

IEEE 754

Multiplikation mit Zweierpotenzen

Die Idee

Da IEEE 754-Gleitkommazahlen in der Form $s \cdot m \cdot 2^e$ mit

- ▶ s : Vorzeichen
- ▶ m : Mantisse (Ziffernfolge der Zahl)
- ▶ e : Exponent (zur Basis 2)

gespeichert werden, sind Multiplikationen von und Divisionen durch Zweierpotenzen effizient durchführbar, da die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis eine *Addition* der Exponenten bedeutet. Die Mantisse bleibt dabei gleich und das Vorzeichen ändert sich jeweils dann, wenn der Faktor bzw. der Divisor negativ ist.

Beispiele:

- ▶ $1.23 \cdot 2^6 \cdot 8 = 1.23 \cdot 2^6 \cdot 2^3 = 1.23 \cdot 2^{6+3} = 1.23 \cdot 2^9$
- ▶ $1.23 \cdot 2^6 : (-32) = -1.23 \cdot 2^6 : 2^5 = -1.23 \cdot 2^{6-5} = -1.23 \cdot 2^1$

Beispiel 2

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 4, ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 11000000 101100000000000000000000

Lösung: Da $4 = 2^2$, muss zum Exponenten 2 *addiert* werden ($s \cdot m \cdot 2^e \cdot 2^2 = s \cdot m \cdot 2^{e+2}$). Da die niederwertigen Stellen (rechts) „unbesetzt“ sind, kann man einfach an der zweitletzten Stelle eine zusätzliche 1 einfügen, was den Exponenten um 2 grösser macht.

1 11000010 101100000000000000000000

Beispiel 3

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit (-128) , ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 11000100 101100000000000000000000

Lösung: Wegen $128 = -2^7$, muss das Vorzeichen gewechselt und der Exponent um 7 vergrößert werden.

Da hier bereits eine 1 an der drittletzter Stelle im Exponenten steht, müssen wir diesen durch eine binäre Addition vergrößern, wobei es genügt nur mit den betroffenen Stellen zu rechnen und einen potenziellen Übertrag zu berücksichtigen.

$$\begin{array}{r} \dots 0100 \quad (e) \\ + \quad \quad 111 \quad (7) \\ \hline = \quad \dots 1011 \quad (e + 7) \end{array}$$

1 11001011 101100000000000000000000

Beispiel 4

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch 64, ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10011111 101100000000000000000000

Lösung: Wegen $64 = 2^6$, muss der Exponent e um 6 verkleinert werden.

Da an den Positionen des Exponenten, die für die Darstellung der Zahl $6 = 4 + 2 = 2^2 + 2^1$ nötig sind, bereits Einsen stehen, können wir diese durch Subtraktion entfernen, ohne uns von zusätzlichen Stellen eine 1 zu „borgen“.

$$\begin{array}{r} 10011111 \quad (e) \\ - \quad \quad 1010 \quad (6) \\ \hline = 10010101 \quad (e - 6) \end{array}$$

1 10010101 101100000000000000000000

Aufgabe 1

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 128 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10000000 010100000000000000000000

Aufgabe 1

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 128 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10000000 010100000000000000000000

1 10000111 010100000000000000000000

Beachte: $128 = 2^7$, $7 = 00000111_2$

Aufgabe 2

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -1024 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00111111 010100000000000000000000

Aufgabe 2

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -1024 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00111111 010100000000000000000000

1 00110101 010100000000000000000000

Beachte: $1024 = 2^{10}$, $10 = 00001010_2$ und den Vorzeichenwechsel

Aufgabe 3

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit -2 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 10000000 001100000000000000000000

Aufgabe 3

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit -2 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 10000000 001100000000000000000000

1 10000001 001100000000000000000000

Beachte: $2 = 2^1$, $1 = 00000001_2$ und den Vorzeichenwechsel

Aufgabe 4

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -8 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 00111111 001100000000000000000000

Aufgabe 4

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -8 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 00111111 001100000000000000000000

0 00111100 001100000000000000000000

Beachte: $8 = 2^3$, $3 = 0000011_2$ und den Vorzeichenwechsel

Aufgabe 5

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit -32 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10000000 10100000000000000000000000000000

Aufgabe 5

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit -32 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10000000 101000000000000000000000

0 10000101 101000000000000000000000

Beachte: $32 = 2^5$, $5 = 0000101_2$ und den Vorzeichenwechsel

Aufgabe 6

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -16 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00011111 101000000000000000000000

Aufgabe 6

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -16 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00011111 101000000000000000000000

1 00011011 101000000000000000000000

Beachte: $16 = 2^4$, $4 = 0000100_2$ und den Vorzeichenwechsel

Aufgabe 7

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 64 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10000000 001100000000000000000000

Aufgabe 7

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 64 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

1 10000000 001100000000000000000000

1 10000110 001100000000000000000000

Beachte: $64 = 2^6$, $6 = 00000110_2$

Aufgabe 8

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch 4 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00011111 110000000000000000000000

Aufgabe 8

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch 4 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00011111 110000000000000000000000

0 00011101 110000000000000000000000

Beachte: $4 = 2^2$, $2 = 00000010_2$

Aufgabe 9

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 512 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 11000000 001100000000000000000000

Aufgabe 9

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 512 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 11000000 001100000000000000000000

0 11001001 001100000000000000000000

Beachte: $512 = 2^9$, $9 = 00001001_2$

Aufgabe 10

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -256 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00111111 001100000000000000000000

Aufgabe 10

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -256 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

0 00111111 001100000000000000000000

1 00110111 001100000000000000000000

Beachte: $256 = 2^8$, $8 = 00001000_2$ und den Vorzeichenwechsel