Integralrechnung (Kapitel 1-4)

Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 1.1

- (a) Berechne den Näherungswert I_0 des Integrals $I=\int_1^3\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$ mit der Rechteckmethode und n=2 Streifen gleicher Breite.
- (b) Bestimme den exakten Wert des Integrals I und gib den relativen Fehler $\left|\frac{I-I_0}{I}\right|$ in vernfünftiger Genauigkeit an.

Aufgabe 1.2

Berechne das Integral $\int_0^{2\pi} \left(2 + e^{-0.01x} \cdot \sin 5x\right) dx$ mit Hilfe der numerischen Integralfunktion des Taschenrechers und runde das Resultat auf 5 signifikante Stellen.

Aufgabe 1.3

Gegeben:
$$\int_{1}^{5} f(x) \, \mathrm{d}x = 8,$$

Gesucht:
$$\int_{5}^{1} f(x) dx = ?$$

Aufgabe 2.1

Bestimme $\int \frac{1}{x^2+4} dx$ mit Hilfe der Formelsammlung.

Aufgabe 2.2

Berechne
$$\int_0^1 (x+1)^2 dx$$
 exakt.

Aufgabe 2.3

Bestimme
$$\int \frac{x^2 + x^4}{x^4} dx$$
.

Aufgabe 2.4

Gegeben:
$$f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$$
 und $f(1) = 2$

Gesucht: f(x)

Aufgabe 3.1

$$\int_{1}^{2} 4x \cdot e^{x^{2}} dx$$

Aufgabe 3.2

$$\int x \cdot \cos(x) \, \mathrm{d}x$$

Aufgabe 3.3

Leite $\int \ln(x) dx$ mittels einer geeigneten partiellen Integration (für x > 0) her.

2

Aufgabe 3.4

$$\int_0^1 (2x+3)^7 \,\mathrm{d}x$$

Aufgabe 3.5

Bestimme $\int e^{2x} (x^2 + x + 1) dx$ mit Hilfe der Formelsammlung.

Aufgabe 4.1

Gegeben: $f: y = x^3 - x^2 - 2x$

(a) Skizziere den Graphen der Funktion f mit Hilfe der Nullstellen und des asymptotischen Verhaltens.

(b) Berechne den gesamten Inhalt der endlichen Flächen, die vom Graphen von f und der x-Achse eingeschlossen werden.

Aufgabe 4.2

Bestimme p, so dass $\int_{-1}^{2} (3x^2 + p^2) dx = 21$.

Aufgabe 4.3

Bestimme $a \in \mathbb{R}$, so dass $\int_0^a (3x^2 - 6x + 4) dx = 32$.

Aufgabe 4.4

Berechne den Inhalt der endlichen Fläche, die von den Graphen der Funktionen mit den Gleichungen $f(x) = x^2 - 1$ und g(x) = x + 1 eingeschlossen wird.

Aufgabe 4.5

Berechne den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion $f(x) = 3x - x^2$, seiner Tangente an der Stelle x = 2 und der x-Achse begrenzt wird.

