Binärdarstellung von Zahlen (Kapitel 5) Lösungen+ Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 5.1

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.03125 & = & 0 & + & 0.0625 \\ 2 & \cdot & 0.0625 & = & 0 & + & 0.125 \\ 2 & \cdot & 0.125 & = & 0 & + & 0.25 \\ 2 & \cdot & 0.25 & = & 0 & + & 0.5 \\ 2 & \cdot & 0.5 & = & 1 & + & 0 \end{array}$$

$0.03125 = 0.00001_2$

Die Binärziffern werden von oben nach unten abgelesen.

Aufgabe 5.2

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & \cdot & 0.4 & = & 0 & + & 0.8 \\ 2 & \cdot & 0.8 & = & 1 & + & 0.6 \\ 2 & \cdot & 0.6 & = & 1 & + & 0.2 \\ 2 & \cdot & 0.2 & = & 0 & + & 0.4 \\ 2 & \cdot & 0.4 & = & 0 & + & 0.8 \\ 2 & \cdot & 0.8 & = & 1 & + & 0.6 \\ 2 & \cdot & 0.6 & = & 1 & + & 0.2 \\ 2 & \cdot & 0.2 & = & 0 & + & 0.4 \\ 2 & \cdot & \ldots & = & \ldots & + & \ldots \end{array}$$

$0.4 = 0.01100110\ldots_2 = 0.\overline{0110}_2$

Aufgabe 5.3

30.75

Vorzeichen: $S = 0$

Binärdarstellung: $30.75 = 16 + 8 + 4 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 11110.11_2$

Normalform: $(1.)111011_2 \cdot 2^4$

Exponent: $E = 4 + 127 = 131 = 128 + 2 + 1 = 10000011_2$

Mantisse: $M = 111011$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Aufgabe 5.4

-75

Vorzeichen: $S = 1$

Binärdarstellung: $75 = 64 + 8 + 2 + 1 = 1001011$

Normalform: $(1.)001011 \cdot 2^6$

Exponent: $E = 6 + 127 = 133 = 128 + 4 + 1 = 10000101$

Mantisse: $M = 001011$ (die führende 1 wird nicht gespeichert)

1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Aufgabe 5.5

0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Vorzeichen: $S = 0$

$$s = (-1)^S = +1$$

Exponent: $E = 01111101_2 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 1 = 125$

$$e = 125 - 127 = -2$$

Mantisse: $M = 0$

$$m = 1.0_2$$

Normalform: $s \cdot m \cdot 2^e = 1.0_2 \cdot 2^{-2} = 0.01_2 = 0.25$

Aufgabe 5.6

1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Vorzeichen: $S = 1$

$$s = (-1)^S = -1$$

Exponent: $E = 100000010_2 = 128 + 2 = 130$

$$e = 130 - 127 = 3$$

Mantisse: $M = 1111$

$$m = 1.1111_2$$

Normalform: $s \cdot m \cdot 2^e = -1.1111_2 \cdot 2^3 = -1111.1_2 = -15.5$

Aufgabe 5.7

(a) `1|11111111|00000000000000000000000` `-inf` ($-\infty$)

(b) `0|00000000|00000000000000000000000` `0`

(c) `0|11111111|00000000000000000000001` `NaN`

Aufgabe 5.8

1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Multiplikation mit $8 = 2^3$ bedeutet, dass zum Exponenten $3 = 11_2$ addiert werden muss. Das Vorzeichen und die Mantisse bleiben unverändert.

```
    00010110  alter Exponent
 +  00000011
 ----------------------------
 =  00011001  neuer Exponent
```

1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Aufgabe 5.9

0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Division durch $-2 = -2^1$ bedeutet, dass vom Exponenten $1 = 1_2$ subtrahiert *und* das Vorzeichen geändert werden muss. Die Mantisse bleibt unverändert.

```
    01111110  alter Exponent
 -  00000001  -1
 ----------------------------
 =  01111101  neuer Exponent
```

1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Aufgabe 5.10

$a =$ `1|00100000|00100000000000000000000`

$b =$ `0|01110000|01000000000000000000000`

$c =$ `1|00110000|01000000000000000000000`

$d =$ `0|01110000|00010000000000000000000`

$a < 0$ und $c < 0$ sind beide kleiner als $b > 0$ und $d > 0$.

Da der Exponent von $c < 0$ grösser als der von $a < 0$ ist, muss $c < a$ gelten. Die normalisierte Mantisse hat darauf keinen Einfluss.

$c = -1.010_2 \cdot 2^{00110000_2+127}$

$a = -1.001_2 \cdot 2^{00100000_2+127}$

Bei $b > 0$ und $d > 0$ sind die Exponenten gleich, weshalb b mit der grösseren Mantisse auch grösser als d ist.

$d = 1.0001_2 \cdot 2^{00111000_2+127}$

$b = 1.0100_2 \cdot 2^{00111000_2+127}$

Insgesamt: $c < a < d < b$