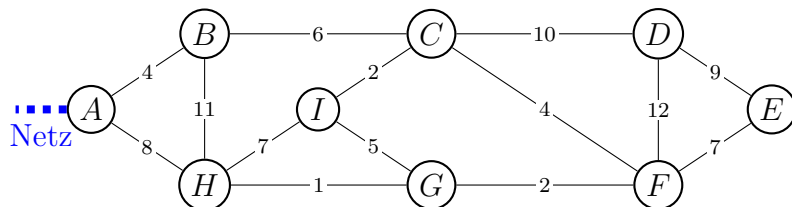


Minimale Spannbäume

Lösungen+

Aufgabe

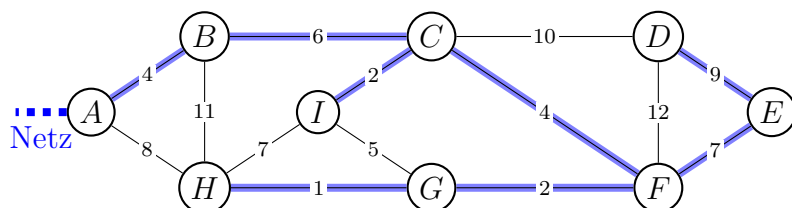
Die schematische (nicht massstäbliche) Darstellung zeigt neun Ortschaften und das sie verbindende Strassennetz. Zahlen stellen Distanzen in Kilometern dar.



Nun sollen alle Ortschaften durch ein Glasfasernetz verbunden werden, das momentan in A endet. Die Kabel werden entlang der Strassen verlegt, da sich dort bereits Kabelkanäle befinden.

Entlang welcher Strassen musst du die Glasfaserkabel verlegen, wenn möglichst wenig Kabel verwendet werden soll?

Lösung 1

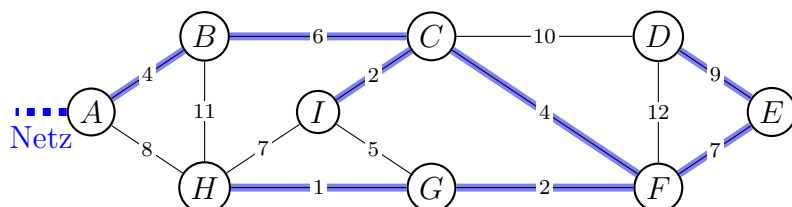


Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Betrachte alle Strassen, die erreichte Orte mit noch nicht erreichten Orten verbinden und wähle die kürzeste aus. Gibt es mehrere solche Strassen, nimm eine beliebige.

Algorithmus von Jarnik (1930), Prim (1957) und Dijkstra (1959)

Lösung 2



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Gehe die nach aufsteigender Länge sortierten Strassen der Reihe nach durch und füge sie zum Netzwerk hinzu, wenn dabei höchstens einer der beiden Orte bereits angeschlossen ist. Bei Strassen gleicher Länge wähle eine beliebige.

Algorithmus von Kruskal (1956)

Begriffe

Graph: Eine Menge von *Knoten* (Objekten), die durch *Kanten* (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum: Ein zusammenhängender Graph ohne „Rundwege“.

Spannbaum: Ein Baum, der alle Knoten eines Graphen enthält.

minimaler Spannbaum: Ein Spannbaum in einem kantengewichteten Graphen mit minimaler Gewichtssumme. (*MST = minimum spanning tree*)

Algorithmus: Eine Beschreibung zur Lösung eines Problems mit folgenden Eigenschaften:

- eindeutig
- endlich
- korrekt

Anwendungen der MST-Algorithmen:

- Netzwerkplanung
- Design von Leiterplatten
- Bildsegmentierung
- als Bestandteil anderer Algorithmen