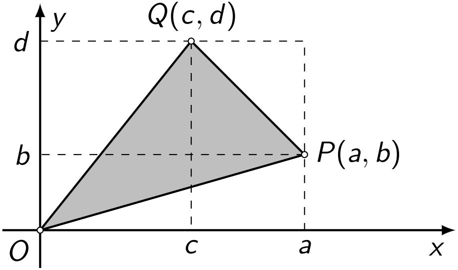
2D-Flächenberechnung mit dem Vektorprodukt

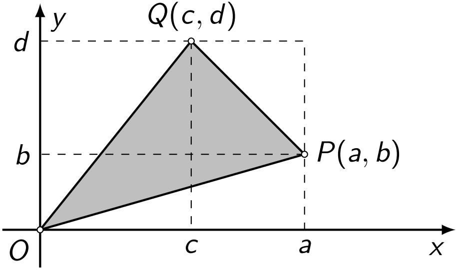
Übungen

Aufgabe 1

Leite eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks ΔOPQ aus den Koordinaten der Punkte $P(a, b)$ und $Q(c, d)$ her und vereinfache sie so weit wie möglich.

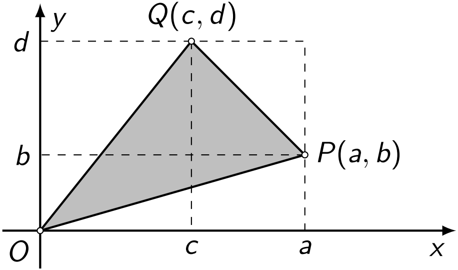


Aufgabe 1



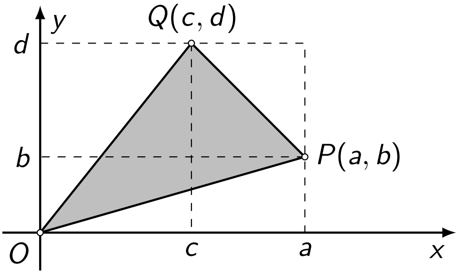
$$A = ad$$

Aufgabe 1



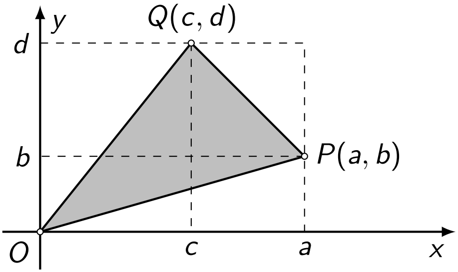
$$A = ad - \frac{1}{2}ab$$

Aufgabe 1



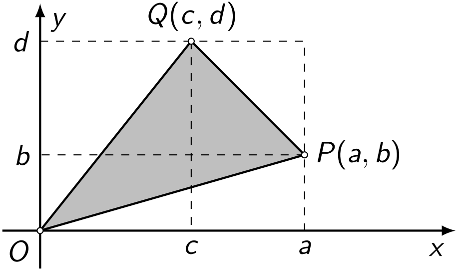
$$A = ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd$$

