

Folgen und Reihen

Examensvorbereitung

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$

Gesucht: a_4

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$

Gesucht: a_4

(c) Gib ein Bildungsgesetz der Folge (a_n) an.

$$a_1 = 5, a_2 = 9, a_3 = 13, a_4 = 17, a_5 = 21, \dots$$

(d) Gib ein Bildungsgesetz der Folge (a_n) an.

$$a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 7, a_4 = 11, a_5 = 18, a_6 = 29, \dots$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$$

$$a_4 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$$

$$a_4 = 2a_3 - 1 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$$

$$a_4 = 2a_3 - 1 = 2 \cdot 9 - 1 =$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$$

$$a_4 = 2a_3 - 1 = 2 \cdot 9 - 1 = 17$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$$

$$a_4 = 2a_3 - 1 = 2 \cdot 9 - 1 = 17$$

(c) Gib ein Bildungsgesetz der Folge (a_n) an.

$$a_1 = 5, a_2 = 9, a_3 = 13, a_4 = 17, a_5 = 21, \dots$$

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$$

$$a_4 = 2a_3 - 1 = 2 \cdot 9 - 1 = 17$$

(c) Gib ein Bildungsgesetz der Folge (a_n) an.

$$a_1 = 5, a_2 = 9, a_3 = 13, a_4 = 17, a_5 = 21, \dots$$

Der Unterschied benachbarter Folgeglieder beträgt 4. Somit handelt es sich um eine arithmetische Folge. Das Bildungsgesetz lautet daher (explizit):

Aufgabe 1

(a) Gegeben: $a_n = (n + 1)^2 + 5$; Gesucht: a_4

$$a_4 = (4 + 1)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$$

(b) Gegeben: $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n - 1$; Gesucht: a_4

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$$

$$a_4 = 2a_3 - 1 = 2 \cdot 9 - 1 = 17$$

(c) Gib ein Bildungsgesetz der Folge (a_n) an.

$$a_1 = 5, a_2 = 9, a_3 = 13, a_4 = 17, a_5 = 21, \dots$$

Der Unterschied benachbarter Folgeglieder beträgt 4. Somit handelt es sich um eine arithmetische Folge. Das Bildungsgesetz lautet daher (explizit):

$$a_n = 5 + (n - 1) \cdot 4 = 4n + 1$$

(d) Gib ein Bildungsgesetz der Folge (a_n) an.

$$a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 7, a_4 = 11, a_5 = 18, a_6 = 29, \dots$$

(d) Gib ein Bildungsgesetz der Folge (a_n) an.

$$a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 7, a_4 = 11, a_5 = 18, a_6 = 29, \dots$$

Jedes Folgeglied ist die Summe seiner beiden Vorgänger. Das Bildungsgesetz lautet daher (rekursiv):

(d) Gib ein Bildungsgesetz der Folge (a_n) an.

$$a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 7, a_4 = 11, a_5 = 18, a_6 = 29, \dots$$

Jedes Folgeglied ist die Summe seiner beiden Vorgänger. Das Bildungsgesetz lautet daher (rekursiv):

$$a_1 = 3, a_2 = 4; a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \text{ (oder } a_{n+2} = a_{n+1} + a_n)$$

Aufgabe 2

Berechne die ersten vier Glieder der Folge (a_n) und beschreibe ihr Verhalten mit Fachausdrücken.

$$(a) \ a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$(b) \ a_n = \frac{n}{n+1}$$

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

Aufgabe 2

$$(a) \ a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$a_1 = 1,$$

Aufgabe 2

$$(a) \ a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$a_1 = 1, \ a_2 = -2,$$

Aufgabe 2

$$(a) a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3,$$

Aufgabe 2

$$(a) a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend,

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

(b) $a_n = \frac{n}{n+1}$

Aufgabe 2

$$(a) a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

$$(b) a_n = \frac{n}{n+1}$$

$$a_1 = \frac{1}{2},$$

Aufgabe 2

$$(a) a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

$$(b) a_n = \frac{n}{n+1}$$

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{2}{3},$$

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

(b) $a_n = \frac{n}{n+1}$

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{2}{3}, a_3 = \frac{3}{4},$$

