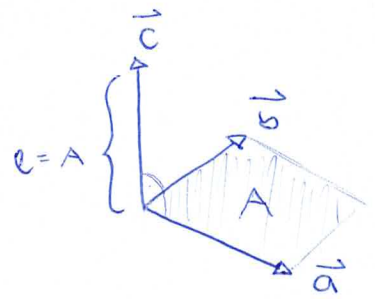


Das Vektorprodukt (14)

(+ Def)



auch Kreuzprodukt genannt

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$$

alle $\in \mathbb{R}^3$

Operationszeichen \times verwenden!

\vec{c} ist durch drei Eigenschaften eindeutig bestimmt:

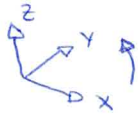
> $\vec{c} \perp \vec{a}$ und $\vec{c} \perp \vec{b}$

(\vec{c} -Vektor steht senkrecht zu den Vektoren \vec{a} und \vec{b} ; rechter Winkel \perp)

($|\vec{c}| = A$) > $|\vec{c}|$ ist die Flächenmassenzahl (A) des von \vec{a} und \vec{b} aufgespannten Parallelogramms.

> Die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} bilden ein Rechtssystem.

(Als Rechtssystem wird ein rechthändiges Koordinatensystem bezeichnet



; Mathematisch positiver Drehsinn \uparrow)

Berechnung:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \cdot & - & \cdot \\ a_1 & \times & b_1 \\ a_2 & \times & b_2 \end{matrix} \quad \underbrace{a_1 b_2}_1 - \underbrace{a_2 b_1}_2$$

Flächenberechnung:

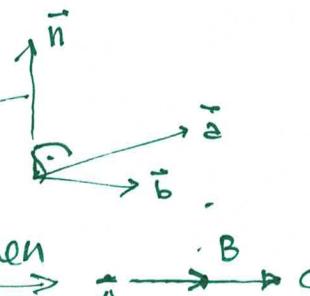
- \vec{c} muss herausgefunden werden
- $|\vec{c}|$, also die Länge, entspricht der Fläche A

$$\rightarrow |\vec{c}| = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} = AFE$$

Anwendungen: • Flächenberechnung (siehe oben)

• Normalenvektoren bestimmen

• Kollinearität von 2 Vektoren untersuchen



A, B, C auf einer Gerade, wenn $\vec{AB} \times \vec{AC} = \vec{0}$



• Projektion des Vektors auf die Ebene
 • Projektion des Vektors auf die z-Achse

Das Vektorprodukt

• Richtungsvektor der Ebene

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\alpha)$$

• Länge des Vektorprodukts

• Winkel zwischen Vektoren

• Richtungsvektor

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

• Richtungsvektor

• Projektion des Vektors auf die Ebene
 • Projektion des Vektors auf die z-Achse

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\alpha)$$

• Länge des Vektorprodukts

• Winkel zwischen Vektoren

