Aufgabe 1

$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$

(a) $3 \notin A$ falsch

(b) $4 \in B$ wahr

(c) $\{5\} \in A$ falsch

(d) $\{6, 7\} \subset B$ wahr

(e) $A \subset A$ wahr

(f) $B \subset A$ falsch

(g) $\emptyset \subset B$ wahr

Aufgabe 2

(a) $A = \{x \in \mathbb{N} \colon x \text{ ist Primzahl und } x \leq 10\} = \{2, 3, 5, 7\}$

(b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \colon |x| < 4 \text{ und } x \text{ ist ungerade}\} = \{-3, -1, 1, 3\}$

(c) $C = \{x \in \mathbb{N} \colon x \geq 2 \text{ und } x < 7\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

(d) $D = \{x \in \mathbb{N} \colon x < 3 \text{ oder } 5 \leq x \leq 8\} = \{1, 2, 5, 6, 7, 8\}$

(e) $E = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon x \cdot y = 4\} = \{(1, 4), (2, 2), (4, 1)\}$

Aufgabe 3

$A = \{5, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$

(a) $A \cup B = \{2, 3, 5, 6\}$

(b) $B \cup A = \{2, 3, 5, 6\}$

(c) $A \cap B = \{5\}$

(d) $B \cap A = \{5\}$

(e) $A \setminus B = \{6\}$

(f) $B \setminus A = \{2, 3\}$

(g) $A \times B = \{(5, 2), (5, 3), (5, 5), (6, 2), (6, 3), (6, 5)\}$

(h) $B \times A = \{(2, 5), (3, 5), (5, 5), (2, 6), (3, 6), (5, 6)\}$

(i) $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{5\}, \{6\}, \{5, 6\}\}$

Aufgabe 4

$A = \{1, 3, 4, 7, 9\}$, $B = \{2, 5, 6, 8\}$ und $C = \{1, 3, 3, 4, 7, 8\}$

(a) $|A| = 5$

(b) $|\emptyset| = 0$

(c) $|A \times B| = 5 \cdot 4 = 20$

(d) $|\mathcal{P}(A)| = 2^5 = 32$

(e) $|C| = 5$ (Elemente werden in Mengen nur einmal gezählt)

Aufgabe 5

Gegeben: $A = \{2, 4, 8, 9\}$ und $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
Gesucht: $\overline{A}$ bezüglich der Grundmenge Ω

$\overline{A} = \Omega \setminus A = \{1, 3, 5, 6, 7\}$

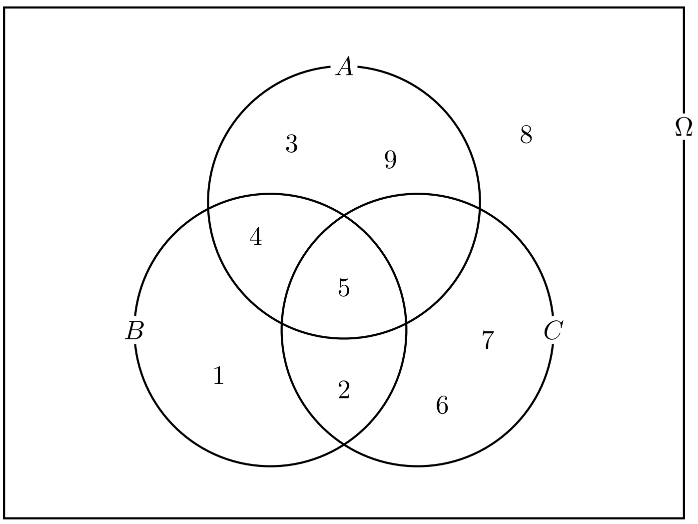
Aufgabe 6

Gegeben: $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d, e\}$, $C = \{x, y, z\}$, $D = \{a, e, x\}$
Gesucht: alle Paare disjunkter Mengen

- A und C
- B und C

Aufgabe 7

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{3, 4, 5, 9\}$, $B = \{1, 2, 4, 5\}$, $C = \{2, 5, 6, 7\}$



Aufgabe 8

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\} \times \{1,2,3,4,5,6\}$

Aus Platzgründen wird jeweils xy statt (x,y) geschrieben.

