

**Folgen – Frage 1**

Wenn man jedes Folgeglied als Funktion seiner Nummer  $n$  ausdrücken kann.

*Beispiel:*  $a_n = n^2 + 4n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

**Folgen – Frage 2**

Wenn man jedes Folgeglied aus einem oder mehreren seiner Vorgänger berechnen kann, wobei die für den Anfang der Folge nötigen Folgeglieder gegeben sein müssen.

*Beispiele:*

- $a_1 = 1; a_n = 5a_{n-1} + 1 \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$
- $b_1 = 1, b_2 = 3; b_n = b_{n-1} + b_{n-2} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$

**Folgen – Frage 3**

$$a_1 = 1, a_2 = 1; a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 2, a_4 = 3, a_5 = 5, a_6 = 8, a_7 = 13, \dots$$

**Folgen – Frage 4**

Eine Folge, bei der jedes Folgeglied sein Vorzeichen ändert.

*Beispiel:*  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

**Folgen – Frage 5**

Eine monoton wachsende Folge ist eine Folge, bei der, abgesehen von ersten, jedes Folgeglied grösser als sein Vorgänger ist.

**Folgen – Frage 6**

Eine monoton fallende Folge ist eine Folge, bei der, abgesehen vom ersten, jedes Folgeglied kleiner als sein Vorgänger ist.

**Folgen – Frage 7**

Eine nach oben beschränkte Folge ist eine Folge, bei der jedes Folgeglied kleiner oder gleich einer oberen Schranke  $S_o$  ist.

### Folgen – Frage 8

Eine nach oben beschränkte Folge ist eine Folge, bei der jedes Folgenglied grösser oder gleich einer unteren Schranke  $S_u$  ist.

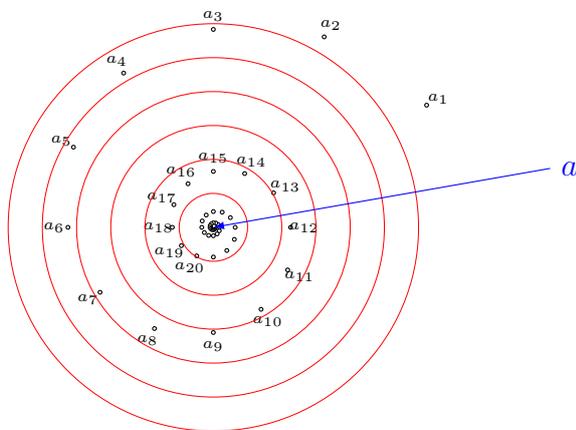
### Folgen – Frage 9

Eine beschränkte Folge ist eine Folge, die sowohl nach unten als auch nach oben beschränkt ist.

### Folgen – Frage 10

*Grenzwert* einer Folge  $(a_n)$  ist eine Zahl  $a$  mit der Eigenschaft, dass sich ausserhalb jeder (noch so kleinen) Umgebung von  $a$  immer nur endlich viele Folgenglieder befinden.

*Bemerkung:* Der Grenzwert  $a$  muss kein Element der Folge sein.



### Folgen – Frage 11

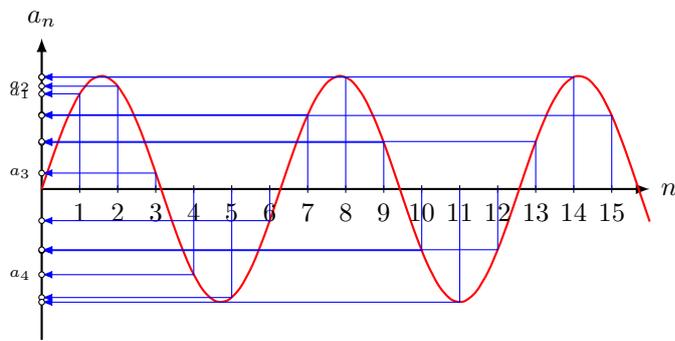
Eine Folge mit einem endlichen Grenzwert  $a$  ist *konvergent*.

