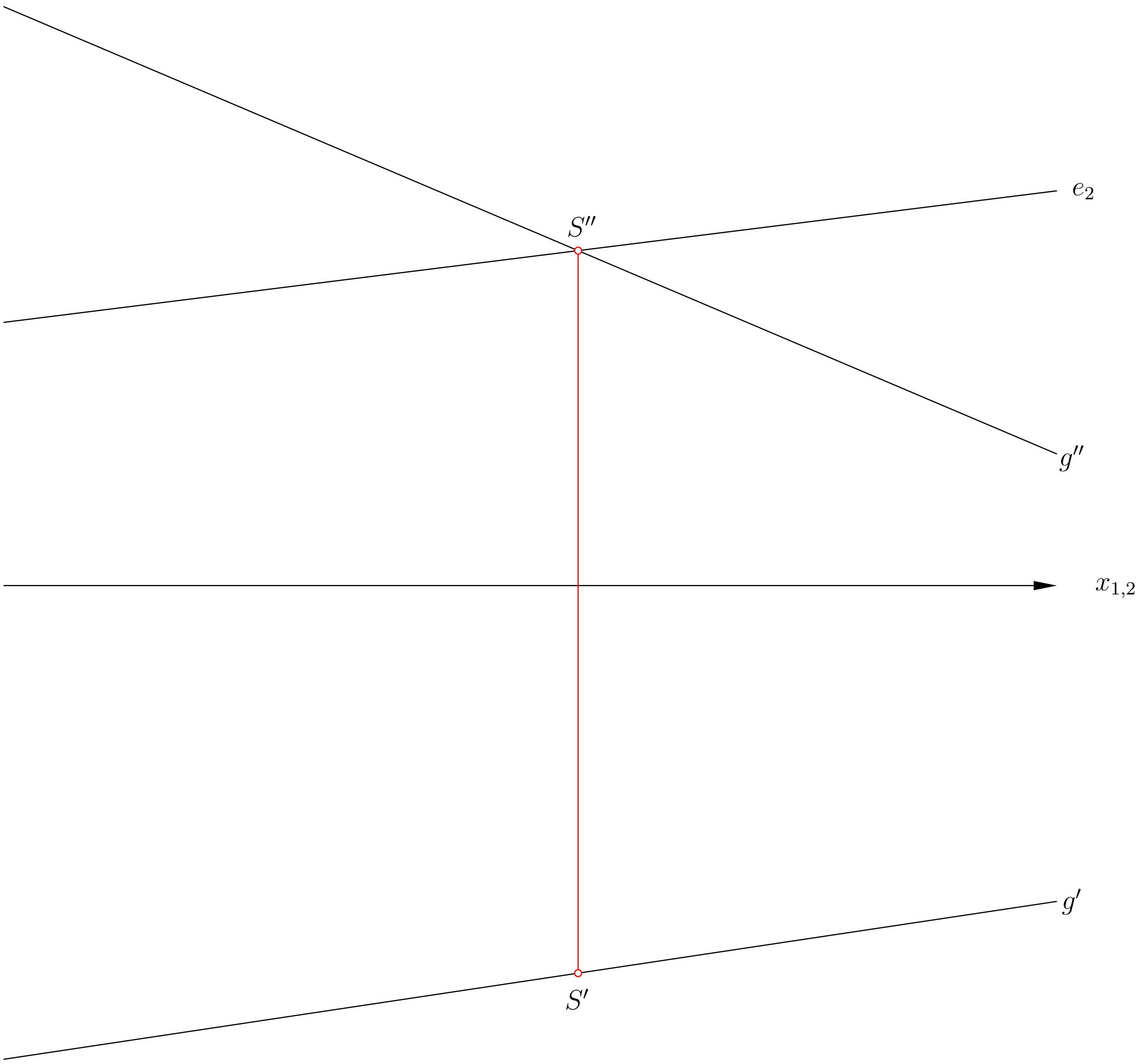
Konstruktionsbericht

1. $g' \cap a' \rightarrow A'$
2. $g' \cap b' \rightarrow B'$
3. $\mathrm{Ord}(A') \cap a'' \rightarrow A''$
4. $\mathrm{Ord}(B') \cap b'' \rightarrow B''$
5. $(A''B'') \cap g'' \rightarrow S''$
6. $\mathrm{Ord}(S'') \cap g' \rightarrow S'$


h''
g''
a''
A''
h'
S''
B''
b''
$x_{1,2}$
b'
B'
$g' = S'$
A'
a'

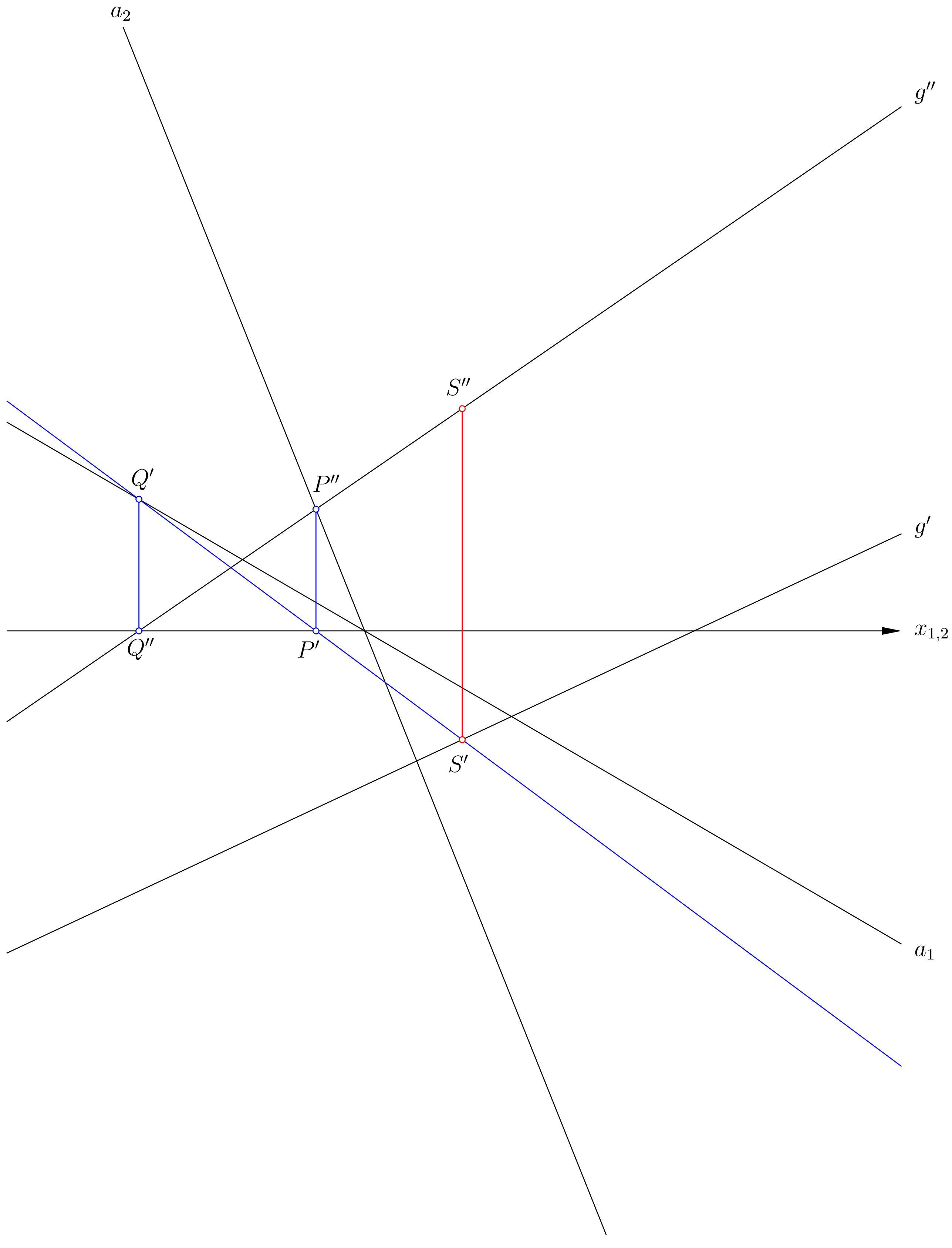
Konstruktionsbericht

1. $g' \rightarrow S'$
2. Hilfsgerade durch g', die a' und b' schneidet $\rightarrow h'$
3. $h' \cap a' \rightarrow A'$
4. $h' \cap b' \rightarrow B'$
5. $\mathrm{Ord}(A') \cap a'' \rightarrow A''$
6. $\mathrm{Ord}(B') \cap b'' \rightarrow B''$
7. $(A''B'') \cap g'' \rightarrow S''$


e_2
S''
g''
$x_{1,2}$
g'
S'