(a) $P(\text{Augensumme } 8) = P\{(26, 62, 35, 53, 44\}) = \frac{5}{36}$

(b) $P(\text{Augenumme } 9) = P\{(45, 54, 36, 63\}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(c) $$\begin{aligned} P(\text{Unterschied } 2) &= P(\{13, 31, 24, 42, 35, 53, 46, 64\}) \\ &= \tfrac{8}{36} = \tfrac{2}{9} \end{aligned}$$

Aufgabe 9

$\Omega = \{(1,1), (1,2), \ldots, (6,6)\}$

Aus Platzgründen wird jeweils xy statt (x,y) geschrieben.

(a) $A = \{(x,y) \in \Omega\colon (x+y) \leq 5\}$

$A = \{11, 12, 21, 22, 13, 31, 23, 32, 14, 41\}$

$P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

(b) $B = \{(x,y) \in \Omega\colon |x-y| \leq 3\}$

$B = \{63, 36, 52, 25, 41, 14, 62, 26, 51, 15, 61, 16\}$

$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

Aufgabe 10

Lösungsweg 1: Drücke p_A und p_C durch p_B aus

$p_A = 2p_B$

$$\frac{p_B}{p_C} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad p_C = \tfrac{3}{2} \cdot p_A$$

$$\begin{aligned} p_A + p_B + p_C &= 1 \\ 2p_B + p_B + \tfrac{3}{2}p_B &= 1 \quad || \cdot 2 \\ 4p_B + 2p_B + 3p_B &= 2 \\ 9p_B &= 2 \quad \Rightarrow \quad p_B = \tfrac{2}{9} \\ & \qquad\qquad\quad p_A = 2p_B = \tfrac{4}{9} \\ & \qquad\qquad\quad p_C = \tfrac{3}{2}p_B = \tfrac{3}{2} \cdot \tfrac{2}{9} = \tfrac{3}{9} = \tfrac{1}{3} \end{aligned}$$

Lösungsweg 2: Vergleiche die Verhältnisse

$A : B = 2 : 1 = 4 : 2$

$B : C = 2 : 3 = 2 : 3$

$A : B : C = 4 : 2 : 3 \quad$ (9 „Teile“)

$P(A) = \frac{4}{9}$, $P(B) = \frac{2}{9}$, $P(C) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Aufgabe 11

Werfen von zwei Spielwürfeln

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\} \times \{1,2,3,4,5,6\}$

A: Augensumme ≤ 10

$\overline{A}$: Augensumme > 10

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - P\big(\{56, 65, 66\}\big) = 1 - \frac{3}{36} = \frac{11}{12}$

Aufgabe 12

(a) durch 4 teilbar: $\left\lfloor \dfrac{999}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \dfrac{99}{4} \right\rfloor = 225$

durch 6 teilbar: $\left\lfloor \dfrac{999}{6} \right\rfloor - \left\lfloor \dfrac{99}{6} \right\rfloor = 150$

durch $\mathrm{kgV}(4,6) = 12$ teilbar: $\left\lfloor \dfrac{999}{12} \right\rfloor - \left\lfloor \dfrac{99}{12} \right\rfloor = 75$

$$p = \frac{225 + 150 - 75}{999 - 100 + 1} = \frac{1}{3}$$

(b) durch 12 teilbar: $\left\lfloor \dfrac{999}{12} \right\rfloor - \left\lfloor \dfrac{99}{12} \right\rfloor = 75$

durch 27 teilbar: $\left\lfloor \dfrac{999}{27} \right\rfloor - \left\lfloor \dfrac{99}{27} \right\rfloor = 34$

durch $\mathrm{kgV}(12,27) = 108$ teilbar: $\left\lfloor \dfrac{999}{108} \right\rfloor - \left\lfloor \dfrac{100}{108} \right\rfloor = 9$

$$p = \frac{75 + 34 - 9}{999 - 100 + 1} = \frac{1}{9}$$

Aufgabe 13

Urne mit 7 roten und 3 schwarzen Kugeln

Ziehen von 3 Kugeln ohne Zurücklegen

(a) Ereignis A: genau 3 rote Kugeln

$$\xrightarrow{0.7} r \xrightarrow{0.7} r \xrightarrow{0.7} r \qquad P(rrr) = \left(\tfrac{7}{10}\right)^3$$

$P(A) = \frac{343}{1000} = 0.343$

(b) Ereignis B: genau 2 schwarze Kugeln

$$\xrightarrow{0.7} r \xrightarrow{0.3} s \xrightarrow{0.3} s \qquad P(rss) = \tfrac{7}{10}\left(\tfrac{3}{10}\right)^2$$