Aufgabe 1



$$A = ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}(a-c)(d-b)$$

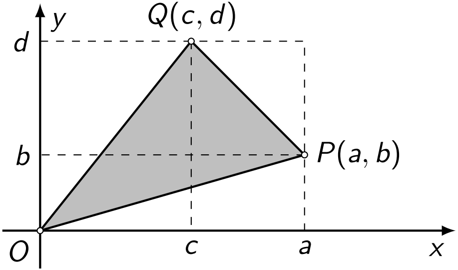
Aufgabe 1



$$A = ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}(a-c)(d-b)$$

$$= ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd$$

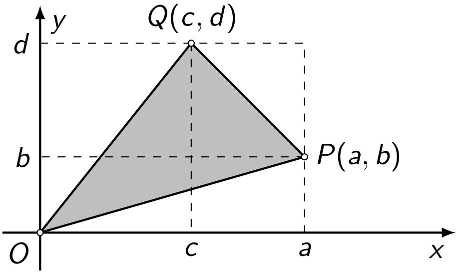
Aufgabe 1



$$A = ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}(a-c)(d-b)$$

$$= ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}ad$$

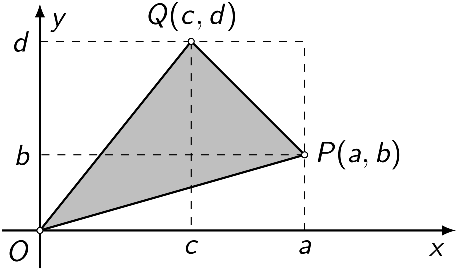
Aufgabe 1



$$A = ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}(a-c)(d-b)$$

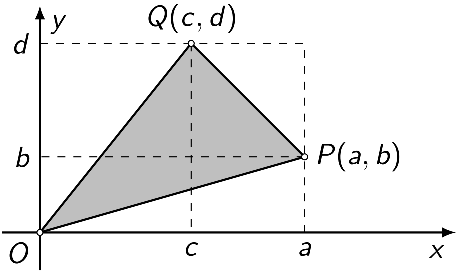
$$= ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}ad + \tfrac{1}{2}ab$$

Aufgabe 1



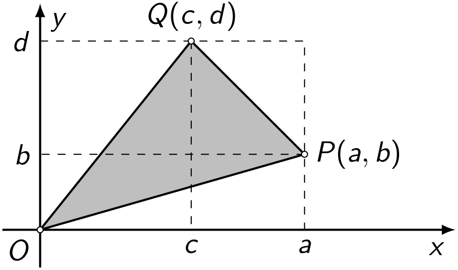
$$A = ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}(a-c)(d-b)$$
$$= ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}ad + \tfrac{1}{2}ab + \tfrac{1}{2}cd$$

Aufgabe 1



$$A = ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}(a-c)(d-b)$$
$$= ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}cb$$

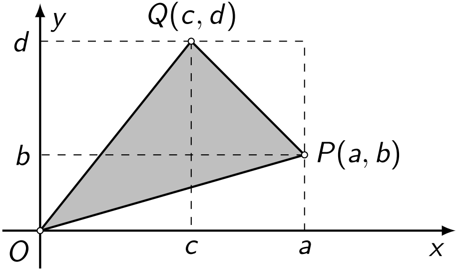
Aufgabe 1



$$A = ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}(a-c)(d-b)$$

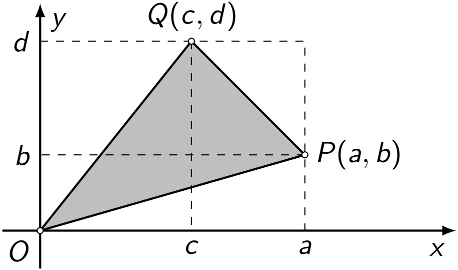
$$= ad - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}cd - \frac{1}{2}cb$$

Aufgabe 1



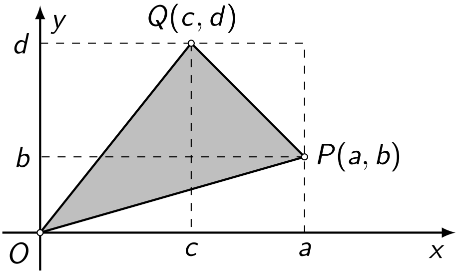
$$
\begin{aligned}
A &= ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}(a-c)(d-b) \\
&= ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}ad + \tfrac{1}{2}ab + \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}cb \\
&= ad - \tfrac{1}{2}ad - \tfrac{1}{2}cb
\end{aligned}
$$

Aufgabe 1



$$
\begin{aligned}
A &= ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}(a-c)(d-b) \\
&= ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}ad + \tfrac{1}{2}ab + \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}cb \\
&= ad - \tfrac{1}{2}ad - \tfrac{1}{2}cb = \tfrac{1}{2}ad - \tfrac{1}{2}cb
\end{aligned}
$$

Aufgabe 1



$$
\begin{aligned}
A &= ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}(a-c)(d-b) \\
&= ad - \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}ad + \tfrac{1}{2}ab + \tfrac{1}{2}cd - \tfrac{1}{2}cb \\
&= ad - \tfrac{1}{2}ad - \tfrac{1}{2}cb = \tfrac{1}{2}ad - \tfrac{1}{2}cb = \tfrac{1}{2}(ad - cb)
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2

Berechne den Flächeninhalt des überschneidungsfreien Polygons mit folgenden Eckpunkten.