### Folgen – Frage 12

Eine Folge, die keinen Grenzwert hat, ist *divergent*.

*Beispiele:*

- $a_n = (-1)^n$
- $a_n = \sin(n)$  ( $n$  im Bogenmass)



### Folgen – Frage 13

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$$

Beispiele:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{n}\right) = 3$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} 7 = 7$  (nicht so interessant!)

### Folgen – Frage 14

Eine *uneigentlich konvergente Folge*.

- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$

Beispiele:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = \infty$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (4 - 5n) = -\infty$

### Folgen – Frage 15

Indem man mit  $s_1 = a_1$  beginnt und dann sukzessive die Elemente von  $(a_n)$  aufsummiert (*kumuliert*):

$$s_1 = a_1$$

$$s_2 = a_1 + a_2$$

$$s_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\dots = \dots$$

$$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

*Bemerkung:* Anstatt von einer Teilsummenfolge spricht man oft auch von einer *Reihe*.

### Folgen – Frage 16

explizit:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

rekursiv:  $a_1$  ist gegeben;  $a_{n+1} = a_n + d$

### Folgen – Frage 17

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

### Folgen – Frage 18

explizit:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

rekursiv:  $a_1$  ist gegeben;  $a_{n+1} = a_n \cdot q$

### Folgen – Frage 19

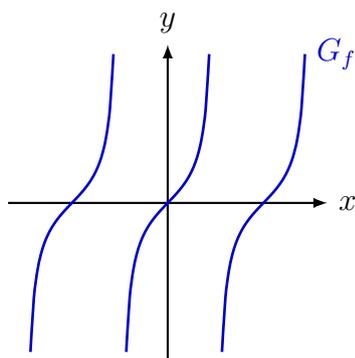
$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

### Folgen – Frage 20

Die GF muss die Bedingung  $|q| < 1$  erfüllen.

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} = a_1 \frac{1}{1 - q}$$

### Funktionen – Frage 1



(a) Gleichung von  $G_f$ ?

$$y = \tan(x) \quad \text{Tangensfunktion}$$

(b) Nullstellen?

$$x_k = k \cdot \pi$$

(c) Monotonie?

nicht monoton

(d) Beschränktheit?

unbeschränkt

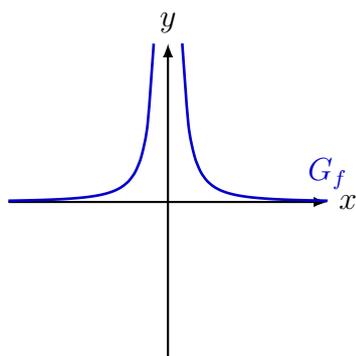
(e) Symmetrie?

ursprungssymmetrisch

(f) Asymptoten?

$$x_k = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

## Funktionen – Frage 2



(a) Gleichung von  $G_f$ ?

$$y = \frac{1}{x^2} = x^{-2} \text{ Potenzfunktion}$$

mit negativem ganzen geraden Exponenten

(b) Nullstellen?

keine

(c) Monotonie?

nicht monoton

(d) Beschränktheit?

nach unten

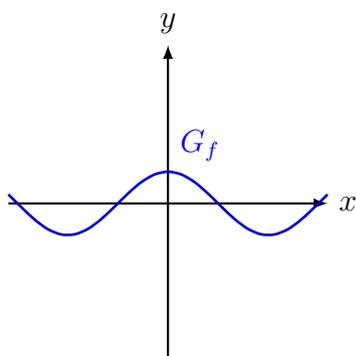
(e) Symmetrie?

ordinatensymmetrisch

(f) Asymptoten?

$x = 0$

## Funktionen – Frage 3



(a) Gleichung von  $G_f$ ?

$$y = \cos(x) \text{ Cosinusfunktion}$$

(b) Nullstellen?

$$x_k = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

(c) Monotonie?

nicht monoton

(d) Beschränktheit?

nach oben und unten

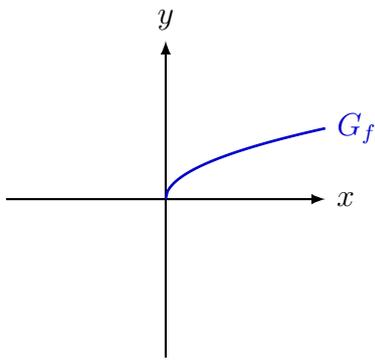
(e) Symmetrie?

ordinatensymmetrisch

(f) Asymptoten?