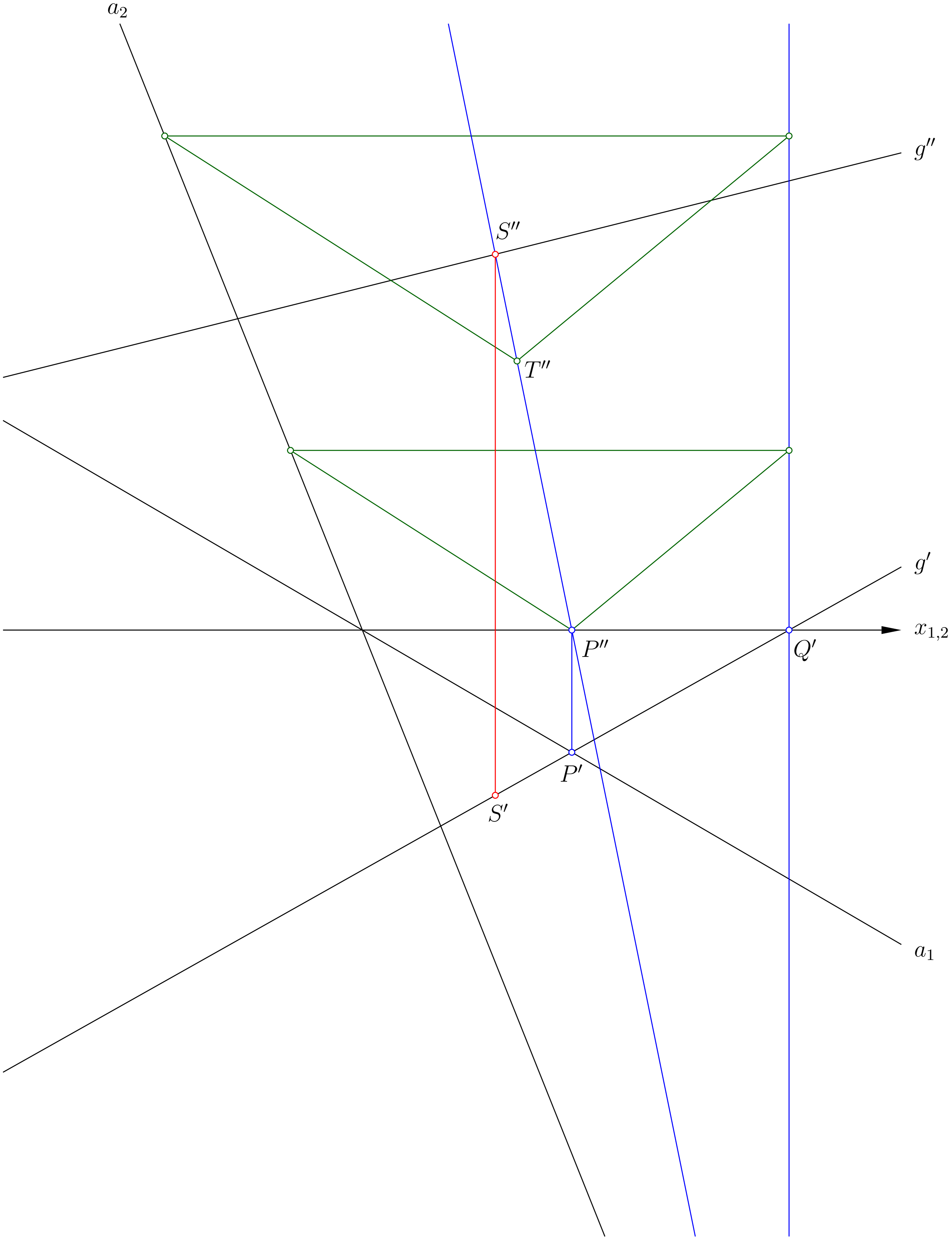
Konstruktionsbericht

1. $\varepsilon \cap g'' \to S''$
2. $\mathrm{Ord}(S'') \cap g' \to S'$


a_2
g''
S''
Q'
P''
g'
$x_{1,2}$
Q''
P'
S'
a_1

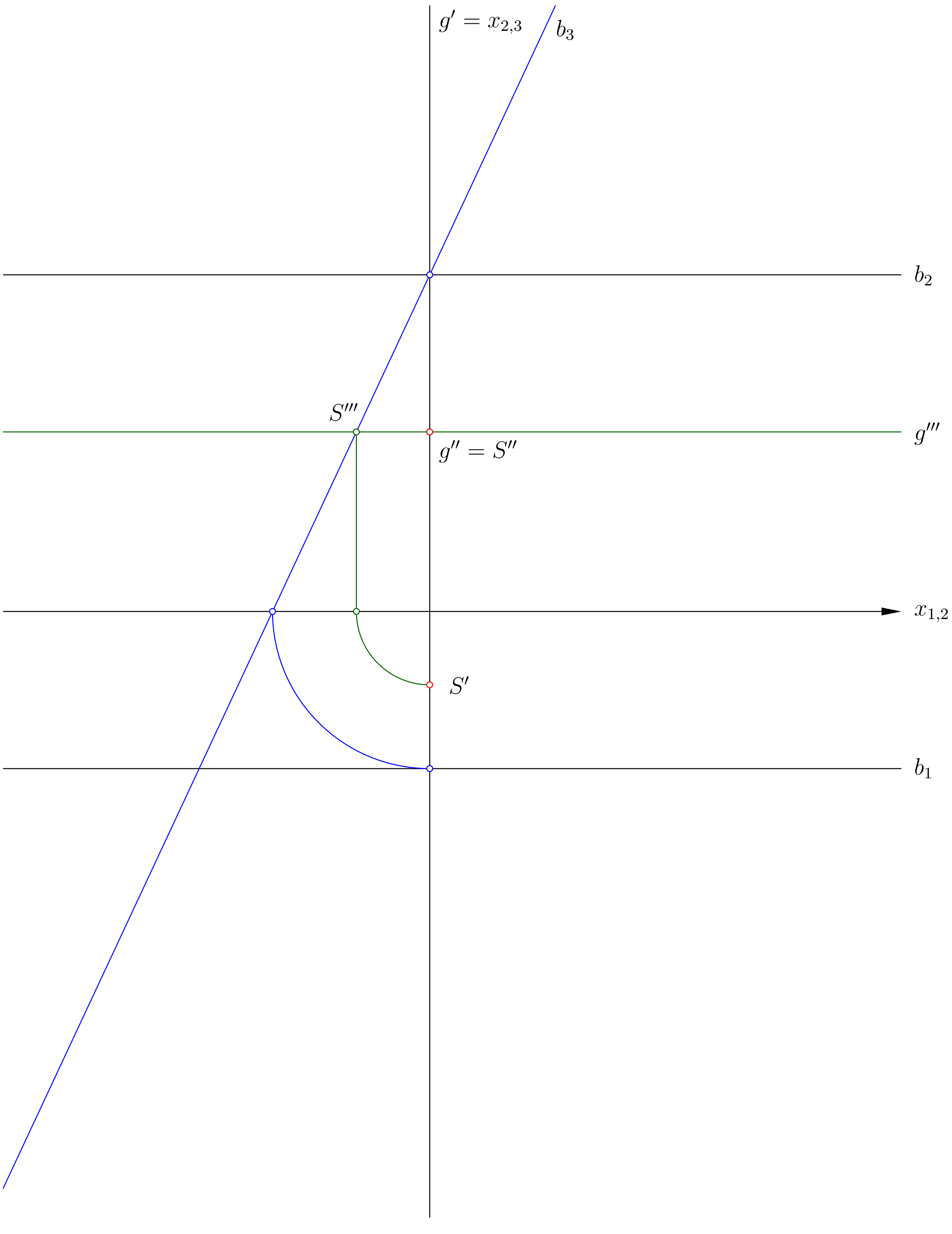
Konstruktionsbericht

1. $g'' \cap a_2 \to P''$
2. $\mathrm{Ord}(P'') \cap x_{1,2} \to P'$
3. $g'' \cap x_{1,2} \to Q''$
4. $\mathrm{Ord}(Q'') \cap a_1 \to Q'$
5. $(P'Q') \cap g' \to S'$
6. $\mathrm{Ord}(S') \cap g'' \to S''$


a_2
g''
S''
T''
g'
$x_{1,2}$
P''
Q'
P'
S'
a_1

Konstruktionsbericht

1. $g' \cap a_1 \to P'$
2. $\mathrm{Ord}(P') \cap x_{1,2} \to P''$
3. $g' \cap x_{1,2} \to Q''$
4. $\mathrm{Ord}(Q'') \to l$
5. Hilfskonstruktion mit ähnlichen Dreiecken $\to T''$ (l und a_2 schneiden sich nicht auf auf dem Blatt)
