Aufgabe 1

Die gegebene Besucherrate beträgt 12 Kunden pro Stunde. Zum Lösen der Aufgabe darf angenommen werden, dass diese Rate auch für kürzere (oder längere) Zeitintervalle gilt. Aus dieser Rate ist dann der Parameter λ (die erwartete Anzahl der Ereignisse zur gegebenen Zeitspanne) zu bestimmen, mit dem die gesuchte Wahrscheinlichkeit für k Ereignisse

$$P_\lambda(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!}\,\mathrm{e}^{-\lambda}$$

berechnet werden kann.

(a) 12 Kunden in 1 Stunde $\Rightarrow \lambda = 1.2$ Kunden in 6 Minuten

$$P_{\lambda=1.2}(X = 0) = \frac{1.2^0}{0!}\mathrm{e}^{-1.2} = \mathrm{e}^{-1.2} = 0.3012 \text{ (oder poissonpdf)}$$

(b) 12 Kunden in 1 Stunde $\Rightarrow \lambda = 4$ Kunden in 20 Minuten

$$P_{\lambda=4}(X = 5) = \frac{4^5}{5!}\mathrm{e}^{-4} \overset{\text{TR}}{=} 0.1563$$

(c) 12 Kunden in 1 Stunde $\Rightarrow \lambda = 3$ Kunden in 15 Minuten

$$P_{\lambda=3}(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) \overset{\text{TR}}{=} 0.5768$$

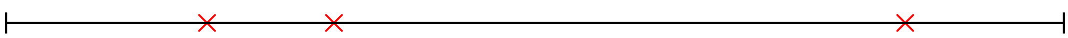
(d) 12 Kunden in 1 Stunde $\Rightarrow \lambda = 6$ Kunden in 30 Minuten

$$P_{\lambda=6}(3 \leq X \leq 6) = P_{\lambda=6}(X = 6) - P_{\lambda=3}(X = 2) \overset{\text{TR}}{=} 0.5443$$

Aufgabe 2

Hier handelt es sich um ein Bernoulli-Experiment, das mit der Binomialveteilung gelöst werden kann: $P_{n=100}(X = k)$ mit $p = 0.03$

Da hier $n = 100$ relativ gross und $p = 0.03$ relativ klein ist, können wir das Experiment durch eine Poisson-Verteilung mit $\lambda = n \cdot p = 3$ „Ereignissen“ für die $n = 100$ Personen approximieren: $P_{\lambda=3}(X = k)$ mit $\lambda = n \cdot p\,(= \mu)$



Diese Approximation ist dann gut, wenn die Wahrscheinlicheit, dass zwei oder mehr Ereignisse in einem der Teilintervalle stattfinden, vernachlässigbar ist. (Faustregel: $np^2 \leq 0.025$, Formelsammlung S. 122)

	k	$P_{n=100}(X = k)$	$P_{\lambda=3}(X = k)$
(a)	0	0.04755	0.04979
(b)	1	0.1471	0.1494
(c)	2	0.2252	0.2240
(d)	4	0.1706	0.1680

Aufgabe 3

$\lambda = 5$ (gleiches Zeitintervall wie in der Zerfallsrate)

(a) $P_{\lambda=5}(X \geq 1) = 1 - P_{\lambda=5}(X = 0) = 0.9933$

(b) $P_{\lambda=5}(X = 5) = 0.1755$

Aufgabe 4

Approximation der Binomialverteilung: $\lambda = 10 \cdot 0.01 = 0.1$

(a) $P_{\lambda=0.1}(X = 0) = 0.9048$

(b) $P_{\lambda=0.1}(X \geq 1) = 1 - P_{\lambda=0.1}(X = 0) = 0.09516$

(c) $P_{\lambda=0.1}(X \leq 2) = 0.9998$