Aufgabe 1

(a) Eine Folge reeller Zahlen ist eine Abbildung, die jeder natürlichen Zahl n eine reelle Zahl a_n zuordnet.

(b) Eine Folge natürlicher Zahlen ist eine Abbildung, die jeder natürlichen Zahl n eine natürliche Zahl a_n zuordnet.

Aufgabe 2

(a) Die Folge der geraden natürlichen Zahlen

$(2, 4, 6, 8, 10, \dots)$

ist nicht vollständig, da keine ungerade Zahl als Summe (verschiedener) gerader Zahlen dargestellt werden kann.

(b) Folge der Zahlen mit nur einer Ziffer ungleich Null

$(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, \dots)$

ist vollständig, da sich jede natürliche Zahl auf genau eine Weise als eine Summe aus 1ern, 10ern, 100ern, usw. darstellen lässt.

(c) Die Folge der Zweierpotenzen

$(1, 2, 4, 8, 16, \dots)$

ist vollständig, da sich jede natürliche Zahl als Summe von Zweierpotenzen darstellen lässt:

$46 = 32 + 8 + 4 + 2$

Aufgabe 3

$f_1 = 1$	$f_4 = 3$	$f_7 = 13$	$f_{10} = 55$
$f_2 = 1$	$f_5 = 5$	$f_8 = 21$	$f_{11} = 89$
$f_3 = 2$	$f_6 = 8$	$f_9 = 34$	$f_{12} = 144$

Aufgabe 4

$f_1 = 1,\ f_2 = 1;\ f_n = f_{n-1} + f_{n-1}$ für $n \geq 3$

Aufgabe 5

$a_1 = 1,\ a_2 = 3;\ a_n = 2 \cdot a_{n-1} + a_{n-2}$

$a_3 = 2 \cdot a_2 + a_1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$

$a_4 = 2 \cdot a_3 + a_2 = 2 \cdot 7 + 3 = 17$

$a_5 = 2 \cdot a_4 + a_3 = 2 \cdot 17 + 7 = 41$

Aufgabe 6

Die für diese Aufgabe nötigen Fibonacci-Zahlen wurden bereits in Aufgabe 3 bestimmt. Beachte, dass die erste Ziffer links mit $f_2 = 1$ beginnt.

(a) $0101_Z = 2 + 5 = 7$

(b) $000001_Z = 13$

(c) $1001001_Z = 1 + 5 + 21 = 27$

(d) 1011001_Z ungültig (enthält 11)

Aufgabe 7

Die für diese Aufgabe nötigen Fibonacci-Zahlen wurden bereits in Aufgabe 3 bestimmt. Beachte, dass die erste Ziffer links mit $f_2 = 1$ beginnt.

(a) $4 = 1 + 3 = 101_Z$

(b) $8 = 8 = 00001_Z$

(c) $17 = 1 + 3 + 13 = 101001_Z$

(d) $100 = 3 + 8 + 89 = 0010100001_Z$

Aufgabe 8

`10011011010011110000 11`

Da die Zeckendorf-Darstellung nie zwei aufeinanderfolgende Einsen enthält, muss der durch die zusätzliche 1 gebildete Fibonacci-Code überall dort, wo 11 steht, eine Wortgrenze enthalten. Somit: Ersetze `11` durch `1` + *Wortgrenze*

$\Rightarrow$ `1001,01,01001,1,00001`

Nun müssen wir nur noch die Zeckendorf-Darstellung in natürliche Zahlen umrechnen:

$\Rightarrow$ 6, 2, 10, 1, 8

Aufgabe 9

Zahl	Binär	Fibonacci
1	0001	11
3	0011	0011
2	0010	011
1	0001	11
15	1111	0100011
5	0101	00011
4	0100	1011
5	0101	00011
Bits	32	32

$\Rightarrow$ Beide Codierungen sind *hier* gleich effizient.