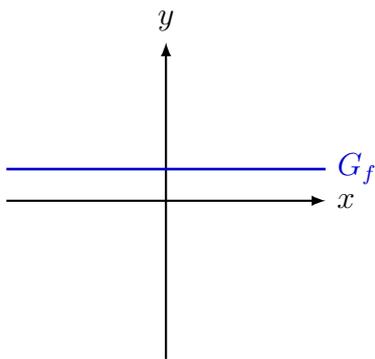
keine

## Funktionen – Frage 4



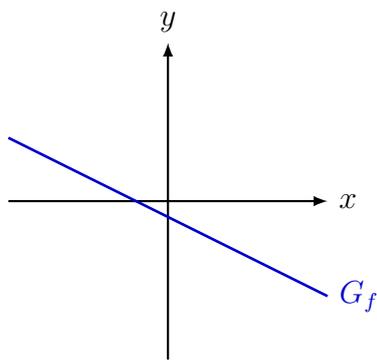
- (a) Gleichung von  $G_f$ ?  
 $y = \sqrt{x}$  Quadratwurzelfunktion
- (b) Nullstellen?  
 $x = 0$
- (c) Monotonie?  
monoton wachsend
- (d) Beschränktheit?  
nach unten
- (e) Symmetrie?  
keine
- (f) Asymptoten?  
keine

### Funktionen – Frage 5



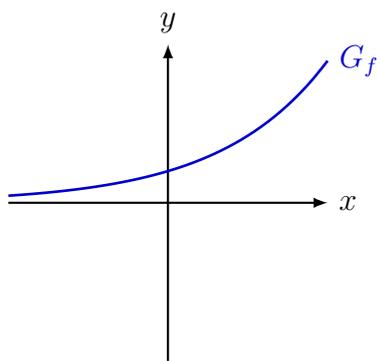
- (a) Gleichung von  $G_f$ ?  
 $y = c$  konstante Funktion
- (b) Nullstellen?  
keine, wenn  $c \neq 0$
- (c) Monotonie?  
monoton wachsend und fallend
- (d) Beschränktheit?  
nach oben und unten
- (e) Symmetrie?  
ordinatensymmetrisch
- (f) Asymptoten?  
keine

### Funktionen – Frage 6



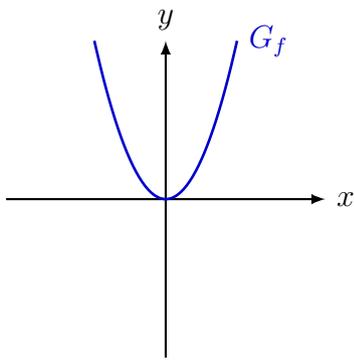
- (a) Gleichung von  $G_f$ ?  
 $y = ax + b$  affin-lineare Funktion
- (b) Nullstellen?  
 $x = -b/a$
- (c) Monotonie?  
abhängig von  $a$
- (d) Beschränktheit?  
unbeschränkt
- (e) Symmetrie?  
abhängig von  $a$  und  $b$
- (f) Asymptoten?  
keine

### Funktionen – Frage 7



- (a) Gleichung von  $G_f$ ?  
 $y = b^x$  Exponentialfunktion
- (b) Nullstellen?  
keine
- (c) Monotonie?  
monoton wachsend
- (d) Beschränktheit?  
nach unten
- (e) Symmetrie?  
keine
- (f) Asymptoten?  
 $y = 0$

### Funktionen – Frage 8



(a) Gleichung von  $G_f$ ?

$y = x^2$  Potenzfunktion

mit positivem ganzen ungeraden Exponenten

(b) Nullstellen?