Aufgabe 2

$$(a) a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

$$(b) a_n = \frac{n}{n+1}$$

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{2}{3}, a_3 = \frac{3}{4}, a_4 = \frac{4}{5}, \dots$$

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

(b) $a_n = \frac{n}{n+1}$

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{2}{3}, a_3 = \frac{3}{4}, a_4 = \frac{4}{5}, \dots$$

Die Folge ist

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

(b) $a_n = \frac{n}{n+1}$

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{2}{3}, a_3 = \frac{3}{4}, a_4 = \frac{4}{5}, \dots$$

Die Folge ist monoton wachsend,

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

(b) $a_n = \frac{n}{n+1}$

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{2}{3}, a_3 = \frac{3}{4}, a_4 = \frac{4}{5}, \dots$$

Die Folge ist monoton wachsend, beschränkt und

Aufgabe 2

(a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$

$$a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 3, a_4 = -4, \dots$$

Die Folge ist alternierend, unbeschränkt und hat keinen Grenzwert.

(b) $a_n = \frac{n}{n+1}$

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{2}{3}, a_3 = \frac{3}{4}, a_4 = \frac{4}{5}, \dots$$

Die Folge ist monoton wachsend, beschränkt und hat den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$.

Aufgabe 3

Gegeben: Folge (a_n) mit $a_n = 2n - 1$

Gesucht: Teilsummenfolge (s_n) von (a_n) in expliziter Form.

Aufgabe 3

$$a_n = 2n - 1$$

Aufgabe 3

$$a_n = 2n - 1$$

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5, a_4 = 7, \dots$$

Aufgabe 3

$$a_n = 2n - 1$$

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5, a_4 = 7, \dots$$

$$s_1 = 1, s_2 = 4, s_3 = 9, s_4 = 16, \dots$$

Aufgabe 3

$$a_n = 2n - 1$$

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5, a_4 = 7, \dots$$

$$s_1 = 1, s_2 = 4, s_3 = 9, s_4 = 16, \dots$$

$$s_n = n^2$$

Aufgabe 4

Die Folge (a_n) hat die Teilsummenfolge (s_n) mit $s_n = 2n^2 + n$.
Bestimme ein explizites Bildungsgesetz von a_n .

Aufgabe 4

$$s_n = 2n^2 + n$$

Aufgabe 4

$$s_n = 2n^2 + n$$

$$s_1 = 3, s_2 = 10, s_3 = 21, s_4 = 36, \dots$$

Aufgabe 4

$$s_n = 2n^2 + n$$

$$s_1 = 3, s_2 = 10, s_3 = 21, s_4 = 36, \dots$$

$$a_1 = 3, a_2 = 7, a_3 = 11, a_4 = 15, \dots$$

Aufgabe 4

$$s_n = 2n^2 + n$$

$$s_1 = 3, s_2 = 10, s_3 = 21, s_4 = 36, \dots$$

$$a_1 = 3, a_2 = 7, a_3 = 11, a_4 = 15, \dots$$

(a_n) ist eine arithmetische Folge mit $a_1 = 3$ und $d = 4$

Aufgabe 4

$$s_n = 2n^2 + n$$

$$s_1 = 3, s_2 = 10, s_3 = 21, s_4 = 36, \dots$$

$$a_1 = 3, a_2 = 7, a_3 = 11, a_4 = 15, \dots$$

(a_n) ist eine arithmetische Folge mit $a_1 = 3$ und $d = 4$

$$a_n = 3 + (n - 1) \cdot 4 = 4n - 1$$

Aufgabe 5

Berechne den Wert des Ausdrucks.

