

Aufgabe 1

Beschreibe möglichst viele mathematische Eigenschaften der Folgen mit Fachausdrücken.

(a) $a_n = \sqrt{n}$

(b) $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

(c) $a_n = 1 + \frac{1}{n}$

Aufgabe 2

Untersuche ob die angegebene Folge konvergent, uneigentlich konvergent oder divergent ist und gib den Grenzwert in der Limes-Schreibweise an, sofern dieser existiert.

(a) $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$

(b) $a_n = \frac{2^n}{n^2}$

(c) $a_n = \frac{n^2 + 4n + 1}{2n^2 + 3n + 8}$

(d) $a_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}$

Aufgabe 3

Untersuche ob die angegebene Folge konvergent, uneigentlich konvergent oder divergent ist und gib den Grenzwert in der Limes-Schreibweise an, sofern dieser existiert.

(a) $a_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$

(b) $a_n = \sqrt[n]{417}$

(c) $a_n = \frac{3^{n+1} + 1}{3^n}$

(d) $a_n = \sin(n)$

Aufgabe 4

Gib den (uneigentlichen) Grenzwert der Funktion an, sofern dieser existiert.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x + 4)$

(b) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(x - \frac{1}{x}\right)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - 16}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{1}{x - 5}$

Aufgabe 5

Gib den (uneigentlichen) Grenzwert der Funktion an, sofern dieser existiert.

(a) $\lim_{x \rightarrow -5} (x^2 + x)$

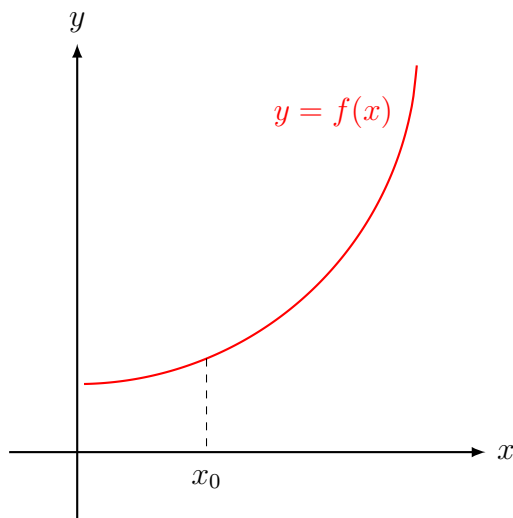
(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{2^x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$

Aufgabe 6

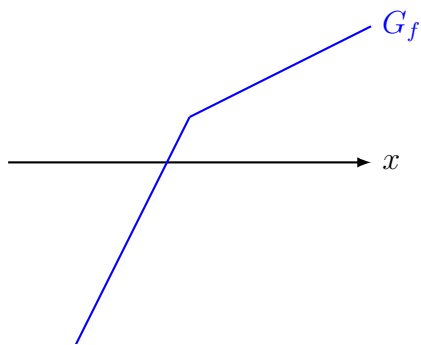
Leite die Definition des Differenzialquotienten einer Funktion f an einer Stelle x_0 für die unten gegebene Disposition her. Verwende die üblichen Bezeichnungen.



Aufgabe 7

Gegeben: Graph G_f einer Funktion f

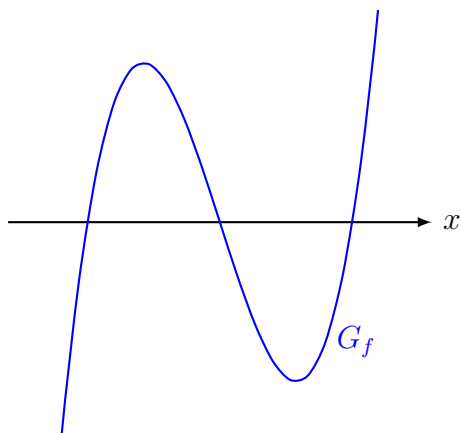
Gesucht: Graph der Ableitungsfunktion von f (qualitativ korrekt)



Aufgabe 8

Gegeben: Graph G_f einer Funktion f

Gesucht: Graph der Ableitungsfunktion von f (qualitativ korrekt)



Aufgabe 9

Leite die Ableitungsfunktion von $f(x) = \sqrt{x}$ formal mit dem Differenzialquotienten her.

Aufgabe 10

Leite die Ableitungsfunktion von $f(x) = \frac{1}{x}$ formal mit dem Differenzialquotienten her.

Aufgabe 11

Leite die Ableitungsfunktion von $f(x) = x^3$ formal mit dem Differenzialquotienten her.

Aufgabe 12

Bestimme die Ableitungsfunktion der Funktion f .

(a) $f(x) = x^{12}$

(b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

(c) $f(x) = \sqrt[3]{x^4}$

(d) $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 5$

Aufgabe 13

Bestimme die Ableitungsfunktion der Funktion f .

(a) $f(x) = (x + 3)(x + 4)$

(b) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2}$

(c) $f(x) = (x + 2)^4$

Aufgabe 14

Bestimme die Ableitung der Funktion f an der Stelle x_0 .

(a) $f(x) = x^3; x_0 = -2$

(b) $f(x) = \sqrt{4x}; x_0 = 9$

(c) $f(x) = \frac{1}{4x^4}; x_0 = 3$

(d) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5; x_0 = -1$

Aufgabe 15

An welchen Stellen hat die Funktion mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 5x + 2$ eine Tangente mit der Steigung $m = 1$?

Aufgabe 16

Berechne die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion mit der Gleichung $f(x) = x^2 - 5x + 3$ an der Stelle $x_0 = 2$.

Aufgabe 17

Berechne die Gleichung der Normalen an den Graphen der Funktion mit der Gleichung $f(x) = \sqrt{x}$ an der Stelle $x_0 = 4$.

Aufgabe 18

Bestimme den Schnittpunkt und den spitzen Schnittwinkel der Graphen der Funktionen $f: y = x^2 + 2x$ und $g: y = x^2 + x + 1$.

Aufgabe 19

Eine Polynomfunktion 2. Grades hat den Ordinatenabschnitt $y = 3$ und berührt die x -Achse an der Stelle $x = 2$. Bestimme die Gleichung dieser Funktion.

Aufgabe 20

Eine Polynomfunktion 2. Grades hat im Punkt $P(1, 3)$ eine horizontale Tangente und die Nullstelle $x = 2$. Bestimme die Gleichung dieser Funktion.

Aufgabe 21

Faktoriere die Polynomfunktion $f(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12$ mit dem Hornerchema. Alle Nullstellen sind ganzzahlig und liegen im Intervall $[-5, 5]$.