$x = 0$

(c) Monotonie?

nicht monoton

(d) Beschränktheit?

nach unten

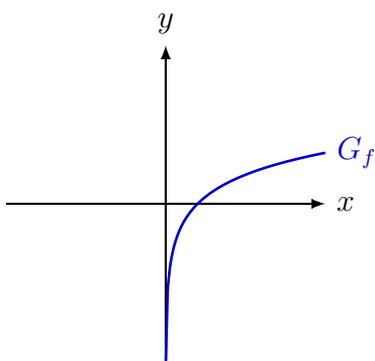
(e) Symmetrie?

ordinatensymmetrisch

(f) Asymptoten?

keine

### Funktionen – Frage 9



(a) Gleichung von  $G_f$ ?

$y = \log_b(x)$  Logarithmusfunktion

(b) Nullstellen?

$x = 1$

(c) Monotonie?

monoton wachsend

(d) Beschränktheit?

unbeschränkt

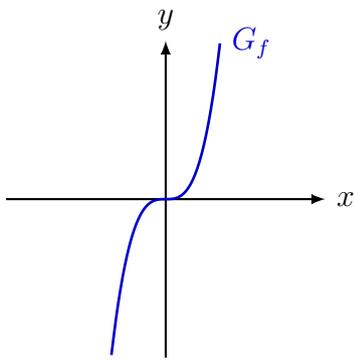
(e) Symmetrie?

keine

(f) Asymptoten?

$x = 0$

### Funktionen – Frage 10



(a) Gleichung von  $G_f$ ?

$$y = x^3 \text{ Potenzfunktion}$$

mit positivem ganzen ungeraden Exponenten

(b) Nullstellen?

$$x = 0$$

(c) Monotonie?

monoton wachsend

(d) Beschränktheit?

unbeschränkt

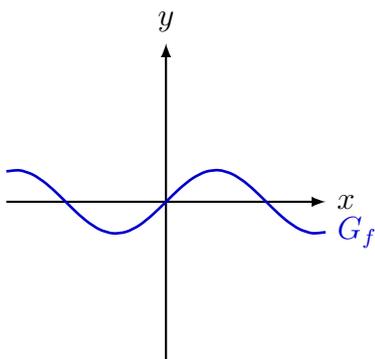
(e) Symmetrie?

ursprungssymmetrisch

(f) Asymptoten?

keine

### Funktionen – Frage 11



(a) Gleichung von  $G_f$ ?

$$y = \sin(x) \text{ Sinusfunktion}$$

(b) Nullstellen?

$$x_k = k \cdot \pi$$

(c) Monotonie?

nicht monoton

(d) Beschränktheit?

nach oben und unten

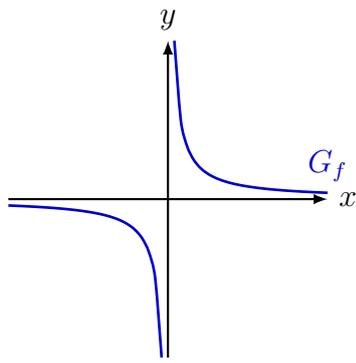
(e) Symmetrie?

ursprungssymmetrisch

(f) Asymptoten?

keine

### Funktionen – Frage 12



(a) Gleichung von  $G_f$ ?

$$y = \frac{1}{x} = x^{-1} \quad \text{Potenzfunktion}$$

mit negativem ganzen ungeraden Exponenten

(b) Nullstellen?

keine

(c) Monotonie?

nicht monoton

(d) Beschränktheit?

unbeschränkt

(e) Symmetrie?

ursprungssymmetrisch

(f) Asymptoten?

$x = 0$  und  $y = 0$

### Differentialrechnung – Frage 1

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Die folgende Formel konvergiert besser:

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$$

$$e = 2.71828\ 18284 \dots$$

### Differentialrechnung – Frage 2

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

### Differentialrechnung – Frage 3

- *geometrische Interpretation:* Die Steigung der Tangente an den Graphen von  $f$  an der Stelle  $x_0$ .
- *physikalische Interpretation:* Die Änderungsrate, mit der eine abhängige Grösse  $y(x)$  auf eine Änderung der unabhängigen Grösse  $x$  an einer bestimmten Stelle  $x_0$  reagiert.