6. $(T''P'') \cap g'' \to S''$
7. $\mathrm{Ord}(S'') \cap g' \to S'$



$g' = x_{2,3}$
b_3
b_2
S'''
g'''
$g'' = S''$
$x_{1,2}$
S'
b_1

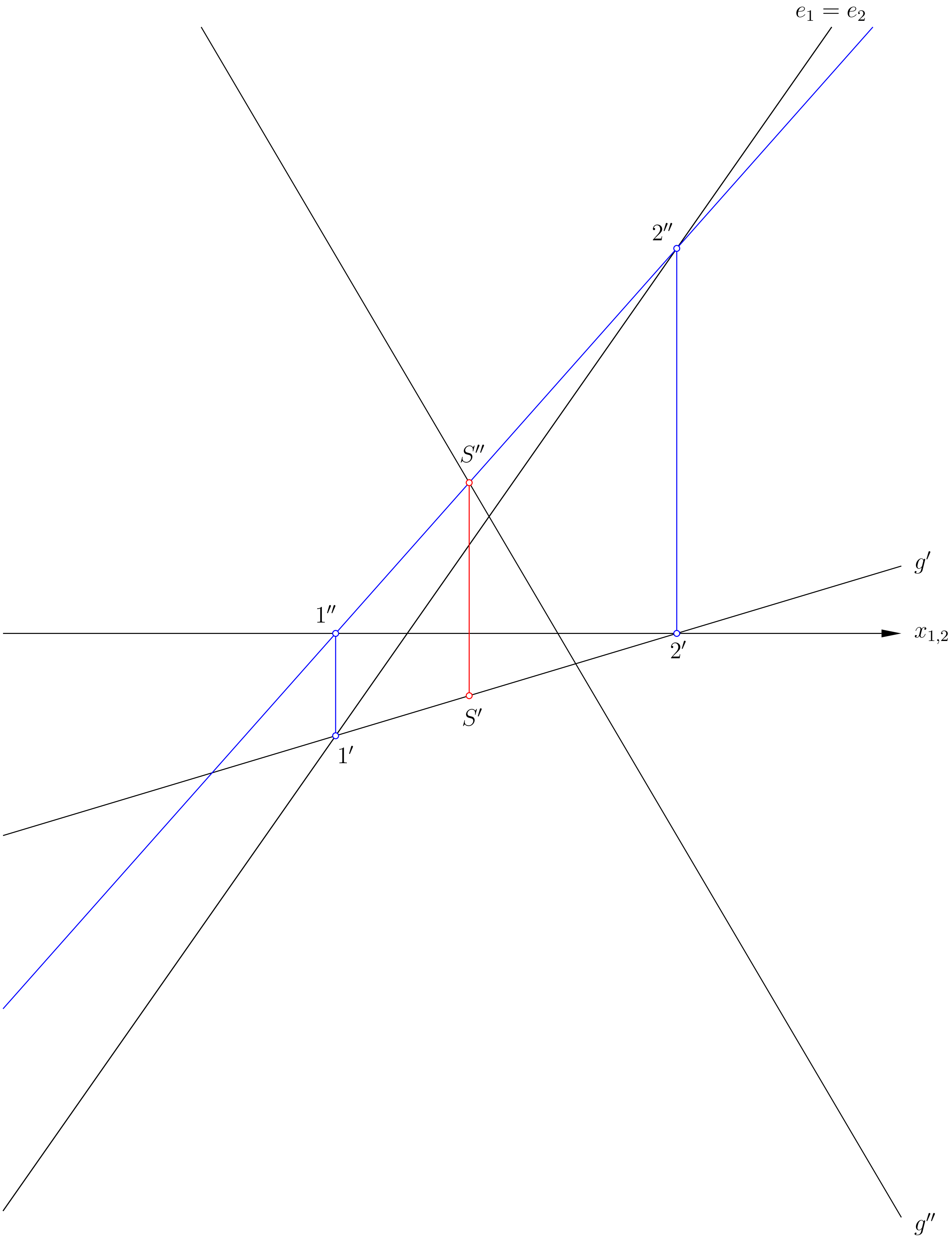
Bemerkungen

Die Gerade g ist zweitprojizierend. Somit muss der zweite Spurpunkt S'' mit g'' zusammenfallen.

Da β eine dritte Hauptebene ist, kann der Durchstosspunkt durch „umprojizieren“ von β und g in den Seitenriss konstruierbar gemacht werden.

Konstruktionsbericht

1. $g'' \to S''$
2. Seitenriss von β bezüglich $x_{2,3} \to b_3$
3. Seitenriss von g bezüglich $x_{2,3} \to g'''$
4. $g''' \cap b_3 \to S'''$
5. Seitenriss von S''' in den Grundriss zurückprojizieren $\to S'$



$e_1 = e_2$
$2''$
S''
g'
$1''$
$x_{1,2}$
$2'$
S'
$1'$
g''