$$(a) \sum_{k=2}^5 (k-3)^2$$

$$(b) \sum_{k=-30}^{30} (2k+1)$$

Aufgabe 5

$$(a) \sum_{k=2}^5 (k-3)^2$$

Aufgabe 5

$$(a) \sum_{k=2}^5 (k-3)^2 = (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sum_{k=2}^5 (k-3)^2 &= (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 \\ &= 1 + 0 + 1 + 4 \end{aligned}$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sum_{k=2}^5 (k-3)^2 &= (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 \\ &= 1 + 0 + 1 + 4 = 6 \end{aligned}$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sum_{k=2}^5 (k-3)^2 &= (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 \\ &= 1 + 0 + 1 + 4 = 6 \end{aligned}$$

$$\text{(b)} \quad \sum_{k=-30}^{30} (2k+1)$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sum_{k=2}^5 (k-3)^2 &= (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 \\ &= 1 + 0 + 1 + 4 = 6 \end{aligned}$$

$$\text{(b)} \quad \sum_{k=-30}^{30} (2k+1) = (-60+1) + (-58+1) + \cdots + (60+1)$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sum_{k=2}^5 (k-3)^2 &= (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 \\ &= 1 + 0 + 1 + 4 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \sum_{k=-30}^{30} (2k+1) &= (-60+1) + (-58+1) + \dots + (60+1) \\ &= -59 - 57 - \dots - 1 + 1 + \dots + 59 + 61 \end{aligned}$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sum_{k=2}^5 (k-3)^2 &= (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 \\ &= 1 + 0 + 1 + 4 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \sum_{k=-30}^{30} (2k+1) &= (-60+1) + (-58+1) + \dots + (60+1) \\ &= -59 - 57 - \dots - 1 + 1 + \dots + 59 + 61 \\ &= 61 \end{aligned}$$

Aufgabe 6

Berechne den Wert des Ausdrucks.

$$(a) \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right)$$

$$(b) \prod_{k=1}^{100} (73 - k)$$

Aufgabe 6

$$(a) \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right)$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \\ &= \frac{2}{1} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \cdots - \frac{11}{10} + \frac{11}{10} - \frac{12}{11} \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \\ &= \frac{2}{1} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \cdots - \frac{11}{10} + \frac{11}{10} - \frac{12}{11} = \frac{2}{1} - \frac{12}{11} = \frac{10}{11} \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \\ &= \frac{2}{1} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \cdots - \frac{11}{10} + \frac{11}{10} - \frac{12}{11} = \frac{2}{1} - \frac{12}{11} = \frac{10}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \prod_{k=1}^{100} (73 - k) \\ &= (73 - 1) \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \\ &= \frac{2}{1} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \cdots - \frac{11}{10} + \frac{11}{10} - \frac{12}{11} = \frac{2}{1} - \frac{12}{11} = \frac{10}{11} \end{aligned}$$

$$\text{(b)} \quad \prod_{k=1}^{100} (73 - k)$$

$$= (73 - 1) \cdot (73 - 2)$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \\ &= \frac{2}{1} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \cdots - \frac{11}{10} + \frac{11}{10} - \frac{12}{11} = \frac{2}{1} - \frac{12}{11} = \frac{10}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \prod_{k=1}^{100} (73 - k) \\ &= (73 - 1) \cdot (73 - 2) \cdot \dots \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \\ &= \frac{2}{1} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \cdots - \frac{11}{10} + \frac{11}{10} - \frac{12}{11} = \frac{2}{1} - \frac{12}{11} = \frac{10}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \prod_{k=1}^{100} (73 - k) \\ &= (73 - 1) \cdot (73 - 2) \cdot \dots \cdot (73 - 73) \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \\ &= \frac{2}{1} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \cdots - \frac{11}{10} + \frac{11}{10} - \frac{12}{11} = \frac{2}{1} - \frac{12}{11} = \frac{10}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \prod_{k=1}^{100} (73 - k) \\ &= (73 - 1) \cdot (73 - 2) \cdot \dots \cdot (73 - 73) \cdot \dots \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \\ &= \frac{2}{1} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \cdots - \frac{11}{10} + \frac{11}{10} - \frac{12}{11} = \frac{2}{1} - \frac{12}{11} = \frac{10}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \prod_{k=1}^{100} (73 - k) \\ &= (73 - 1) \cdot (73 - 2) \cdot \dots \cdot (73 - 73) \cdot \dots \cdot (73 - 100) \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{2}{1} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{10}{9} - \frac{11}{10} \right) + \left(\frac{11}{10} - \frac{12}{11} \right) \\ &= \frac{2}{1} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \cdots - \frac{11}{10} + \frac{11}{10} - \frac{12}{11} = \frac{2}{1} - \frac{12}{11} = \frac{10}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \prod_{k=1}^{100} (73 - k) \\ &= (73 - 1) \cdot (73 - 2) \cdot \dots \cdot (73 - 73) \cdot \dots \cdot (73 - 100) = 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 7