*Beispiel:* Die momentane Wegänderung pro Zeiteinheit:

$$v(t) = s'(t) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$$

#### Differentialrechnung – Frage 4

$$(x^r)' = r \cdot x^{r-1}$$

#### Differentialrechnung – Frage 5

$$f(x) = x^n$$

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

#### Differentialrechnung – Frage 6

$$f(x) = x^{-n}$$

$$f'(x) = -n \cdot x^{-n-1}$$

#### Differentialrechnung – Frage 7

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

#### Differentialrechnung – Frage 8

- mit der Addition von Funktionen
- mit der Subtraktion von Funktionen
- mit der Multiplikation der Funktionen mit *Konstanten*

#### Differentialrechnung – Frage 9

Man bestimmt die Schnittpunkte der Graphen zweier Funktionen, indem man

- die Funktionsterm gleichsetzt, ( $f(x) = g(x)$ )
- die Gleichung nach  $x$  auflöst und
- die Lösungen in eine der beiden Funktionen einsetzt.

#### Deskriptive Statistik – Frage 1

Die beschreibenden Statistik soll die statistischen Daten

- mittels Tabellen übersichtlich darstellen,
- durch Kennzahlen charakterisieren und
- durch Diagrammen veranschaulichen.

## Deskriptive Statistik – Frage 2

Die Untersuchung einer Grundgesamtheit ist sinnvoll, wenn ...

- die Untersuchung der Grundgesamtheit nicht zu zeitaufwändig oder zu teuer ist.
- die Untersuchungsobjekte bei der Untersuchung nicht zerstört werden.
- alle Objekte der Grundgesamtheit ermittelt werden können.
- die Untersuchung aller Objekte aus Gründen der Sicherheit nötig ist.

## Deskriptive Statistik – Frage 3

Die Untersuchung einer Stichprobe ist sinnvoll, wenn ...

- die Untersuchung der Grundgesamtheit zu zeitaufwändig oder zu teuer ist.
- die Untersuchungsobjekte bei der Untersuchung zerstört werden.
- nicht alle Objekte der Grundgesamtheit ermittelt werden können.
- nicht alle Objekte aus Sicherheitsgründen zwingend untersucht werden müssen.

## Deskriptive Statistik – Frage 4

- statistisches Objekt: Patient
- Merkmal: die Blutgruppe des Patienten
- Ausprägung: die Blutgruppe AB

## Deskriptive Statistik – Frage 5

Messen bedeutet, Werte mit einer Skala zu vergleichen.

## Deskriptive Statistik – Frage 6

- *Nominalskala*: Es kann nur festgestellt werden, ob eine Ausprägung auf der Skala vorhanden ist oder nicht.

Messbar: Häufigkeiten

- *Ordinalskala*: Die Ausprägungen eines Merkmals können in eine Rangfolge gebracht werden.

Messbar: Häufigkeiten und Ränge

- *Intervallskala*: Die Differenzen der Ausprägungen eines Merkmals können bestimmt werden.

Messbar: Häufigkeiten, Ränge und Unterschiede

- *Verhältnisskala*: Aufgrund eines natürlichen Nullpunkts können die Verhältnisse von Ausprägungen gebildet werden.

Messbar: Häufigkeiten, Ränge, Unterschiede, Verhältnisse

### Deskriptive Statistik – Frage 7

$$\sum_{k=1}^{10} (7k + 4)$$

- $\Sigma$ : Summenzeichen  
 $k$ : Laufvariable oder Laufindex  
 1: Startwert  
 10: Endwert  
 $(7k + 4)$ : Funktion der Laufvariable

### Deskriptive Statistik – Frage 8

Der Modus ist der am häufigsten auftretende Wert (sofern ein solcher existiert).

### Deskriptive Statistik – Frage 9

Das arithmetische Mittel ist eine Kennzahl zur Charakterisierung der Lage (mindestens intervallskalierter) Daten.