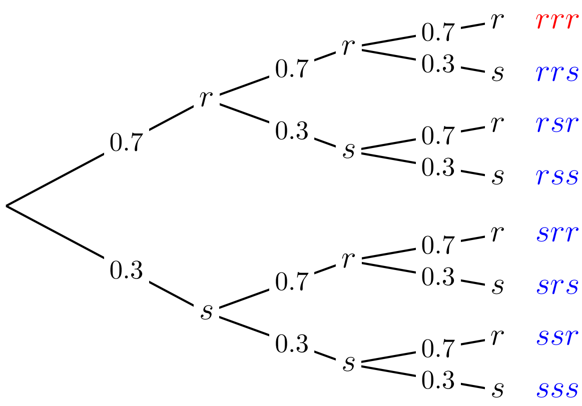
$$\xrightarrow{0.3} s \xrightarrow{0.7} r \xrightarrow{0.3} s \qquad P(srs) = \tfrac{7}{10}\left(\tfrac{3}{10}\right)^2$$

$$\xrightarrow{0.3} s \xrightarrow{0.7} s \xrightarrow{0.3} r \qquad P(ssr) = \tfrac{7}{10}\left(\tfrac{3}{10}\right)^2$$

$P(B) = 3 \cdot 0.7 \cdot 0.3^2 = 0.189$

(c) Ereignis C: mindestens 1 schwarze Kugel

Gegenereignis $\overline{C}$: keine schwarze Kugel



$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - P(rrr) = 1 - 0.7^3 = 0.657$

Aufgabe 14

Trefferwahrscheinlichkeit pro Schuss: $P(T) = 0.4$, $P(\overline{T}) = 0.6$

(a) A: genau 4 Treffer

$$\xrightarrow{0.4} T \xrightarrow{0.4} T \xrightarrow{0.4} T \xrightarrow{0.4} T$$

$P(A) = P(T, T, T, T) = 0.4^4 = 0.0256$

(b) B: genau ein Treffer
$$\begin{array}{ll} T, \overline{T}, \overline{T}, \overline{T} & \overline{T}, \overline{T}, T, \overline{T} \\ \overline{T}, T, \overline{T}, \overline{T} & \overline{T}, \overline{T}, \overline{T}, T \end{array}$$

$P(B) = 4 \cdot 0.4 \cdot 0.6^3 = 0.3456$

(c) C: genau zwei Treffer
$$\begin{array}{ll} T, T, \overline{T}, \overline{T} & \overline{T}, T, T, \overline{T} \\ T, \overline{T}, T, \overline{T} & \overline{T}, T, \overline{T}, T \\ T, \overline{T}, \overline{T}, T & \overline{T}, \overline{T}, T, T \end{array}$$

$P(C) = 6 \cdot 0.4^2 \cdot 0.6^2 = 0.3456$

(d) D: höchstens ein Treffer (keinen oder genau einen Treffer)

$P(D) = P(\overline{T}, \overline{T}, \overline{T}, \overline{T}) + P(B) = 0.6^4 + 4 \cdot 0.4 \cdot 0.6^3 = 0.4752$

Aufgabe 15

A: Augenzahl 5, $P(A) = \frac{1}{6}$

$P_n(X)$: Wahrscheinlichkeit von X bei n Wiederholungen

$$\begin{aligned} P_n(\text{mindestens einmal } A) &> 0.9 \\ 1 - P_n(\text{nie } A) &> 0.9 \\ 1 - (5/6)^n &> 0.9 \\ 0.1 &> (5/6)^n \\ \log_a 0.1 &> \log_a (5/6)^n \\ \log_a 0.1 &> n \log_a (5/6) \\ \frac{\log_a 0.1}{\log_a (5/6)} &< n \qquad [\text{Achtung: } \log_a(5/6) < 0] \\ 12.63 &< n \end{aligned}$$

Es sind mindestens 13 Würfe nötig.

