

**Die Idee**

Da IEEE 754-Gleitkommazahlen in der Form  $s \cdot m \cdot 2^e$  mit

- $s$ : Vorzeichen
- $m$ : Mantisse (Ziffernfolge der Zahl)
- $e$ : Exponent (zur Basis 2)

gespeichert werden, sind Multiplikationen von und Divisionen durch Zweierpotenzen effizient durchführbar, da die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis eine *Addition* der Exponenten bedeutet. Die Mantisse bleibt dabei gleich und das Vorzeichen ändert sich jeweils dann, wenn der Faktor bzw. der Divisor negativ ist.

*Beispiele:*

- $1.23 \cdot 2^6 \cdot 8 = 1.23 \cdot 2^6 \cdot 2^3 = 1.23 \cdot 2^{6+3} = 1.23 \cdot 2^9$
- $1.23 \cdot 2^6 : (-32) = -1.23 \cdot 2^6 : 2^5 = -1.23 \cdot 2^{6-5} = -1.23 \cdot 2^1$

**Beispiel 2**

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 4, ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 11000000 101100000000000000000000

*Lösung:* Da  $4 = 2^2$ , muss zum Exponenten 2 *addiert* werden ( $s \cdot m \cdot 2^e \cdot 2^2 = s \cdot m \cdot 2^{e+2}$ ). Da die niederwertigen Stellen (rechts) „unbesetzt“ sind, kann man einfach an der zweitletzten Stelle eine zusätzliche 1 einfügen, was den Exponenten um 2 grösser macht.

1 11000010 101100000000000000000000

**Beispiel 3**

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit  $(-128)$ , ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 11000100 101100000000000000000000

*Lösung:* Wegen  $128 = -2^7$ , muss das Vorzeichen gewechselt und der Exponent um 7 vergrößert werden.

Da hier bereits eine 1 an der drittletzten Stelle im Exponenten steht, müssen wir diesen durch eine binäre Addition vergrößern, wobei es genügt nur mit den betroffenen Stellen zu rechnen und einen potenziellen Übertrag zu berücksichtigen.

$$\begin{array}{r} \dots 0100 \quad (e) \\ + \quad \quad 111 \quad (7) \\ \hline = \dots 1011 \quad (e+7) \end{array}$$

1 11001011 101100000000000000000000

#### Beispiel 4

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch 64, ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10011111 101100000000000000000000

*Lösung:* Wegen  $64 = 2^6$ , muss der Exponent  $e$  um 6 verkleinert werden.

Da an den Positionen des Exponenten, die für die Darstellung der Zahl  $6 = 4 + 2 = 2^2 + 2^1$  nötig sind, bereits Einsen stehen, können wir diese durch Subtraktion entfernen, ohne uns von zusätzlichen Stellen eine 1 zu „borgen“.

$$\begin{array}{r} 10011111 \quad (e) \\ - \quad 1010 \quad (6) \\ \hline = 10010101 \quad (e - 6) \end{array}$$

1 10010101 101100000000000000000000

#### Aufgabe 1

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 128 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10000000 010100000000000000000000

1 10000111 010100000000000000000000

Beachte:  $128 = 2^7$ ,  $7 = 00000111_2$

#### Aufgabe 2

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch  $-1024$  ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00111111 010100000000000000000000

1 00110101 010100000000000000000000

Beachte:  $1024 = 2^{10}$ ,  $10 = 00001010_2$  und den Vorzeichenwechsel

#### Aufgabe 3

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit  $-2$  ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 10000000 001100000000000000000000

1 10000001 001100000000000000000000

Beachte:  $2 = 2^1$ ,  $1 = 00000001_2$  und den Vorzeichenwechsel

#### Aufgabe 4

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch  $-8$  ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 00111111 001100000000000000000000

0 00111100 001100000000000000000000

Beachte:  $8 = 2^3$ ,  $3 = 00000011_2$  und den Vorzeichenwechsel

### Aufgabe 5

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit  $-32$  ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10000000 101000000000000000000000

0 10000101 101000000000000000000000

Beachte:  $32 = 2^5$ ,  $5 = 00000101_2$  und den Vorzeichenwechsel

### Aufgabe 6

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch  $-16$  ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00011111 101000000000000000000000

1 00011011 101000000000000000000000

Beachte:  $16 = 2^4$ ,  $4 = 00000100_2$  und den Vorzeichenwechsel

### Aufgabe 7

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit  $64$  ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10000000 001100000000000000000000

1 10000110 001100000000000000000000

Beachte:  $64 = 2^6$ ,  $6 = 00000110_2$

### Aufgabe 8

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch  $4$  ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00011111 110000000000000000000000

0 00011101 110000000000000000000000

Beachte:  $4 = 2^2$ ,  $2 = 00000010_2$

### Aufgabe 9

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit  $512$  ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 11000000 001100000000000000000000

0 11001001 001100000000000000000000

Beachte:  $512 = 2^9$ ,  $9 = 00001001_2$

### Aufgabe 10

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch  $-256$  ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00111111 001100000000000000000000

1 00110111 001100000000000000000000

Beachte:  $256 = 2^8$ ,  $8 = 00001000_2$  und den Vorzeichenwechsel