- arithmetisches Mittel einer Stichprobe:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{empirischer Mittelwert})$$

- arithmetisches Mittel einer Grundgesamtheit:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{Mittelwert})$$

### Deskriptive Statistik – Frage 10

Die Varianz ist eine Kennzahl zur Messung der Streuung von mindestens intervallskalierten Daten.

- Varianz einer Stichprobe:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (\text{empirische Varianz})$$

- Varianz einer Grundgesamtheit:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

### Deskriptive Statistik – Frage 11

Damit die Varianz ein guter Schätzer für die Varianz der Grundgesamtheit ist, wird die Summe der quadrierten Abweichungen vom Mittelwert nicht durch  $n$  sondern durch  $n - 1$  dividiert.

### Deskriptive Statistik – Frage 12

Die Standardabweichung ist eine Kennzahl zur Charakterisierung der Streuung von mindestens intervallskalierten Daten. Es gibt sie wieder in zwei Formen:

- Standardabweichung einer Stichprobe:

$$s = \sqrt{s^2} \quad (\text{empirische Standardabweichung})$$

- Standardabweichung einer Grundgesamtheit:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

### Deskriptive Statistik – Frage 13

Der Median  $\tilde{x}$  ist der Wert, der die sortierte Liste der Werte (Ordnungsstatistik) in zwei gleich grosse Teile zerlegt.

Es handelt sich um eine Kennzahl zur Charakterisierung der Lage von mindestens ordinalskalierten Daten.

### Deskriptive Statistik – Frage 14

Das erste Quartil ( $x_{0.25}$ ) ist eine Zahl, die in der sortierten Werteliste (Ordnungsstatistik) die unteren 25% von den oberen 75% trennt.

Das dritte Quartil ( $x_{0.75}$ ) ist eine Zahl, die in der sortierten Werteliste (Ordnungsstatistik) die unteren 75% von den oberen 25% trennt.

Bei den Quartilen handelt es sich um Lageparameter.

### Deskriptive Statistik – Frage 15

Die Spannweite ist die Differenz zwischen dem grössten und dem kleinsten Wert.  $R = x_{\max} - x_{\min}$

Die Spannweite ist eine Kennzahl zur Charakterisierung der Streuung von mindestens intervallskalierten Daten.

### Deskriptive Statistik – Frage 16

Der Interquartilsabstand ist die Differenz zwischen dem dritten und dem ersten Quartil. Es handelt sich um eine Streumass und wird wie folgt berechnet.

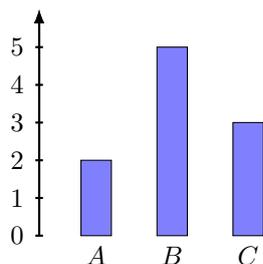
$$\text{IQR} = x_{0.75} - x_{0.25}$$

Die Spannweite ist eine Kennzahl zur Charakterisierung der Streuung von mindestens ordinalskalierten Daten.

### Deskriptive Statistik – Frage 17

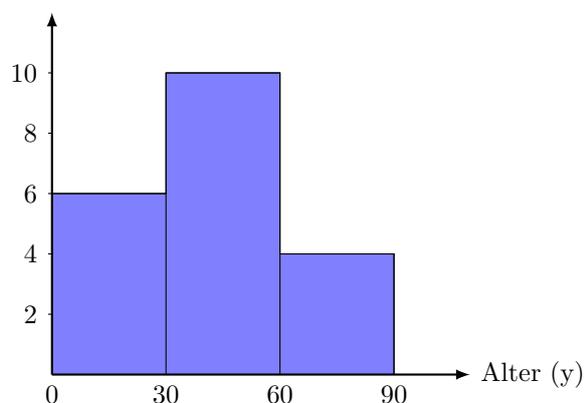
Ein Säulendiagramm stellt die Häufigkeiten von Merkmalswerten durch schmale unverbundene Rechtecke gleicher Breite dar, deren Höhen proportional zur den Häufigkeiten der Merkmalsausprägungen sind. Die Breite der Säulen bzw. die horizontale Achse ist dabei bedeutungslos.