Aufgabe 16

A: gerade einstellige Augensumme

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

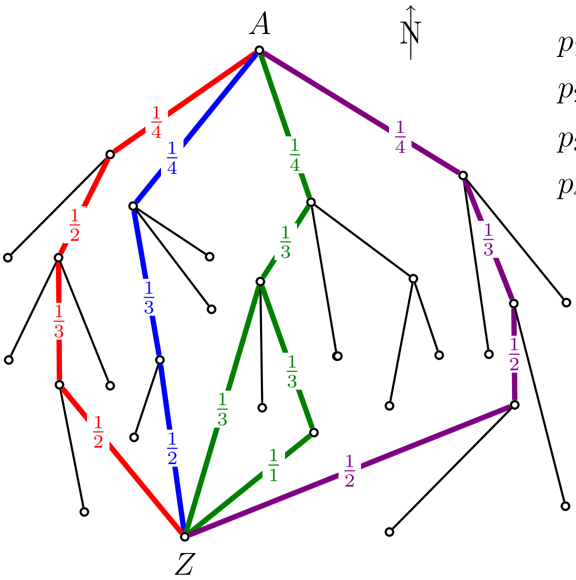
$A = \{11, 13, 31, 15, 51, 22, 24, 42, 26, 62, 33, 35, 53, 44\}$

$P(A) = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

$$\begin{aligned}
P_n(\text{mindestens einmal } A) &> 0.99 \\
1 - P_n(\text{nie } A) &> 0.99 \\
1 - (11/18)^n &> 0.99 \\
0.01 &> (11/18)^n \\
\log_a 0.01 &> \log_a (11/18)^n \\
\log_a 0.01 &> n \log_a (11/18) \\
\frac{\log_a 0.01}{\log_a (11/18)} &< n \quad [\text{Achtung: } \log_a(11/18) < 0] \\
9.35 &< n
\end{aligned}$$

Es sind mindestens 10 Würfe nötig.

Aufgabe 17



$p_1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{48}$

$p_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$

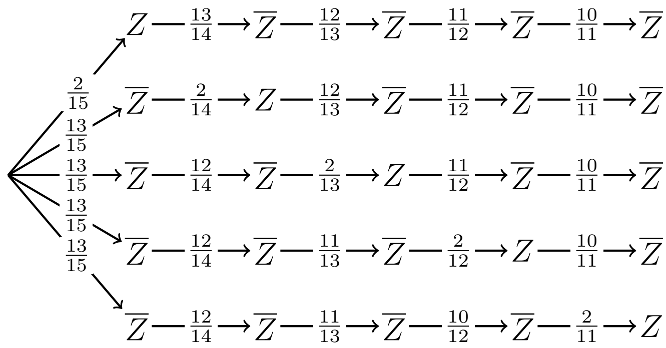
$p_3 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1}\right) = \frac{2}{36}$

$p_4 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{48}$

$P(A \to Z) = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = \frac{5}{36}$

Aufgabe 18

(a) A: genau ein Zwillinge in der Delegation:



Alle Produkte der Pfadwahrscheinlichkeiten sind bis auf Reihenfolge identisch.

$P(A) = 5 \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{13}{14} \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{11}{12} \cdot \frac{10}{11} = 5 \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{10}{14} = \frac{10}{21}$

(b) B: beide Zwillinge in der Delegation

$\overline{B}$: *keinen* oder *einen* Zwilling in der Delegation

$P(\overline{B}) = P(A) + P(\overline{Z}, \overline{Z}, \overline{Z}, \overline{Z}, \overline{Z}) = \frac{10}{21} + \frac{13}{15} \cdot \frac{12}{14} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{9}{11} = \frac{19}{21}$

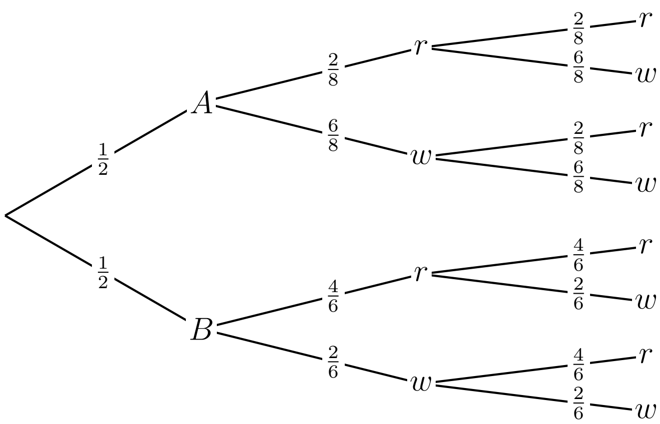
$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{19}{21} = \frac{2}{21}$

Aufgabe 19

$P_1(X \text{ wird erwischt}) = 0.04$, $P_1(X \text{ wird nicht erwischt}) = 0.96$