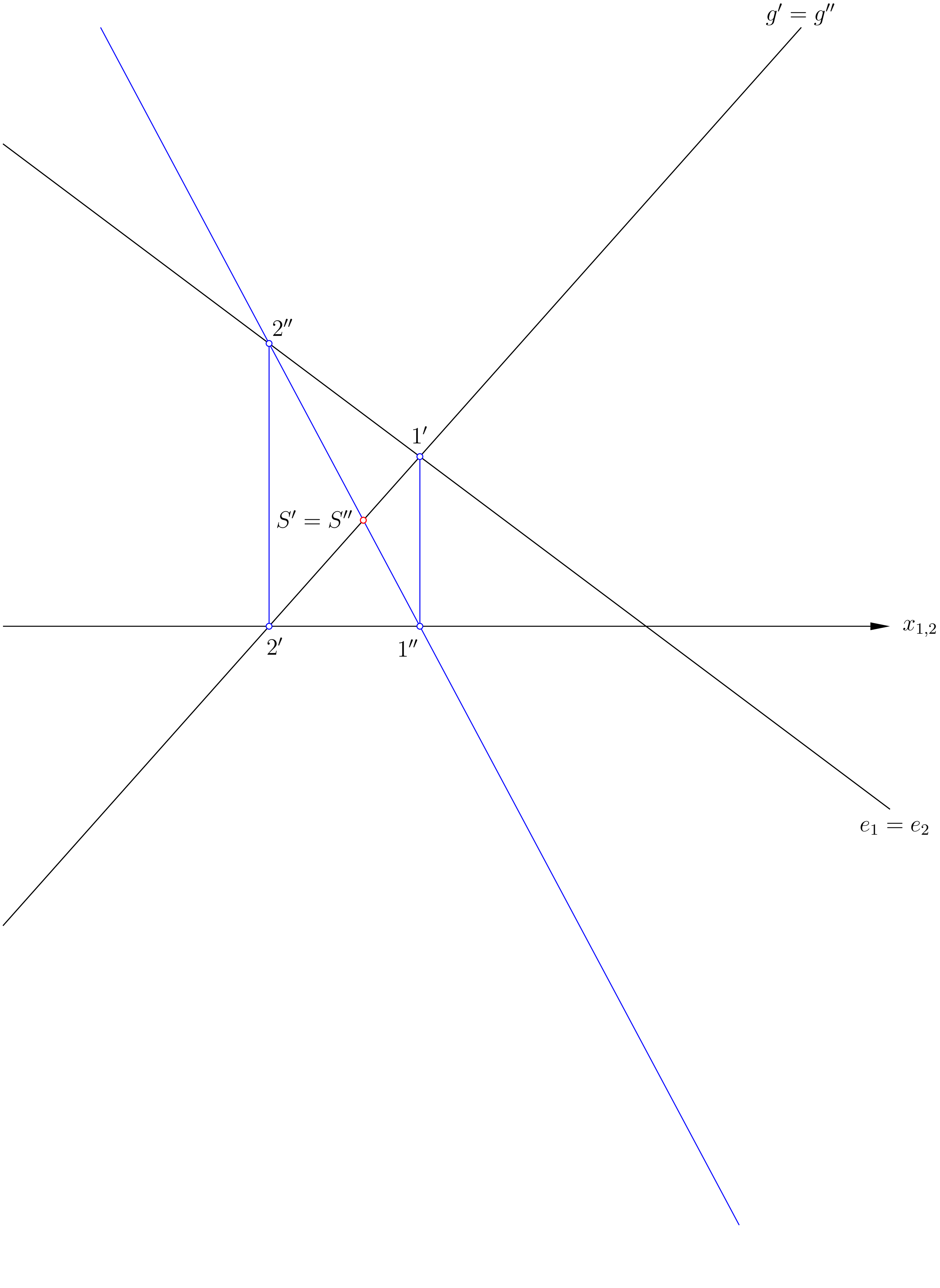
Bemerkung

Zur Erinnerung: Bei den Spuren einer Ebene ε werden nur der Grundriss der ersten Spur $e_1' = e_1$ und der Aufriss der zweiten Spur $e_2'' = e_2$ gezeichnet, da e_2' und e_1'' immer mit der Rissachse $x_{1,2}$ zusammenfallen.

Möchte man den Durchstosspunkt der Ebene mit einer Geraden konstruieren, kann es hilfreich sein, diese „überflüssigen“ Risse – zumindest gedanklich – wieder zu reaktivieren.

Konstruktionsbericht

1. $g' \cap e_1 \to 1'$
2. $g' \cap x_{1,2}(= e_2') \to 2'$
3. $\mathrm{Ord}(1') \cap x_{1,2}(= e_1') \to 1''$
4. $\mathrm{Ord}(2') \cap e_2 \to 2''$
5. $(1''2'') \cap g'' \to S''$
6. $\mathrm{Ord}(S') \cap g' \to S'$

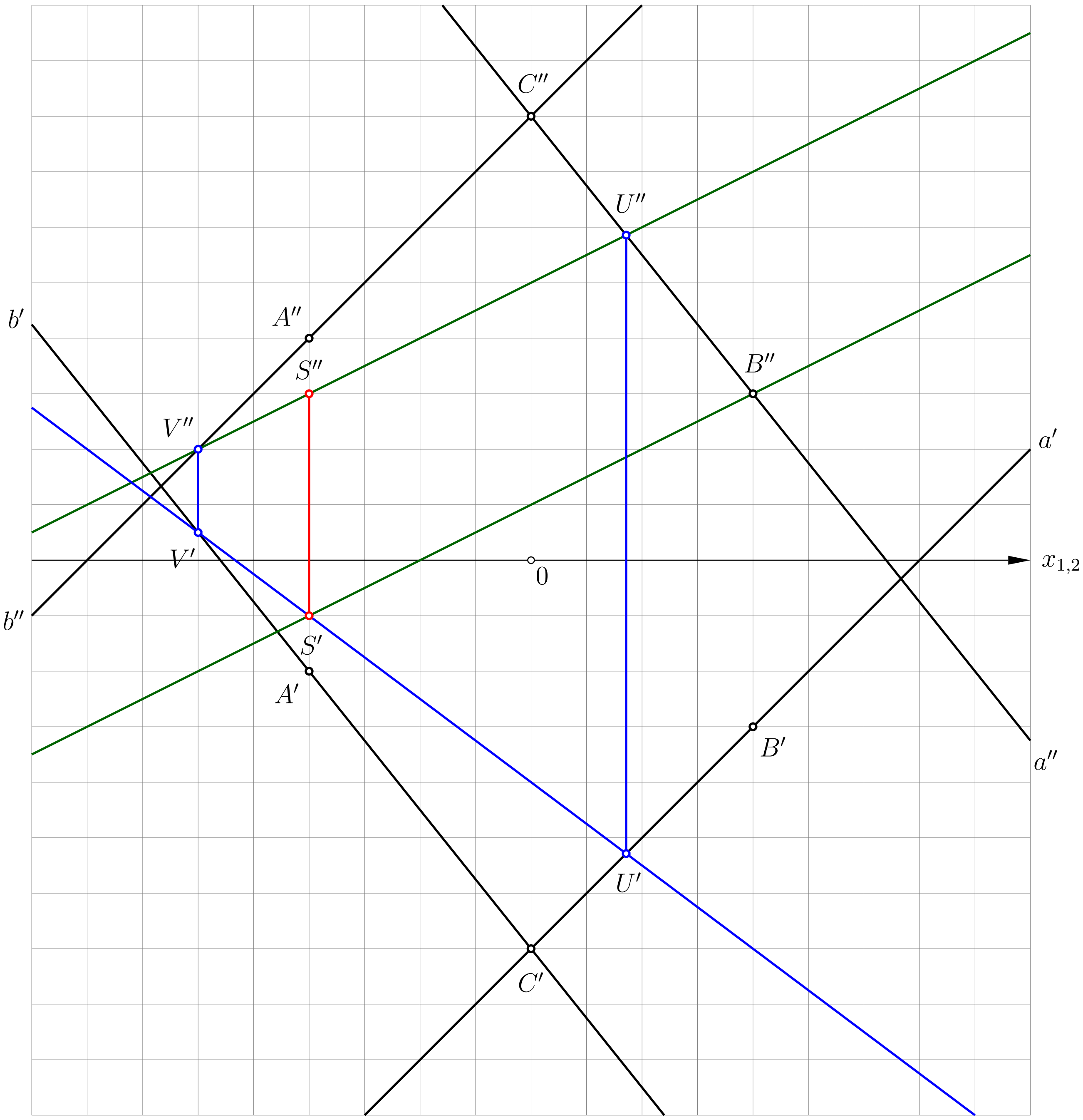

$g' = g''$
$2''$
$1'$
$S' = S''$
$x_{1,2}$
$2'$
$1''$
$e_1 = e_2$

Bemerkung

Da die Gerade g in der Koinzidenzebene liegt, muss auch der Durchstosspunkt darin liegen; somit fallen Grund- und Aufriss zusammen.

