IEEE 754 Multiplikation mit Zweierpotenzen

Die Idee

Da IEEE 754-Gleitkommazahlen in der Form $s \cdot m \cdot 2^e$ mit

- s: Vorzeichen
- m: Mantisse (Ziffernfolge der Zahl)
- e: Exponent (zur Basis 2)

gespeichert werden, sind Multiplikatonen von und Divisionen durch Zweierpotenzen effizient durchführbar, da die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis eine *Addition* der Exponenten bedeutet. Die Mantisse bleibt dabei gleich und das Vorzeichen ändert sich jeweils dann, wenn der Faktor bzw. der Divisior negativ ist.

Beispiele:

- $1.23 \cdot 2^6 \cdot 8 = 1.23 \cdot 2^6 \cdot 2^3 = 1.23 \cdot 2^{6+3} = 1.23 \cdot 2^9$
- $1.23 \cdot 2^6 : (-32) = -1.23 \cdot 2^6 : 2^5 = -1.23 \cdot 2^{6-5} = -1.23 \cdot 2^1$

Beispiel 2

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 4, ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`1 11000000 10110000000000000000000`

Lösung: Da $4 = 2^2$, muss zum Exponenten 2 *addiert* werden ($s \cdot m \cdot 2^e \cdot 2^2 = s \cdot m \cdot 2^{e+2}$). Da die niederwertigen Stellen (rechts) „unbesetzt" sind, kann man einfach an der zweitletzten Stelle eine zusätzliche 1 einfügen, was den Exponenten um 2 grösser macht.

`1 11000010 10110000000000000000000`

Beispiel 3

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit (-128), ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`0 11000100 10110000000000000000000`

Lösung: Wegen $128 = -2^7$, muss das Vorzeichen gewechselt und der Exponent um 7 vergrössert werden.

Da hier bereits eine 1 an der drittletzter Stelle im Exponenten steht, müssen wir diesen durch eine binäre Addition vergrössern, wobei es genügt nur mit den betroffenen Stellen zu rechnen und einen potenziellen Übertrag zu berücksichtigen.

$$\begin{array}{rrl} & \texttt{...0100} & (e) \\ + & \texttt{111} & (7) \\ \hline = & \texttt{...1011} & (e+7) \end{array}$$

`1 11001011 10110000000000000000000`

Beispiel 4

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch 64, ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`1 10011111 10110000000000000000000`

Lösung: Wegen $64 = 2^6$, muss der Exponent e um 6 verkleinert werden.

Da an den Positionen des Exponenten, die für die Darstellung der Zahl $6 = 4+2 = 2^2+2^1$ nötig sind, bereits Einsen stehen, können wir diese durch Subtraktion entfernen, ohne uns von zusätzlichen Stellen eine 1 zu „borgen“.

$$
\begin{array}{crl}
 & \texttt{10011111} & (e) \\
- & \texttt{1010} & (6) \\
\hline
= & \texttt{10010101} & (e-6)
\end{array}
$$

`1 10010101 10110000000000000000000`

Aufgabe 1

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 128 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`1 10000000 01010000000000000000000`

Aufgabe 2

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -1024 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`0 00111111 01010000000000000000000`

Aufgabe 3

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit -2 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`0 10000000 00110000000000000000000`

Aufgabe 4

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -8 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`1 00111111 00110000000000000000000`

Aufgabe 5

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit -32 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`1 10000000 10100000000000000000000`

Aufgabe 6

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -16 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`0 00011111 10100000000000000000000`

Aufgabe 7

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 64 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`1 10000000 00110000000000000000000`

Aufgabe 8

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch 4 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`0 00011111 11000000000000000000000`

Aufgabe 9

Multipliziere die IEEE 754-Zahl mit 512 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`0 11000000 00110000000000000000000`

Aufgabe 10

Dividiere die IEEE 754-Zahl durch -256 ohne ins Dezimalsystem umzurechnen.

`0 00111111 00110000000000000000000`