$P_{10}(X \text{ wird mindestens einmal erwischt})$
$= 1 - P_{10}(X \text{ wird nie erwischt})$
$= 1 - 0.96^{10} = 0.335$

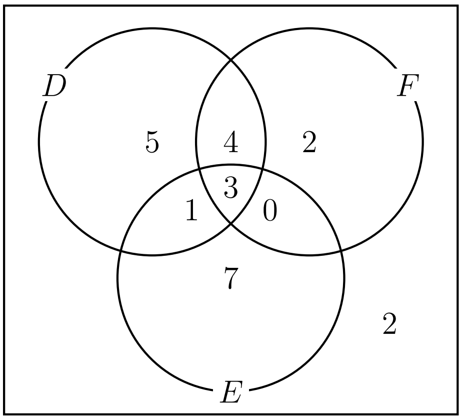
Aufgabe 20



(a) $P(Arw) + P(Awr) + P(Brw) + P(Bwr)$
$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{59}{144}$

(b) $P(Arr) + P(Brr) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{2}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{73}{288}$

Aufgabe 21



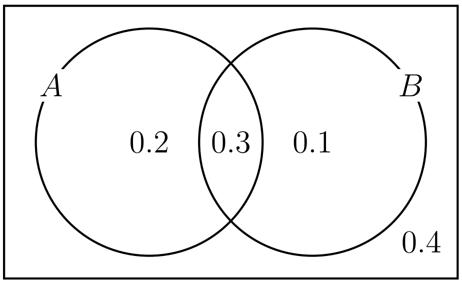
(a) $P(\text{Note nur in Englisch gut}) = \frac{7}{24}$

(b) $P(\text{Note in genau einem der 3 Fächer gut}) = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$

(c) $P(\text{Note in mindestens 2 der 3 Fächer gut}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

(d) $P(\text{Note in keinem der 3 Fächer gut}) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

Aufgabe 22



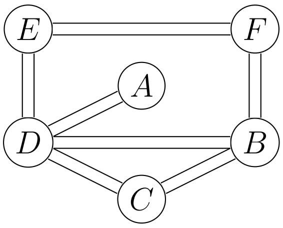
(a) $P(A \cup B) = 0.6$

(b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.4$

(c) $P(A \cup \overline{B}) = 0.9$

(d) $P(\overline{A} \cap B) = 0.1$

Aufgabe 23



(a) nach höchstens vier Röhren in der Falle

$$A \xrightarrow{\frac{1}{1}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} E \xrightarrow{\frac{1}{2}} F$$

$$A \xrightarrow{\frac{1}{1}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} B \xrightarrow{\frac{1}{3}} F$$

$$A \xrightarrow{\frac{1}{1}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} C \xrightarrow{\frac{1}{2}} B \xrightarrow{\frac{1}{3}} F$$

$p = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{4}$

(b) nach genau vier Röhrenabschnitten wieder in A.

$$A \xrightarrow{\frac{1}{1}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} B \xrightarrow{\frac{1}{3}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} A$$

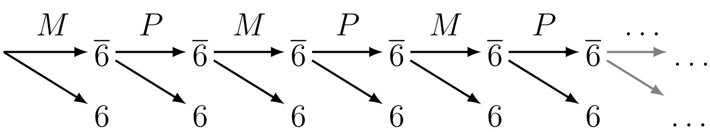
$$A \xrightarrow{\frac{1}{1}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} C \xrightarrow{\frac{1}{2}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} A$$

$$A \xrightarrow{\frac{1}{1}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} E \xrightarrow{\frac{1}{2}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} A$$

$$A \xrightarrow{\frac{1}{1}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} A \xrightarrow{\frac{1}{1}} D \xrightarrow{\frac{1}{4}} A$$

$p = \frac{1}{48} + \frac{1}{32} + \frac{1}{32} + \frac{1}{16} = \frac{7}{48}$

Aufgabe 24



(a) A: Mireille gewinnt nach spätestens drei Würfen

$P(A) = \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6} \approx 0.363$

(b) B: Patricia gewinnt nach spätestens drei Versuchen

$P(B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \frac{1}{6} \approx 0.302$

(c) C: das Spiel ist nach drei Runden noch nicht entschieden

$P(C) = \left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0.335$

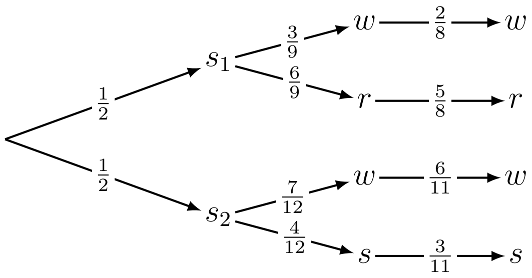
Aufgabe 25

Das Wort „MATHEMATIK“ besteht aus 10 Zeichen und enthält zwei M's und zwei A's.