Konstruktionsbericht

1. $g' \cap e_1 \to 1'$
2. $g' \cap x_{1,2} (= e_2') \to 2'$
3. $\mathrm{Ord}(1') \cap x_{1,2} (= e_1') \to 1''$
4. $\mathrm{Ord}(2') \cap e_2 \to 2''$
5. $(1''2'') \cap g'' \to S''$
6. $\mathrm{Ord}(S') \cap g' \to S'$



C''
U''
A''
S''
B''
V''
b'
a'
V'
0
$x_{1,2}$
b''
S'
A'
B'
a''
U'
C'

Bemerkung

Vor der Konstruktion sollte man sich überlegen, welche Geraden zur Darstellung der Ebene $\varepsilon = ABC$ geeignet sind:

Die beiden Geraden müssen die Gerade g entweder im Grundriss oder im Aufriss schneiden. In der dargestellten Lösung sind es die Geraden $a = (BC)$ und $b = (AC)$ welche g im Aufriss schneiden. Alternativ dazu könnte man auch die Geraden a und $c = (AB)$ wählen, die g im Grund- und im Aufriss schneiden.

Konstruktionsbericht

1. $(BC) \to a$; $(AC) \to b$
2. $a'' \cap g'' \to U''$; $b'' \cap g'' \to V''$
3. $\mathrm{Ord}(U'') \cap a' \to U'$; $\mathrm{Ord}(V'') \cap b' \to V'$
4. $(U'V') \cap g' \to S'$
5. $\mathrm{Ord}(S') \cap g'' \to S''$

Rechnerische Lösung

Richtungsvektor der Geraden: $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Gleichung der Geraden g: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Erster Richtungsvektor der Ebene: $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$

Zweiter Richtungsvektor der Ebene: $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

Gleichung der Ebene ε: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

Für den Durchstosspunkt sind beide Gleichungen gleichzusetzen:

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Diese Vektorgleichung ist äquivalent zum Gleichungssystem

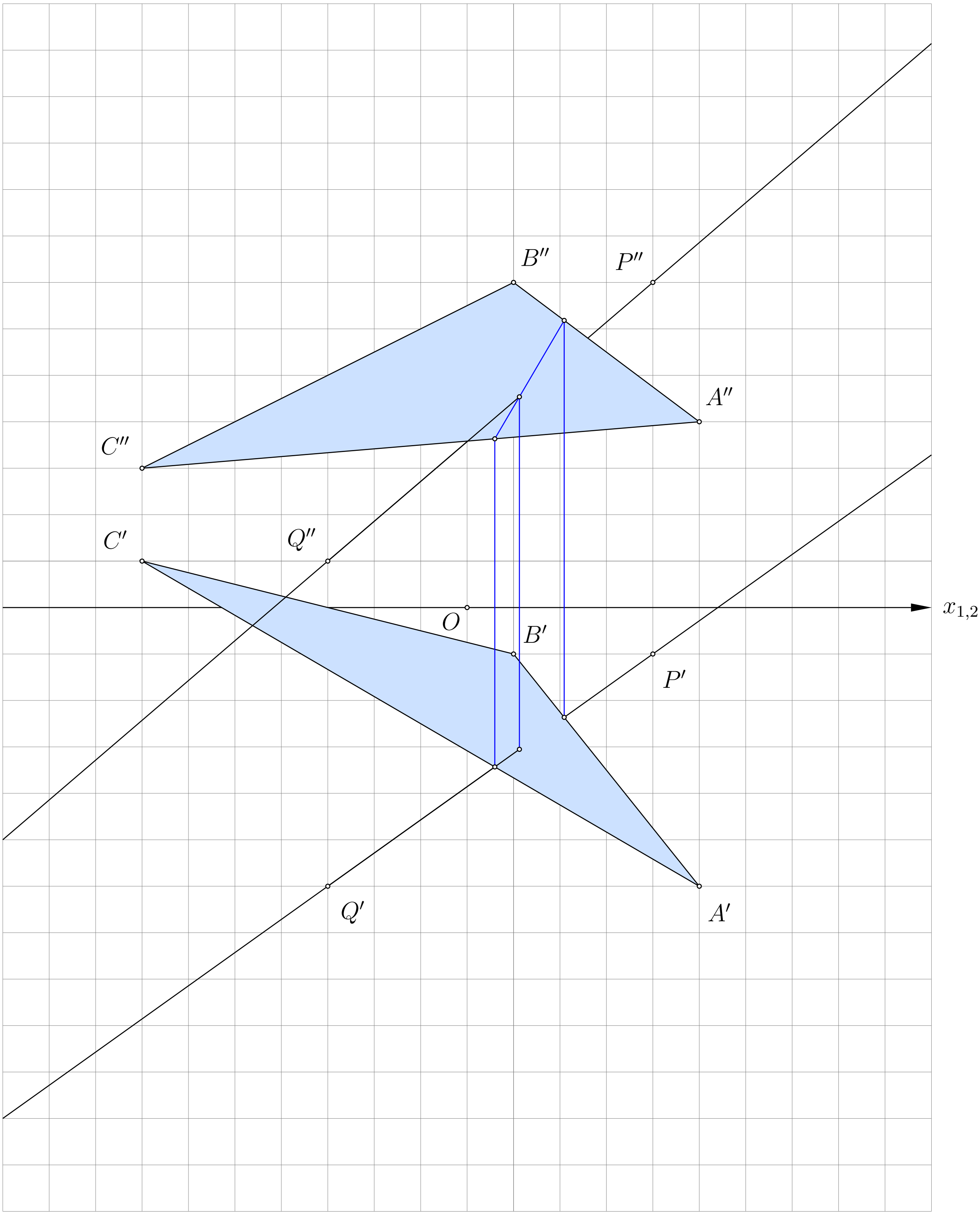
$$\begin{aligned} -1 - s &= 2 + t + 5u \\ 2s &= -4 + 8t + 4u \\ 5 + s &= 4 - t + 4u \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} -3 &= s + t + 5u \\ 4 &= -2s + 8t + 4u \\ 1 &= -s - t + 4u \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad s = -2,\ t = \tfrac{1}{9},\ u = -\tfrac{2}{9}$$

Setzt man z. B. $s = -2$ in die Gleichung von g ein, so erhält man den Durchstosspunkt:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + (-2) \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad S(1|-4|3)$$

Hier fehlt die Musterlösung . . .

... und der Konstruktionsbericht


B''
P''
A''
C''
C'
Q''
O
$x_{1,2}$
B'
P'
Q'
A'

Konstruktionsbericht

1. Durchstosspunkt D gemäss Standardaufgabe
2. Die Strecke $D'P'$ liegt unter der Strecke $A'B'$
3. Die Strecke DP" liegt hinterder Strecke $A'B'$

Rechnerische Lösung

$A(6|5|4)$, $B(1|1|7)$, $C(-1|-7|3)$, $P(1|4|7)$, $Q(6|-3|1)$

Richtungsvektor der Geraden: $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ -6 \end{pmatrix} = \vec{v}$

Gleichung der Geraden g: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ -6 \end{pmatrix}$

Erster Richtungsvektor der Ebene: $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Zweiter Richtungsvektor der Ebene: $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -7 \\ -12 \\ -1 \end{pmatrix}$

Gleichung der Ebene ε: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -7 \\ -12 \\ -1 \end{pmatrix}$

Für den Durchstosspunkt sind beide Gleichungen gleichzusetzen:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -7 \\ -12 \\ -1 \end{pmatrix}$$