Berechne den Wert des Ausdrucks.

$$(a) \prod_{k=1}^5 k$$

$$(c) \prod_{k=1}^{40} \frac{k}{k+1}$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 5!$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 5!$$

$$(c) \prod_{k=1}^{40} \frac{k}{k+1}$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 5!$$

$$(c) \prod_{k=1}^{40} \frac{k}{k+1} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 5!$$

$$(c) \prod_{k=1}^{40} \frac{k}{k+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 5!$$

$$(c) \prod_{k=1}^{40} \frac{k}{k+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 5!$$

$$(c) \prod_{k=1}^{40} \frac{k}{k+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{39}{40}$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 5!$$

$$(c) \prod_{k=1}^{40} \frac{k}{k+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{39}{40} \cdot \frac{40}{41}$$

Aufgabe 7

$$(a) \prod_{k=1}^5 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 = 5!$$

$$(c) \prod_{k=1}^{40} \frac{k}{k+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{39}{40} \cdot \frac{40}{41} = \frac{1}{41} \quad (\text{kürzen!})$$

Aufgabe 8

Berechne die Summe $4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 192 + 196$.

Aufgabe 8

$$4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 192 + 196 = ?$$

Aufgabe 8

$$4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 192 + 196 = ?$$

Es handelt sich um die Summe einer arithmetischen Folge, da die Differenz aufeinanderfolgender Glieder konstant $d = 3$ beträgt.

Aufgabe 8

$$4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 192 + 196 = ?$$

Es handelt sich um die Summe einer arithmetischen Folge, da die Differenz aufeinanderfolgender Glieder konstant $d = 3$ beträgt.

$$\text{Summenformel der AF: } s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Aufgabe 8

$$4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 192 + 196 = ?$$

Es handelt sich um die Summe einer arithmetischen Folge, da die Differenz aufeinanderfolgender Glieder konstant $d = 3$ beträgt.

$$\text{Summenformel der AF: } s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$a_1 = 4$$

Aufgabe 8

$$4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 192 + 196 = ?$$

Es handelt sich um die Summe einer arithmetischen Folge, da die Differenz aufeinanderfolgender Glieder konstant $d = 3$ beträgt.

$$\text{Summenformel der AF: } s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$a_1 = 4$$

$$a_n = 196$$

Aufgabe 8

$$4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 192 + 196 = ?$$

Es handelt sich um die Summe einer arithmetischen Folge, da die Differenz aufeinanderfolgender Glieder konstant $d = 3$ beträgt.

$$\text{Summenformel der AF: } s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$a_1 = 4$$

$$a_n = 196$$

$$n = \frac{196 - 4}{3} + 1 = \frac{192}{3} + 1 = 65$$

Aufgabe 8

$$4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 192 + 196 = ?$$

Es handelt sich um die Summe einer arithmetischen Folge, da die Differenz aufeinanderfolgender Glieder konstant $d = 3$ beträgt.

$$\text{Summenformel der AF: } s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$a_1 = 4$$

$$a_n = 196$$

$$n = \frac{196 - 4}{3} + 1 = \frac{192}{3} + 1 = 65$$

$$s_{65} = \frac{65}{2}(4 + 196) = \frac{65}{2} \cdot 200 = 100 \cdot 65 = 6\,500$$

Aufgabe 9

Von einer arithmetischen Folge sind $a_5 = 19$ und $a_8 = 28$ bekannt.
Berechne a_1 und s_{20} .

