Wendepunkte

Wechselt der Graph von f an einer Stelle x_0 von einer Links- in eine Rechtskurve oder von einer Rechts- in eine Links-kurve, so wird x_0 Wendestelle und $P(x_0, y_0)$ Wendepunkt genannt.

Bsp: $f: y = x^3 - 6x^2 + 9x - 7$

Ableitungen:
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 7$$
$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$
$$f''(x) = 6x - 12$$
$$f'''(x) = 6$$

Wendepunkte: $f''(x) = 0$

$6x - 12 = 0 \quad | +12$

$6x = 12 \quad | :6$

Kand. → $x = 2$

2. Ableitung muss Null sein

Begründung: Der Taylor-Koeffizient $\frac{f''(x_0)}{2!}$ muss null sein, damit garantiert ist, dass der Parabelterm $\frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2$ verschwindet

Test: $f'''(2) = 6$

$= 6 \neq 0$

· Einsetzen in die 3. Ableitung

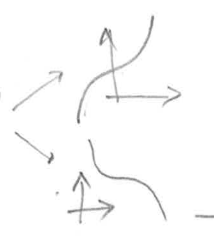
· Darf nicht Null ergeben

WeP (2, -5)

Kand. — in f(x) eingesetzt

Begründung: Der Taylor-Koeffizient $\frac{f'''(x_0)}{3!}$ ist für die S-Form des Wendepunkts verantwortlich und darf entsprechend nicht null sein

$\frac{f'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3$



Terassenpunkte

- Wenn es bei der Extrempunkt-Bestimmung eine Null gibt, ist es weder ein Hoch- noch ein Tiefpunkt
- Wenn dann bei den Wendepunkten wieder die gleiche Zahl als Kandidat rauskommt ist es ein Terassenpunkt

Bsp: $f: y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 2$

Ableitungen: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 2$

$f'(x) = x^3 - 3x^2$

$f''(x) = 3x^2 - 6x$

$f'''(x) = 6x - 6$

Extrempunkte: $f'(x) = 0$

$x^3 - 3x^2 = 0$

$x^2(x-3) = 0$

$x_1 = 3$

$x_2 = 0$

Test: $f''(3) = 3 \cdot 9 - 6 \cdot 3$

$= 27 - 18 = 9 > 0 \rightarrow$ TiP

TiP $(3, -4.75)$

$f''(0) = 0 - 0 = \underline{\underline{0}} \rightarrow$ unklar

Terassenpunkt?

Wendepunkte: $f''(x) = 0$

$3x^2 - 6x = 0$

$x(3x - 6) = 0$

$x_1 = 2$

$x_2 = 0$ → wie oben vermutet

Test: $f'''(2) = 12 - 6 = 6 \neq 0$

WeP $(2, -2)$

$f'''(0) = 0 - 6 = -6 \neq 0$

$\boxed{\text{TeP } (0,2)}$

[Terrassenpunkte können auch ohne explizites Bestimmen der Extrempunkte ermittelt werden: Prüfe einfach, ob die 1. Ableitung (Tangentensteigung) an der Wendestelle null ist.]