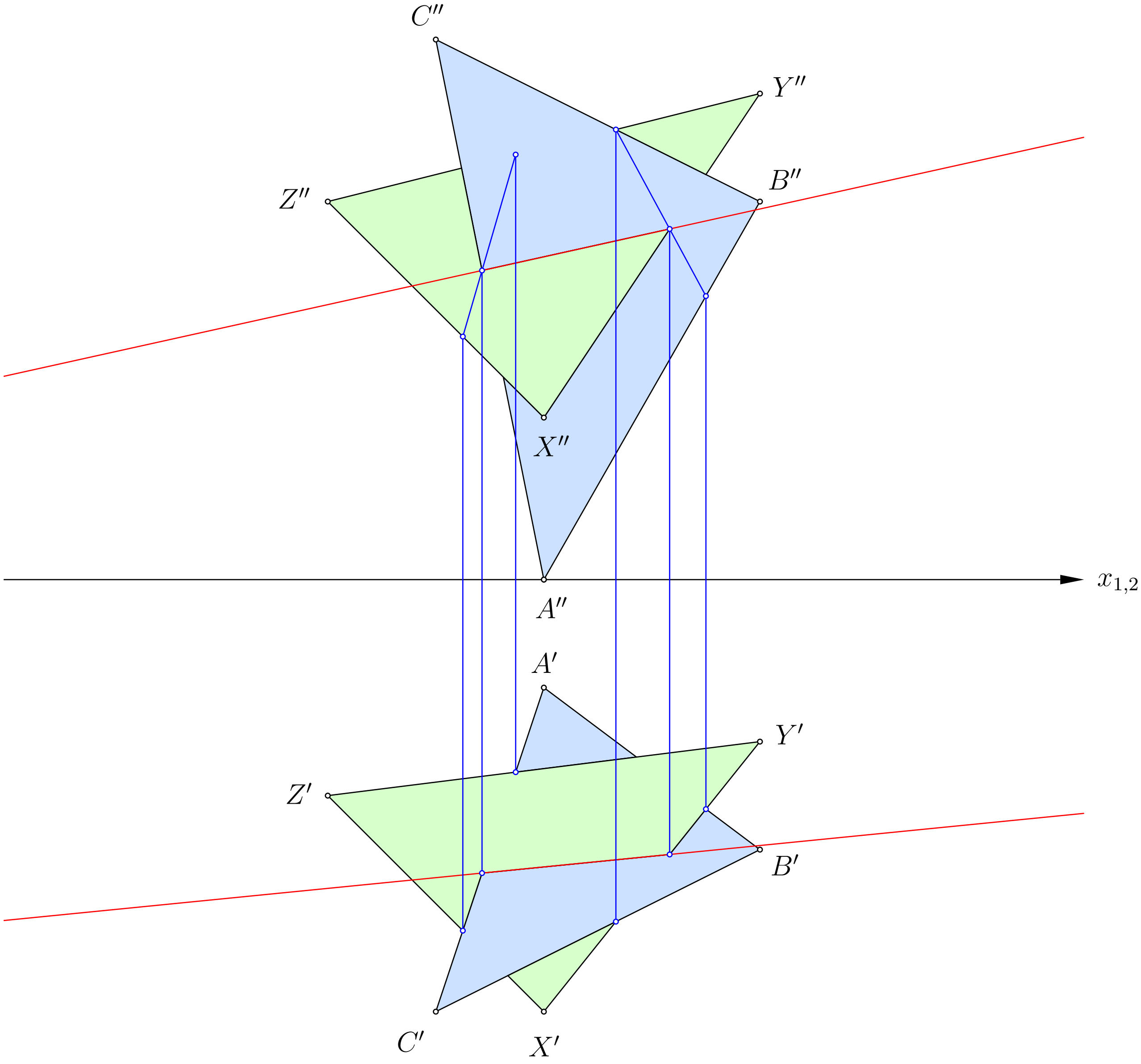
$$\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -7 \\ -12 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Die Lösung des entsprechenden Gleichungssystems lautet

$$s = \frac{39}{95}, \; t = \frac{49}{190}, \; u = \frac{9}{38}$$

Setzt man z. B. den Wert von s in die Gleichung von g ein, so erhält man den Durchstosspunkt:

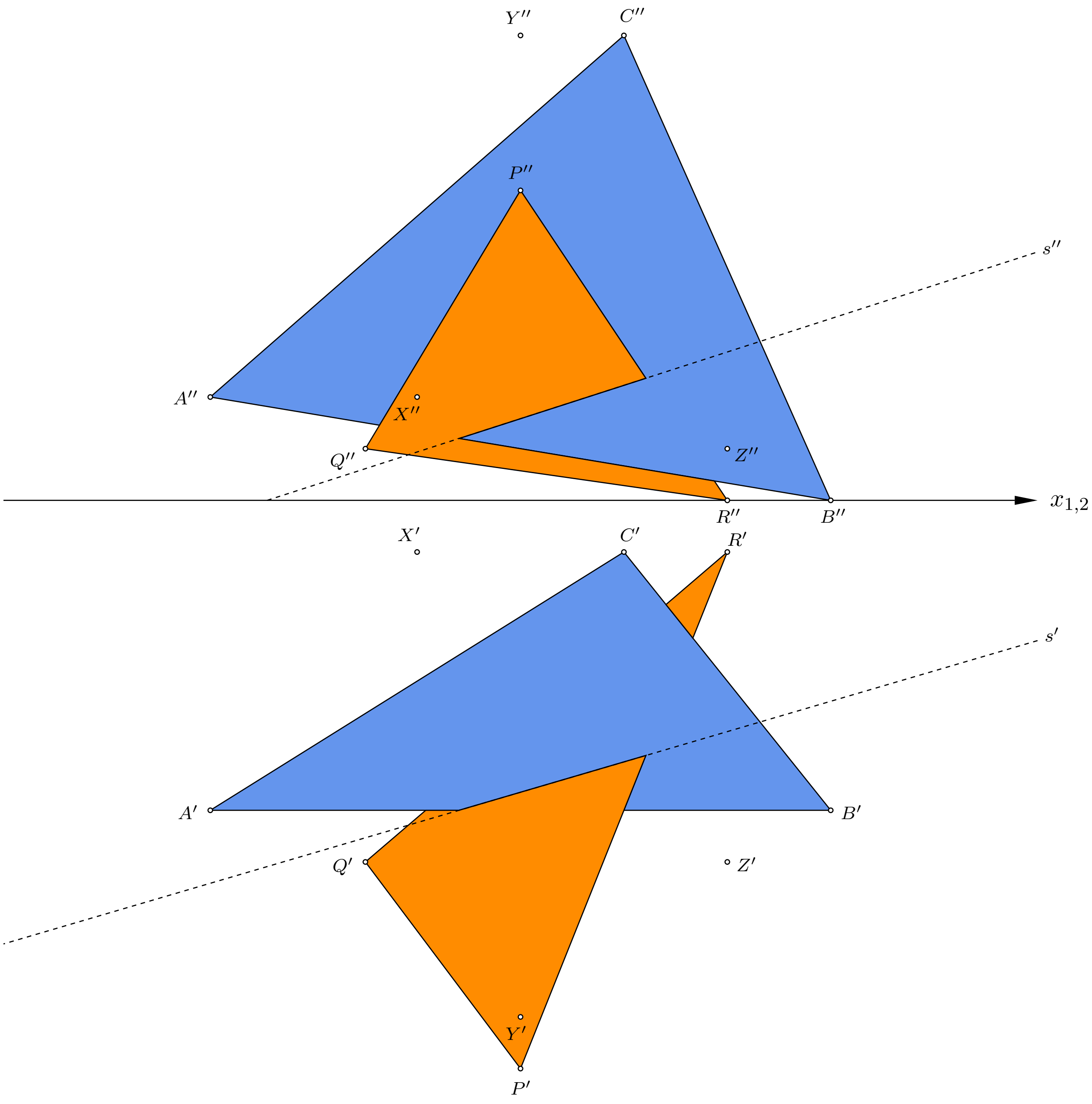
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + \frac{39}{95} \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 58/19 \\ 107/95 \\ 431/95 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad D(3.05|1.13|4.54)$$


C''
Y''
B''
Z''
X''
$x_{1,2}$
A''
A'
Y'
Z'
B'
C'
X'