Aufgabe 9

Gegeben: AF mit $a_5 = 19$ und $a_8 = 28$

Aufgabe 9

Gegeben: AF mit $a_5 = 19$ und $a_8 = 28$

$$a_8 = a_5 + 3d$$

$$28 = 19 + 3d$$

$$9 = 3d$$

$$d = 3$$

Aufgabe 9

Gegeben: AF mit $a_5 = 19$ und $a_8 = 28$

$$a_8 = a_5 + 3d$$

$$28 = 19 + 3d$$

$$9 = 3d$$

$$d = 3$$

$$a_1 = a_5 - 4d = 19 - 12 = 7$$

Aufgabe 9

Gegeben: AF mit $a_5 = 19$ und $a_8 = 28$

$$a_8 = a_5 + 3d$$

$$28 = 19 + 3d$$

$$9 = 3d$$

$$d = 3$$

$$a_1 = a_5 - 4d = 19 - 12 = 7$$

$$s_{20} = \frac{20}{2} \cdot (a_1 + a_{20}) = 10 \cdot (7 + (7 + 19 \cdot 3))$$

$$= 10 \cdot (14 + 57) = 10 \cdot 71 = 710$$

Aufgabe 10

Von einer arithmetischen Folge sind $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$ bekannt. Bestimme eine explizite Formel für (a_n) .

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$1030 = \frac{20}{2}(4 + a_{20})$$

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$1030 = \frac{20}{2}(4 + a_{20})$$

$$103 = 4 + a_{20}$$

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$1030 = \frac{20}{2}(4 + a_{20})$$

$$103 = 4 + a_{20}$$

$$a_{20} = 99$$

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \quad a_{20} = a_1 + 19d$$

$$1030 = \frac{20}{2}(4 + a_{20})$$

$$103 = 4 + a_{20}$$

$$a_{20} = 99$$

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \quad a_{20} = a_1 + 19d$$

$$1030 = \frac{20}{2}(4 + a_{20}) \quad 99 = 4 + 19d$$

$$103 = 4 + a_{20}$$

$$a_{20} = 99$$

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \quad a_{20} = a_1 + 19d$$

$$1030 = \frac{20}{2}(4 + a_{20}) \quad 99 = 4 + 19d$$

$$95 = 19d$$

$$103 = 4 + a_{20}$$

$$a_{20} = 99$$

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \qquad a_{20} = a_1 + 19d$$

$$1030 = \frac{20}{2}(4 + a_{20}) \qquad 99 = 4 + 19d$$

$$103 = 4 + a_{20} \qquad 95 = 19d$$

$$a_{20} = 99 \qquad d = 5$$

Aufgabe 10

Gesucht: explizite Formel einer AF mit $a_1 = 4$ und $s_{20} = 1030$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \quad a_{20} = a_1 + 19d$$

$$1030 = \frac{20}{2}(4 + a_{20}) \quad 99 = 4 + 19d$$

$$95 = 19d$$

$$103 = 4 + a_{20} \quad d = 5$$

$$a_{20} = 99$$

$$a_n = 4 + (n - 1) \cdot 5 = 5n - 1$$

Aufgabe 11

Von einer geometrischen Folge sind $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$ bekannt.
Berechne a_1 und s_6 .