$\xrightarrow{\frac{2}{10}} M \xrightarrow{\frac{2}{9}} A \xrightarrow{\frac{1}{8}} M \xrightarrow{\frac{1}{7}} A$

$p = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{1260}$

Aufgabe 26

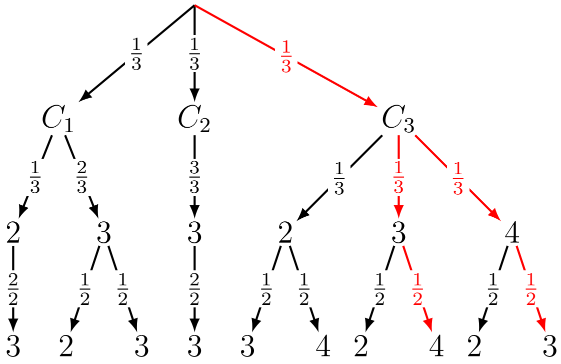


E: zwei Socken gleicher Farbe

$$\begin{aligned} P(E) &= P(s_1ww) + P(s_1rr) + P(s_2ww) + P(s_2ss) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \\ &= \frac{5}{11} \approx 0.455 \end{aligned}$$

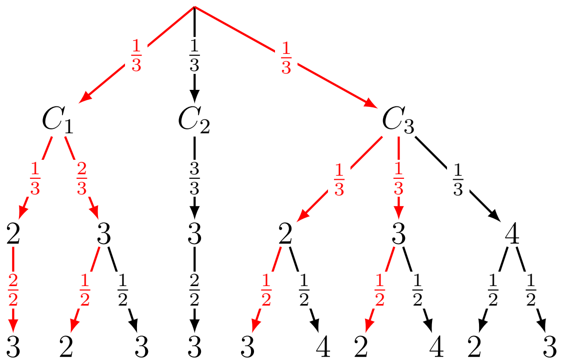
Aufgabe 27

(a) A: Produkt der Zahlen ist grösser als 10



$$P(A) = P(C_3, 3, 4) + P(C_3, 4, 3) = 2 \cdot \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{9}$$

(b) B: Produkt der Zahlen ist genau 6



$$\begin{aligned} P(B) &= P(C_1, 2, 3) + P(C_1, 3, 2) + P(C_3, 2, 3) + P(C_3, 3, 2) \\ &= \tfrac{1}{9} + \tfrac{1}{9} + \tfrac{1}{18} + \tfrac{1}{18} = \tfrac{1}{3} \end{aligned}$$

Aufgabe 28

Anzahl schwarze Kugeln: 6

Anzahl weisse Kugeln: x

$$P((s,s) \text{ und } (w,w)) = \frac{6}{6+x} \cdot \frac{5}{5+x} + \frac{x}{6+x} \cdot \frac{x-1}{5+x} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} 60 + 2x(x-1) &= (6+x)(5+x) \\ 60 + 2x^2 - 2x &= 30 + 11x + x^2 \\ x^2 - 13x + 30 &= 0 \\ (x-3)(x-10) &= 0 \end{aligned}$$

$x = 3$ oder $x = 10$ weisse Kugeln.

Aufgabe 29

$\Omega = \{1, 2, \ldots, 6\} \times \{1, 2, \ldots, 6\}$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

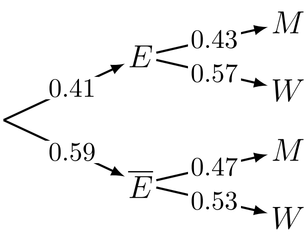
$A = \big\{(x, y) \colon x + y \text{ ist gerade}\big\}$

$B = \big\{(x, y) \colon x \neq y\big\}$

$$P\big(A|B\big) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{12/36}{30/36} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