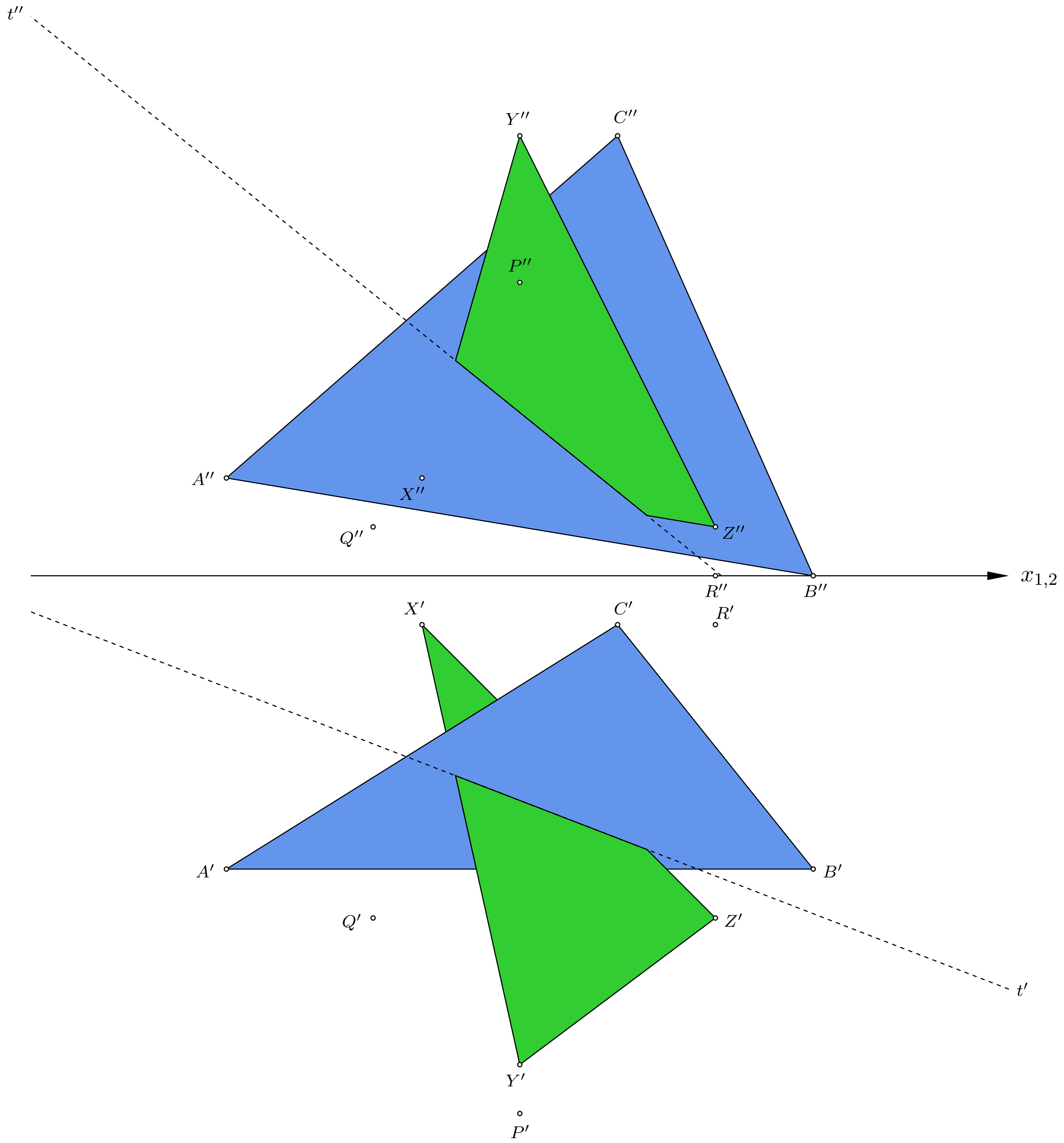
Konstruktionsbericht

1. $(XY) \cap \varepsilon(ABC) \to P$
2. $(AC) \cap \varepsilon(XYZ) \to Q$
3. $(PQ) \to s$