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3$$

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3$$

$$48 = 6 \cdot 2^3$$

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3$$

$$48 = 6 \cdot 2^3$$

$$8 = q^3$$

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3$$

$$48 = 6 \cdot 2^3$$

$$8 = q^3$$

$$q = 2$$

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3 \qquad a_2 = a_1 \cdot q$$

$$48 = 6 \cdot 2^3 \qquad 6 = a_1 \cdot 2$$

$$8 = q^3 \qquad a_1 = 3$$

$$q = 2$$

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3 \qquad a_2 = a_1 \cdot q$$

$$48 = 6 \cdot 2^3 \qquad 6 = a_1 \cdot 2$$

$$8 = q^3 \qquad a_1 = 3$$

$$q = 2$$

s_6

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3 \quad a_2 = a_1 \cdot q$$

$$48 = 6 \cdot 2^3 \quad 6 = a_1 \cdot 2$$

$$8 = q^3 \quad a_1 = 3$$

$$q = 2$$

$$s_6 = a_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1}$$

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3 \quad a_2 = a_1 \cdot q$$

$$48 = 6 \cdot 2^3 \quad 6 = a_1 \cdot 2$$

$$8 = q^3 \quad a_1 = 3$$

$$q = 2$$

$$s_6 = a_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} = 3 \cdot \frac{2^6 - 1}{2 - 1}$$

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3 \quad a_2 = a_1 \cdot q$$

$$48 = 6 \cdot 2^3 \quad 6 = a_1 \cdot 2$$

$$8 = q^3 \quad a_1 = 3$$

$$q = 2$$

$$s_6 = a_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} = 3 \cdot \frac{2^6 - 1}{2 - 1} = 3 \cdot 63$$

Aufgabe 11

Gegeben: GF mit $a_2 = 6$ und $a_5 = 48$

Gesucht: a_1 und s_6

$$a_5 = a_2 \cdot q^3 \quad a_2 = a_1 \cdot q$$

$$48 = 6 \cdot 2^3 \quad 6 = a_1 \cdot 2$$

$$8 = q^3 \quad a_1 = 3$$

$$q = 2$$

$$s_6 = a_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} = 3 \cdot \frac{2^6 - 1}{2 - 1} = 3 \cdot 63 = 189$$

Aufgabe 12

Bestimme den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ der geometrischen Folge (a_n) , falls dieser existiert.

(a) $a_n = 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$

(b) $a_n = 10 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}$

Aufgabe 12

$$(a) a_n = 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

Aufgabe 12

$$(a) a_n = 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

Wegen $|q| = \frac{4}{3} \geq 1$, divergiert die Summenfolge.

Aufgabe 12

$$(a) a_n = 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

Wegen $|q| = \frac{4}{3} \geq 1$, divergiert die Summenfolge.

$$(b) a_n = 10 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

Aufgabe 12

$$(a) a_n = 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

Wegen $|q| = \frac{4}{3} \geq 1$, divergiert die Summenfolge.

$$(b) a_n = 10 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

Wegen $|q| = \frac{3}{4} < 1$, konvergiert die Summenfolge und es gilt:

Aufgabe 12

$$(a) a_n = 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

Wegen $|q| = \frac{4}{3} \geq 1$, divergiert die Summenfolge.

$$(b) a_n = 10 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

Wegen $|q| = \frac{3}{4} < 1$, konvergiert die Summenfolge und es gilt:

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} 10 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)} = 10 \cdot \frac{1 - 0}{1 + 3/4} = 10 \cdot \frac{1}{7/4}$$

Aufgabe 12

$$(a) a_n = 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

Wegen $|q| = \frac{4}{3} \geq 1$, divergiert die Summenfolge.

$$(b) a_n = 10 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

Wegen $|q| = \frac{3}{4} < 1$, konvergiert die Summenfolge und es gilt:

$$\begin{aligned} s &= \lim_{n \rightarrow \infty} 10 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)} = 10 \cdot \frac{1 - 0}{1 + 3/4} = 10 \cdot \frac{1}{7/4} \\ &= 10 \cdot \frac{4}{7} = \frac{40}{7} \end{aligned}$$