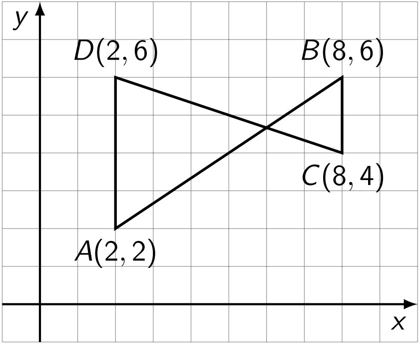
Punkt
$P_1(3,1)$
$P_2(5,3)$
$P_3(7,2)$
$P_4(9,5)$
$P_5(8,7)$
$P_6(4,5)$
$P_7(2,6)$
$P_8(1,4)$

Aufgabe 2

Punkt	$x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i$	
$P_1(3,1)$	$3 \cdot 3 - 5 \cdot 1$	4
$P_2(5,3)$	$5 \cdot 2 - 7 \cdot 3$	-11
$P_3(7,2)$	$7 \cdot 5 - 9 \cdot 2$	17
$P_4(9,5)$	$9 \cdot 7 - 8 \cdot 5$	23
$P_5(8,7)$	$8 \cdot 5 - 4 \cdot 7$	12
$P_6(4,5)$	$4 \cdot 6 - 2 \cdot 5$	14
$P_7(2,6)$	$2 \cdot 4 - 1 \cdot 6$	2
$P_8(1,4)$	$1 \cdot 1 - 3 \cdot 4$	-11
$P_1(3,1)$	$-$	
$2 \cdot$ Inhalt		50
Inhalt		25

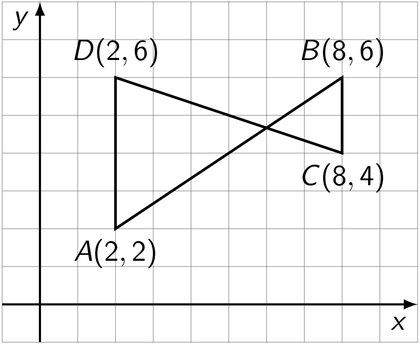
Aufgabe 3

Untersuche, wie die Flächenberechung auf der Basis des Vektorprodukts mit dem folgenden überschlagenen Polygon umgeht.



Aufgabe 3

Punkt (x_i, y_i)	$x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i$	
$A(2,2)$	$2 \cdot 6 - 8 \cdot 2$	-4
$B(8,6)$	$8 \cdot 4 - 8 \cdot 6$	-16
$C(8,4)$	$8 \cdot 6 - 2 \cdot 4$	40
$D(2,6)$	$2 \cdot 2 - 2 \cdot 6$	-8
$A(2,2)$	$-$	
2 Inhalt		12
Inhalt		6



Das Verfahren bestimmt die Differenz der Flächenstücke $(8 - 2 = 6)$.

Aufgabe 4

Vervollständige die Python-Funktion, welche aus der Liste von Punkten (`LoP`) mit

```
LoP = [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xN,yN)]
```

den Flächeninhalt `A` des von diesen Punkten gebildeten geschlossenen Polynoms berechnet und als Wert zurückgibt.

```
def polyarea(LoP):
  A = 0
```

Aufgabe 4

```
1 def polyarea(LoP):
2   A=0
3   n=len(LoP)
4   for i in range(0,n):
5     xP,yP=LoP[i]
6     xQ,yQ=LoP[(i+1)%n]
7     A+=xP*yQ-xQ*yP
8   return A/2
```

Der Ausdruck `LoP[(i+1)%n]` in Zeile 6 sorgt dafür, dass statt