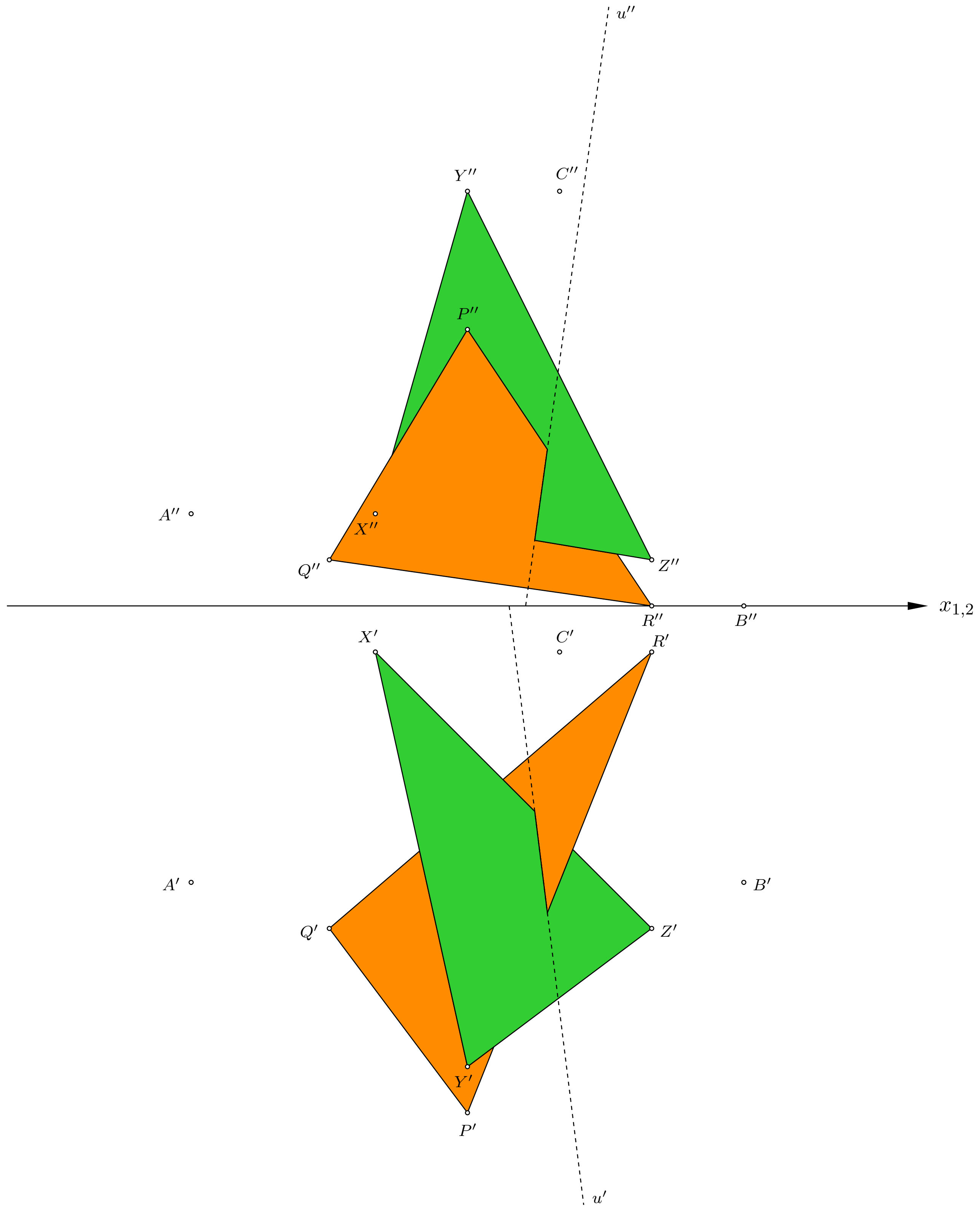
$(ABC) \cap (PQR) \rightarrow s$



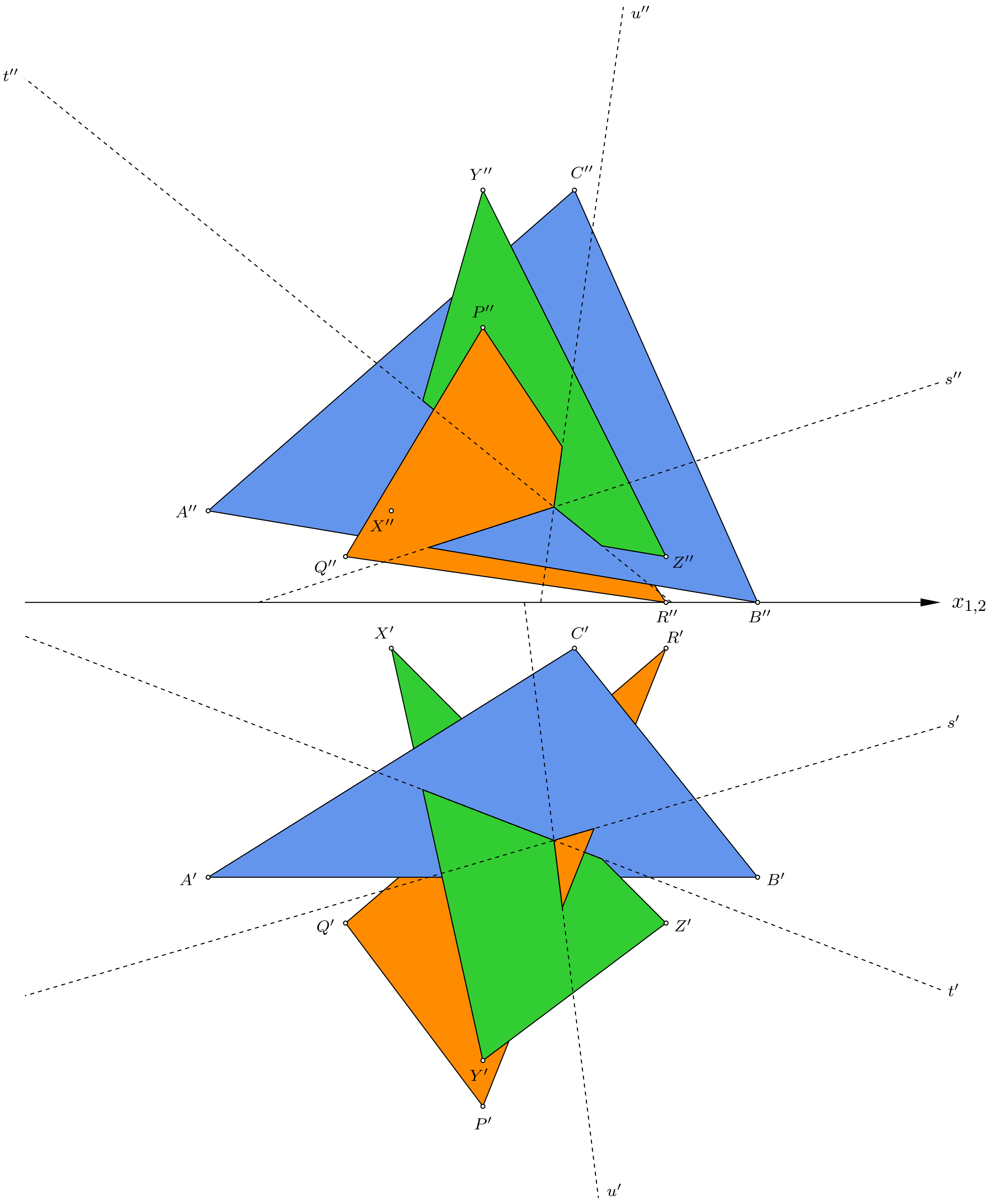
$(ABC) \cap (XYZ) \to t$

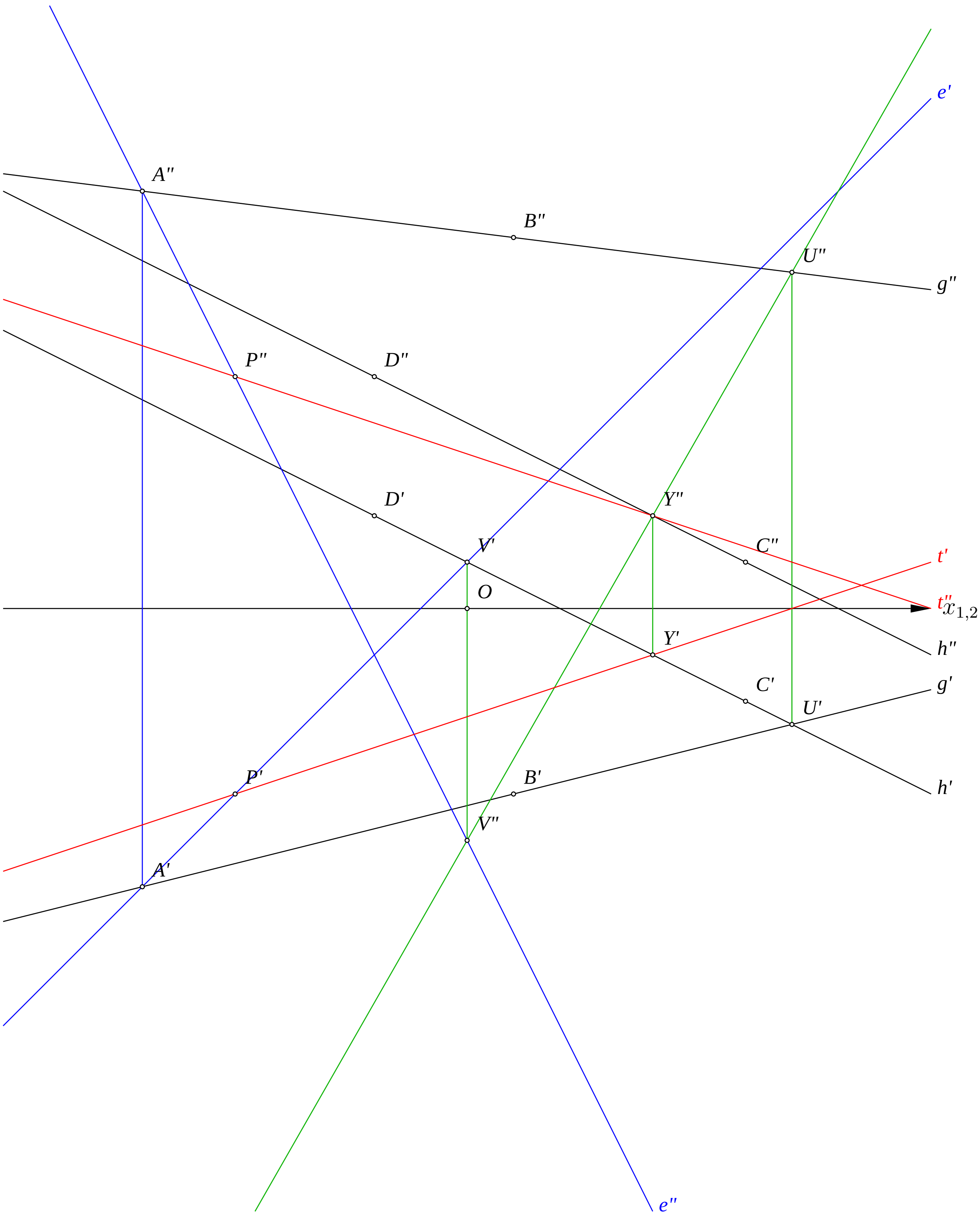


$(PQR) \cap (XYZ) \to u$



$(ABC) \cap (PQR) \to s$ $(ABC) \cap (XYZ) \to t$ $(PQR) \cap (XYZ) \to u$





A''
B''
U''
g''
e'
P''
D''
D'
Y''
V'
C''
t'
O
t''
$x_{1,2}$
Y'
h''
C'
g'
U'
P'
B'
h'
V''
A'
e''