Absolute Häufigkeiten von  $A$ ,  $B$  und  $C$



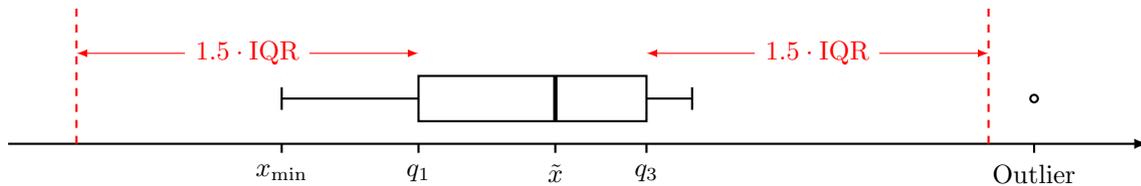
Ein Histogramm stellt die Häufigkeitsverteilung von mindestens intervallskalierten Merkmalswerten dar. Die Merkmalswerte werden dabei in angrenzende aber nicht überlappende Klassen eingeteilt. Zu jeder Klasse wird dann ein Rechteck gezeichnet, dessen Breite proportional zur Intervallbreite und dessen Höhe proportional zur Klassenhäufigkeit ist.

Altersverteilung der Stichprobe



### Deskriptive Statistik – Frage 18

Das Box-and-Whisker-Plot (deutsch Kastengrafik) ist ein Diagramm, das zur grafischen Darstellung der Verteilung eines mindestens ordinalskalierten Merkmals verwendet wird. Es fasst die drei robusten Lagemaße Minimum, Maximum sowie die drei Quartile in einer Darstellung zusammen. Das Diagramm soll schnell einen Eindruck über die Lage und die Verteilung der Daten liefern.



### Vektorgeometrie – Frage 1

Es handelt sich um die Komponentendarstellung eines Vektor im dreidimensionalen Raum.

Die drei Komponenten beziehen sich normalerweise auf die kanonische Basis

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

aus drei paarweise senkrecht stehenden Vektoren der Länge 1.

### Vektorgeometrie – Frage 2

$$\|v\| = \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

### Vektorgeometrie – Frage 3

den Vektor  $\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$

*Merke:* Die Koordinaten eines Punktes  $P(x, y, z)$  sind die Komponenten des Vektors  $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  vom Ursprung zu diesem Punkt.

### Vektorgeometrie – Frage 4

$$(a) \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$(b) \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$(c) 10\vec{a} + \vec{b} = 10 \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31 \\ 40 \\ 48 \end{pmatrix}$$

### Vektorgeometrie – Frage 5

Abstand der Punkte  $A(1, 6, 3)$  und  $B(3, 7, 5)$ :

$$\overrightarrow{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$$

### Vektorgeometrie – Frage 6

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

### Vektorgeometrie – Frage 7

Zwei Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  sind senkrecht, wenn  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\text{d. h. } \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0 \text{ gilt.}$$

*Bemerkung:* Der Nullvektor  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  ist zu allen Vektoren senkrecht.

### Vektorgeometrie – Frage 8

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos(\varphi)$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}$$

$$\varphi = \arccos \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}$$

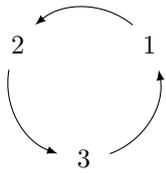
### Vektorgeometrie – Frage 9

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 0 \cdot 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

### Vektorgeometrie – Frage 10

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$$

Der Index  $i = 1, 2, 3$  wird zyklisch vertauscht:



### Vektorgeometrie – Frage 11

$$\begin{aligned}
 F = \|\vec{a} \times \vec{b}\| &= \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| \\
 &= \sqrt{64 + 16 + 1} = \sqrt{81} = 9
 \end{aligned}$$

### Vektorgeometrie – Frage 12

$$\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{n}\| = \left\| \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{16 + 16 + 4} = \sqrt{36} = 6$$

Für die gewünschte Länge 3 muss  $\vec{n}$  halbiert werden:

$$\vec{c}_1 = \frac{1}{2}\vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}_2 = -\frac{1}{2}\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{hat auch die Länge 3})$$