Aufgabe 1

$E(X) = \frac{1}{8} \cdot (-5) + \frac{3}{8} \cdot 0 + \frac{5}{16} \cdot 11 + \frac{1}{6} \cdot 50 + \frac{1}{48} \cdot 100 = \frac{635}{48}$

Aufgabe 2

(a) $0.1 + 0.25 + 0.2 + 0.05 + 0.3 + a = 1 \quad \Rightarrow \quad a = 0.1$

(b) $P(X \leq 0) = P(X = -1) + P(X = 0) = 0.1 + 0.25 = 0.35$

(c) $P(\sqrt{2} < X < \pi) = P(X = 2) + P(X = 3) = 0.2 + 0.05 = 0.25$

(d) $\mathrm{E}(X) = 0.5 \cdot (-1) + \cdots = 2.55$

(e)
$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(X) &= \sum_x p_X(x) \cdot \big[x - \mathrm{E}(X)\big]^2 \\ &= 0.5 \cdot (-1 - 2.55)^2 + 0.25 \cdot (0 - 2.55)^2 + \ldots \\ &= 5.9475\end{aligned}$$

oder: $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2 = 12.45 - 2.55^2 = 5.9475$

Aufgabe 3

a	$P(X = a)$
0	$\binom{3}{0} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$
1	$\binom{3}{1} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{36}{125}$
2	$\binom{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^1 = \frac{54}{125}$
3	$\binom{3}{3} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0 = \frac{27}{125}$

Aufgabe 4

X: Anzahl Gewinne; $G =$ Gewinn, $\overline{G} =$ Niete

a	ω	$P(X = a)$
0	$\overline{GGG}$	$1 \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{24}{336} = \frac{1}{14}$
1	$G\overline{GG}$, $\overline{G}G\overline{G}$, $\overline{GG}G$	$3 \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{144}{336} = \frac{3}{7}$
2	$GG\overline{G}$, $G\overline{G}G$, $\overline{G}GG$	$3 \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{144}{336} = \frac{3}{7}$
3	GGG	$1 \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{24}{336} = \frac{1}{14}$

Aufgabe 5

(a)

Ereignis ω	Erfolg x	$P(X=x)$
$(\overline{1},\overline{1})$	-1	$25/36$
$(1,\overline{1})$, $(\overline{1},1)$	2	$10/36$
$(1,1)$	4	$1/36$

(b) $\mathrm{E}(X)=(-1)\cdot\frac{25}{36}+2\cdot\frac{10}{36}+4\cdot\frac{1}{36}=-\frac{1}{36}$

Pro Spiel entsteht ein mittlerer Verlust von etwa CHF 0.0278 für den Spieler.

Aufgabe 6

X: Gewinnbetrag

$X=x_i$ [Fr.]	$p_i=P(X=x_i)$
20.–	$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$
2.–	$\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}=\frac{8}{216}$
1.–	$\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6}=\frac{27}{216}$

$$E(X)=\frac{1}{216}\cdot 20+\frac{8}{216}\cdot 2+\frac{27}{216}\cdot 1=\frac{7}{24}$$

Aufgabe 7

Die Zufallsvariable X ist der jeweilige Gewinn des Spielers

x_i	p_i
10	0.1
5	$0.9\cdot 0.1=0.09$
1	$0.9\cdot 0.9\cdot 0.1=0.081$
0	$0.9\cdot 0.9\cdot 0.9=0.729$

Der bei vielen Spielen durchschnittlich zu erwartende Gewinn ist:

$E(X)=10\cdot 0.1+5\cdot 0.09+1\cdot 0.081+0\cdot 0.729=1.531$ Franken

Dieser Betrag ist also der Mindesteinsatz, den der Schausteller verlangen muss.

Aufgabe 8

(a)

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Erfolg x	-1	4	6	-4	10	-6
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X) &= \frac{1}{6} \cdot (-1) + \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{1}{6} \cdot 6 + \frac{1}{6} \cdot (-4) + \frac{1}{6} \cdot 10 + \frac{1}{6} \cdot (-6) \\ &= \frac{9}{6} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

Das Spiel ist für die Bank nicht profitabel.

(b) Pro Spiel müsste ein Einsatz von 1.5 Geldeinheiten verlangt werden.