Aufgabe 30

E: Person ist einheimisch; M/W: Person ist männlich/weiblich



$P(E \cap W) = 0.41 \cdot 0.57 = 0.2337$

$P(\overline{E} \cap M) = 0.59 \cdot 0.47 = 0.2773$

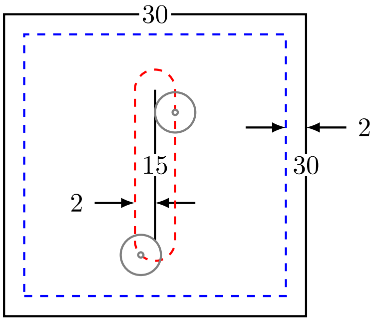
$P(\overline{E} \cap W) = 0.59 \cdot 0.53 = 0.3127$

(a) $$\begin{aligned} P(W) &= P(E \cap W) + P(\overline{E} \cap W) \\ &= 0.2337 + 0.3127 = 0.5464 \end{aligned}$$

(b) $$P(\overline{E}|M) = \frac{P(\overline{E} \cap M)}{P(M)} = \frac{0.2773}{1 - 0.5464} = 0.6113$$

(c) $$P(E|W) = \frac{P(E \cap W)}{P(W)} = \frac{0.2337}{0.5464} = 0.4277$$

Aufgabe 31



Inhalt der möglichen Fläche für den Münzmittelpunkt:

$m = (30 - 4)(30 - 4) = 26^2 = 676\,\text{cm}^2$

Inhalt der günstige Fläche für den Münzmittelpunkt

$g = 15 \cdot 4 + 2^2\pi = (60 + 4\pi)\,\text{cm}^2$

$p = \dfrac{g}{m} = \dfrac{60 + 4\pi}{676} \approx 0.1073$

Aufgabe 32

(a) $A = \{(x, y) \colon x - y \leq 2\}$

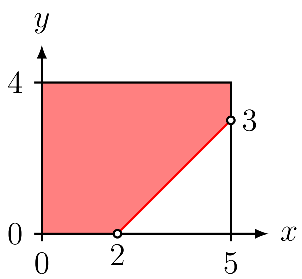
$x - y \leq 2 \quad \Rightarrow \quad x - y = 2 \quad \Rightarrow \quad y = x - 2$

Finde heraus, welche der vier Seiten des Rechtecks ($x = 0$, $x = 5$, $y = 0$, $y = 4$) von der Gerade $y = x - 2$ geschnitten wird.

Schnittpunkt mit $y = 0$: $(2, 0)$

Schnittpunkt mit $x = 5$: $(0, 3)$

Teste, ob z. B. $(0, 0) \in A$ liegt: $0 - 0 \leq 2$ (wahr)



$P(A) = \dfrac{20 - 0.5 \cdot 3 \cdot 3}{20} = \dfrac{31}{40}$

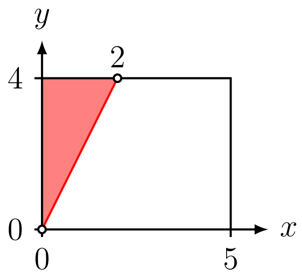
(b) $B = \{(x, y) \colon 2x \leq y\}$

$2x \leq y \quad \Rightarrow \quad 2x = y \quad \Rightarrow \quad y = 2x$

Schnittpunkt mit $y = 0$: $(0, 0)$

Schnittpunkt mit $y = 4$: $(2, 4)$

Teste, ob z. B. $(0,4) \in A$ liegt: $2 \cdot 0 < 4$ (wahr)



$$P(A) = \frac{0.5 \cdot 2 \cdot 4}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

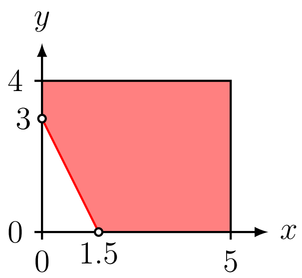
(c) $C = \{(x,y)\colon 2x + y > 3\}$

$2x + y > 3 \quad \Rightarrow \quad 2x + y = 3 \quad \Rightarrow \quad y = 3 - 2x$

Schnittpunkt mit $y = 0$: $(1.5, 0)$

Schnittpunkt mit $x = 0$: $(0, 3)$

Teste, ob z. B. $(0,0) \in C$ liegt: $0 - 0 > 3$ (falsch)



$$P(A) = \frac{20 - 0.5 \cdot 1.5 \cdot 3}{20} = \frac{71}{80}$$